

АНАЛИЗ НА ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗВЕСТНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИЗМЕРЕНИЮ ОТНОШЕНИЯ ФОРМФАКТОРОВ САКСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНИКИ РОЗЕНБЛЮТА. ПОЛЯРИЗАЦИЯ КОНЕЧНОГО ПРОТОНА В УПРУГОМ ПРОЦЕССЕ $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

*М. В. Галынский*¹

Объединенный институт энергетических и ядерных исследований —
Сосны НАН Беларуси, Минск

Предложен критерий оценки на достоверность результатов измерений отношения формфакторов Сакса с использованием техники Розенблута, с помощью которого проведен анализ трех известных экспериментов (Andivahis1994, Walker1994, Qattan2005) и недавнего эксперимента на обновленном до 12 ГэВ ускорителе CEBAF в JLab (arXiv:2103.01842 [nucl-ex]). Исходя из результатов JLab-поляризационных экспериментов по измерению отношения $\mu_p G_E/G_M$ в процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ в кинематике эксперимента коллаборации SANE (2020) по измерению двойной спиновой асимметрии в процессе $\vec{e}p \rightarrow ep$ проведен численный расчет Q^2 -зависимости переданной протону поляризации в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ в случае, когда начальный покоящийся протон частично поляризован вдоль направления движения детектируемого протона отдачи.

A criterion to assess the reliability of measurements of the Sachs form factors ratio using the Rosenbluth technique has been proposed and used to analyze the results of three known experiments (Andivahis1994, Walker1994, Qattan2005) and a recent experiment on the accelerator CEBAF updated up to 12 GeV at JLab (arXiv:2103.01842 [nucl-ex]). The Q^2 -dependence of the polarization transfer in the $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ process from the initial partially polarized (at rest) proton to the final proton has been numerically calculated using the results of JLab's polarization experiments on the measurements of the Sachs form factors ratio $\mu_p G_E/G_M$ in the process $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ for the case when the initial and final protons have a common spin quantization axis, which coincides with the direction of motion of the detected recoil proton. The calculations have been made in a kinematics used in the SANE Collaboration experiment (2020), where the double spin asymmetry was measured in the $\vec{e}p \rightarrow ep$ process.

PACS: 13.40.Gp; 13.60.Fz; 13.88.+e; 29.25.Pj

¹E-mail: galynski@sosny.bas-net.by

ВВЕДЕНИЕ

Эксперименты по изучению электрического G_E и магнитного G_M формфакторов протона, так называемых формфакторов Сакса (ФФС), ведутся с середины 1950-х гг. [1] в реакции упругого рассеяния неполяризованных электронов на протоне. При этом все экспериментальные данные о поведении ФФС были получены с применением техники Розенблюта (ТР), основанной на использовании сечения Розенблюта (в приближении однофотонного обмена) для процесса $ep \rightarrow ep$ в системе покоя начального протона [2]:

$$\sigma = \frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p} \left(G_E^2 + \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2 \right). \quad (1)$$

Здесь $\tau_p = Q^2/4M^2$, $Q^2 = -q^2 = 4E_1 E_2 \sin^2(\theta_e/2)$ — квадрат переданного протону импульса; M — масса протона; E_1 , E_2 , θ_e — соответственно энергии начального и конечного электронов и угол рассеяния электрона; ε — степень линейной поляризации виртуального фотона [3–6] с областью изменений $0 \leq \varepsilon \leq 1$, $\varepsilon = [1 + 2(1 + \tau_p) \tan^2(\theta_e/2)]^{-1}$; $\alpha = 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

При больших значениях Q^2 , как это следует из формулы (1), основной вклад в сечение процесса $ep \rightarrow ep$ дает член, пропорциональный G_M^2 , что уже при $Q^2 > 1$ ГэВ² приводит к значительным трудностям при извлечении вклада G_E^2 . С помощью ТР была установлена экспериментальная зависимость ФФС от Q^2 , которая вплоть до $Q^2 \approx 6$ ГэВ² описывается дипольным приближением [7–11], при этом для их отношения

$$R \equiv \mu_p G_E / G_M \quad (2)$$

справедливо приближенное равенство $R \approx 1$, где $\mu_p = 2,79$ — магнитный момент протона.

В работе Ахиезера–Рекало [4] предложен метод измерения отношения R , основанный на явлении передачи поляризации от начального электрона к конечному протону в процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$. Прецизионные эксперименты, проведенные в JLab [12–14] с использованием этого метода, обнаружили быстрое убывание R с ростом Q^2 , что свидетельствует о нарушении скейлинга ФФС. Это убывание в области $0,4 \leq Q^2 \leq 5,6$ ГэВ², как оказалось, является линейным. Повторные, более точные измерения отношения R , проведенные в [9, 15–17] в широкой по Q^2 области вплоть до 8,5 ГэВ² с использованием как метода Ахиезера–Рекало [4], так и ТР, лишь подтвердили расхождение результатов.

В [18] экспериментальные значения R получены коллаборацией SANE третьим способом путем их извлечения из результатов измерений двойной спиновой асимметрии в процессе $\vec{e}p \rightarrow ep$ в случае, когда электронный пучок и протонная мишень частично поляризованы. При этом степень поляризации протонной мишени была равна $(70 \pm 5)\%$. Эксперимент проводился при двух энергиях электронного пучка, 5,895 и 4,725 ГэВ и двух значениях Q^2 , 2,06 и 5,66 ГэВ². Извлеченные значения R в [18] находятся в согласии с результатами JLab-экспериментов [12–17].

В [19, 20] предложен 4-й метод, основанный на передаче поляризации от начального к конечному протону, в котором G_E^2 и G_M^2 могут быть извлечены из результатов

прямых измерений сечений без переворота и с переворотом спина протона в упругом процессе

$$e(p_1) + \vec{p}(q_1, s_1) \rightarrow e(p_2) + \vec{p}(q_2, s_2) \quad (3)$$

в случае, когда начальный (покоящийся) протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона (детектируемого протона отдачи). Этот метод работает и в приближении двухфотонного обмена (ДФО) и позволяет измерить аналогичным образом квадраты модулей обобщенных ФФС [21].

Для разрешения возникшего противоречия было высказано предположение [22, 23], что расхождение в экспериментах может быть вызвано пренебрежением в соответствующем анализе радиационных поправок более высокого порядка, главным образом, ДФО, эффекты которого гораздо важнее в методе Розенблюта, чем в методе [4], поскольку радиационные поправки одинаково влияют на наблюдаемые продольной и поперечной поляризации протона отдачи и, таким образом, частично компенсируются в их отношении. Вклад ДФО в наблюдаемые передачи поляризации оказался мал [24], как и предсказывали расчеты [25, 26]. Идея, предложенная в [22, 23], стимулировала появление большого количества теоретических работ по исследованию вклада ДФО [27–32], см. обзоры [10, 11, 33–35] и приведенную там литературу. Двухфотонный обмен может быть напрямую извлечен с помощью измерения разницы между сечениями упругих процессов $e^\pm p$ -рассеяния. Такие эксперименты были недавно проведены в Новосибирске на накопительном кольце VEPP-3 [36], в JLab (эксперимент EG5 CLAS [37]) и на ускорителе DORIS в DESY (эксперимент OLYMPUS [38]), данные по которым доступны в области $Q^2 < 2,1 \text{ ГэВ}^2$. Их результаты показали, что учет ДФО может устранить противоречия до значений Q^2 не более 2 ГэВ^2 [35]. Задачу измерения с высокой точностью вклада ДФО в расширенном и в значительной степени пока непроверенном диапазоне при $Q^2 > 2 \text{ ГэВ}^2$ призван решить эксперимент CLAS12 [39] по измерению отношения сечений упругих процессов $e^\pm p$ -рассеяния с использованием неполяризованных e^\pm -пучков на обновленном до 12 ГэВ ускорителе CEBAF в JLab. Его результаты будут иметь решающее значение для однозначного подтверждения или исключения ДФО как главного источника расхождений, а также для проверки теоретических подходов, основанных на учете адронных и партонных степеней свободы, которые могут оказаться конкурирующими в различных частях тестируемого диапазона Q^2 . Поляризованный пучок позитронов в JLab также предоставит уникальную возможность провести первое измерение переданной протону поляризации от позитронов в упругом процессе $e^+ p \rightarrow e^+ p$ [40], а сравнение с данными [16, 17] по рассеянию электронов может наложить важные ограничения на жесткий ДФО. Планируемые эксперименты [39, 40] станут важным дополнением к уже проведенному в JLab прецизионному эксперименту [41] на обновленном ускорителе CEBAF по измерению отношения R по ТР при энергиях пучка от $2,2$ до 11 ГэВ и гораздо более высоких значениях Q^2 , достигнутых ранее, вплоть до $15,75 \text{ ГэВ}^2$. Для обработки результатов в [41] были использованы улучшенные процедуры расчета полных радиационных поправок (РП) из [42]. Отметим, что в [42] проведен реанализ выполненных по ТР экспериментов [7, 8], который позволил уменьшить измеренные значения R в этих работах.

В работе [43] в области $Q^2 \leq 5 \text{ ГэВ}^2$ с использованием улучшенных процедур для расчета РП из [42] и вычисленного авторами [43] вклада ДФО проведен реана-

лиз трех известных экспериментов [7–9] с использованием ТР. Несмотря на то, что эксперименты [7–9] были прецизионными, а [9] даже получил специальное название «Super-Rosenbluth», тем не менее устранить расхождения между измерениями по ТР и поляризационным методом оказалось возможным только для эксперимента [8], причем в области $Q^2 < 5 \text{ ГэВ}^2$.

Цель настоящей работы заключается в попытке установления причин, по которым результаты экспериментов [7–9] в [43] не удалось согласовать с результатами [17], а также выяснения, что может произойти при проведении аналогичного [43] реанализа результатов эксперимента [41]. Для достижения этой цели в настоящей работе предложен критерий оценки на достоверность измерений отношения R с использованием ТР, с помощью которого проведен анализ измерений экспериментов [7–9, 41]. В работе также, исходя из результатов JLab-поляризационных экспериментов по измерению отношения R в процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$, проведен численный анализ зависимости от Q^2 отношения сечений без переверота и с переверотом спина протона, а также поляризационной асимметрии в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ в случае, когда начальный (покоящийся) и конечный протоны полностью поляризованы и имеют общую ось квантования спинов, совпадающую с направлением движения конечного протона (детектируемого протона отдачи). В случае частично поляризованной протонной мишени проведен расчет переданной протону продольной поляризации в кинематике эксперимента, использованной коллаборацией SANE [18] по измерению двойной спиновой асимметрии в процессе $\vec{e}p \rightarrow ep$.

1. СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$ В СИСТЕМЕ ПОКОЯ НАЧАЛЬНОГО ПРОТОНА

Рассмотрим спиновые 4-векторы s_1 и s_2 начального и конечного протонов с 4-импульсами q_1 и q_2 в процессе (3) в произвольной системе отсчета. Условия ортогональности ($s_i q_i = 0$) и нормировки ($s_i^2 = -1$) позволяют однозначно определить выражения для их временных и пространственных компонент $s_i = (s_{i0}, \mathbf{s}_i)$ через их 4-скорости $v_i = q_i/M$ ($i = 1, 2$):

$$s_i = (s_{i0}, \mathbf{s}_i), \quad s_{i0} = \mathbf{v}_i \mathbf{c}_i, \quad \mathbf{s}_i = \mathbf{c}_i + \frac{(\mathbf{c}_i \mathbf{v}_i) \mathbf{v}_i}{1 + v_{i0}}, \quad (4)$$

где единичные 3-векторы \mathbf{c}_i ($\mathbf{c}_i^2 = 1$) — оси спиновых проекций (оси квантования спинов).

В лабораторной системе отсчета (ЛСО), где $q_1 = (M, \mathbf{0})$, $q_2 = (q_{20}, \mathbf{q}_2)$, выберем оси спиновых проекций \mathbf{c}_1 и \mathbf{c}_2 так, чтобы они совпадали с направлением движения конечного протона:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2 = \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \quad (5)$$

Тогда спиновые 4-векторы начального (s_1) и конечного протонов (s_2) в ЛСО принимают вид

$$s_1 = (0, \mathbf{n}_2), \quad s_2 = (|\mathbf{v}_2|, v_{20} \mathbf{n}_2), \quad \mathbf{n}_2 = \mathbf{q}_2/|\mathbf{q}_2|. \quad (6)$$

Метод [19] основан на выражении для дифференциального сечения процесса (3) в ЛСО в случае, когда начальный и конечный протоны поляризованы и имеют общую ось спиновых проекций \mathbf{c} (5):

$$\frac{d\sigma_{\delta_1, \delta_2}}{d\Omega_e} = \omega_+ \sigma^{\uparrow\uparrow} + \omega_- \sigma^{\downarrow\downarrow}, \quad (7)$$

$$\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma_M G_E^2, \quad \sigma^{\downarrow\downarrow} = \sigma_M \frac{\tau_p}{\varepsilon} G_M^2, \quad (8)$$

$$\sigma_M = \frac{\alpha^2 E_2 \cos^2(\theta_e/2)}{4E_1^3 \sin^4(\theta_e/2)} \frac{1}{1 + \tau_p}. \quad (9)$$

Здесь ω_{\pm} — поляризационные множители

$$\omega_+ = (1 + \delta_1 \delta_2)/2, \quad \omega_- = (1 - \delta_1 \delta_2)/2, \quad (10)$$

где $\delta_{1,2}$ — удвоенные значения проекций спина начального и конечного протонов на общую ось спиновых проекций \mathbf{c} (5). Отметим, что формула (7) справедлива при $-1 \leq \delta_{1,2} \leq 1$.

Соответствующий эксперимент по измерению квадратов ФФС в процессах без переворота и с переворотом спина протона может быть реализован следующим образом. Покоящийся начальный протон должен быть полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона (детектируемого протона отдачи). Измеряя зависимость дифференциальных сечений $\sigma^{\uparrow\uparrow}$, $\sigma^{\downarrow\downarrow}$ (8) от Q^2 , можно извлечь информацию и о зависимости G_E^2 и G_M^2 от Q^2 и тем самым измерить их.

Отметим, что формула (7), так же как и (1), разбивается на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2 . Усредняя и суммируя выражение (7) по поляризациям начального и конечного протонов, для сечения (1), обозначаемого σ_R , получаем другое представление [19]:

$$\sigma_R = \sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\downarrow}. \quad (11)$$

Следовательно, физический смысл разбиения формулы Розенблюта (1) на сумму двух слагаемых, содержащих только G_E^2 и G_M^2 , заключается в том, что она является суммой сечений без переворота и с переворотом спина протона в случае, когда начальный покоящийся протон полностью поляризован вдоль направления движения конечного протона.

Отметим, что в литературе, в том числе и в пособиях по физике элементарных частиц, часто утверждается, что использование ФФС является просто удобным, так как они придают формуле Розенблюта простой и компактный вид. Поскольку такие формальные соображения об их преимуществах содержатся в том числе и в написанных много лет назад известных монографиях [44, 45], они не подвергаются сомнениям и воспроизводятся в литературе вплоть до настоящего времени [46].

Сечение (7) можно представить в виде

$$d\sigma_{\delta_1, \delta_2}/d\Omega_e = (1 + \delta_2 \delta_f)(\sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\downarrow}), \quad (12)$$

$$\delta_f = \delta_1(R_\sigma - 1)/(R_\sigma + 1), \quad (13)$$

$$R_\sigma = \sigma^{\uparrow\uparrow}/\sigma^{\downarrow\downarrow}, \quad (14)$$

где δ_f — степень продольной поляризации конечного протона. В случае полностью поляризованного начального протона ($\delta_1 = 1$) δ_f совпадает с обычным определением поляризационной асимметрии

$$A = (R_\sigma - 1)/(R_\sigma + 1). \quad (15)$$

Отношение сечений без переворота и с переворотом спина протона R_σ (14), как это следует из (8), можно выразить через экспериментально измеряемую величину $R = \mu_p G_E/G_M$:

$$R_\sigma = \frac{\sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\downarrow\uparrow}} = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{G_E^2}{G_M^2} = \frac{\varepsilon}{\tau_p} \frac{R^2}{\mu_p^2}. \quad (16)$$

Относительный вклад Δ_σ слагаемого $\sigma^{\uparrow\uparrow}$ (8), содержащего G_E^2 , в сечение σ_R (11) имеет вид

$$\Delta_\sigma = \frac{\sigma^{\uparrow\uparrow}}{\sigma^{\uparrow\uparrow} + \sigma^{\downarrow\uparrow}} = \frac{R_\sigma}{(1 + R_\sigma)}. \quad (17)$$

Формулу (13) для степени поляризации конечного протона перепишем в стандартных обозначениях, заменив δ_f на P_r и δ_1 на P_t :

$$P_r = P_t(R_\sigma - 1)/(R_\sigma + 1). \quad (18)$$

Обращая связь в (18), имеем выражение для R^2 как функции от P_r/P_t :

$$R^2 = \mu_p^2 \frac{\tau_p}{\varepsilon} \frac{1 + R_p}{1 - R_p}, \quad R_p = \frac{P_r}{P_t}, \quad (19)$$

которое может быть использовано для извлечения R в методе передачи поляризации от начального к конечному протону [19, 20].

При проведении численных расчетов зависимости от Q^2 поляризационной асимметрии A (15), отношения сечений R_σ (16), относительного вклада Δ_σ (17) и переданной протону поляризации P_r (18) в случае дипольной зависимости ($R = R_d$) или при ее нарушении ($R = R_j$) будет использоваться параметризация:

$$R_d = 1, \quad (20)$$

$$R_j = \frac{1}{1 + 0,1430 Q^2 - 0,0086 Q^4 + 0,0072 Q^6}. \quad (21)$$

Выражение для R_j заимствовано из [47], вместо него можно воспользоваться параметризацией Келли [48].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

С целью выяснения общих закономерностей численные расчеты зависимости от Q^2 отношения сечений R_σ (16) проведены для энергий электронного пучка $E_1 = 1, 2 \dots 6$ ГэВ. Их результаты представлены графиками на рис. 1 для случая, когда

(линии $Rd1, Rd2 \dots Rd6$) $R = R_d$ (20) и (линии $Rj1, Rj2 \dots Rj6$) $R = R_j$ (21) соответственно, где $x = Q^2$.

Из графиков на рис. 1 следует, что для всех энергий электронного пучка отношения сечений без переворота и с переворотом спина протона R_σ (16) убывают с ростом Q^2 . Однако это убывание при $R = R_j$ является более быстрым по сравнению со случаем, когда $R = R_d$, благодаря наличию знаменателя в выражении для R_j (21). Отметим также, что при малых энергиях электронного пучка разница в поведении отношения R_σ (16) для $R = R_d$ и $R = R_j$ является незначительной.

Из графиков на рис. 1 наглядно видно, что зависимость R_σ от Q^2 для каждой энергии электронного пучка имеет резкую границу при Q_{\max}^2 , являющемся максимально возможным значением Q^2 , отвечающим рассеянию электрона назад, т. е. на 180° . Значения Q_{\max}^2 для энергий пучка $E_1 = 1, 2 \dots 6$ ГэВ представлены в табл. 1, из которой следует, что для всех рассмотренных энергий Q_{\max}^2 не превышает $10,45$ ГэВ².

В табл. 1 представлены также значения для $(Q_0^2)_{\{d,j\}}$, соответствующие равенству сечений без переворота и с переворотом спина протона $\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma^{\downarrow\uparrow}$. В этом случае их отношение $R_\sigma = 1$, а поляризационная асимметрия равна нулю. В случае дипольной зависимости $(Q_0^2)_d \approx M^2/2$, где M — масса протона. При нарушении дипольной зависимости $(Q_0^2)_j \approx 0,40$ ГэВ², т. е. равенство сечений $\sigma^{\uparrow\uparrow}$ и $\sigma^{\downarrow\uparrow}$ начинается примерно в той же точке, где для отношения R начинается линейное убывание. Таким образом, точки, где $Q^2 = Q_0^2$, являются в некотором смысле выделенными.

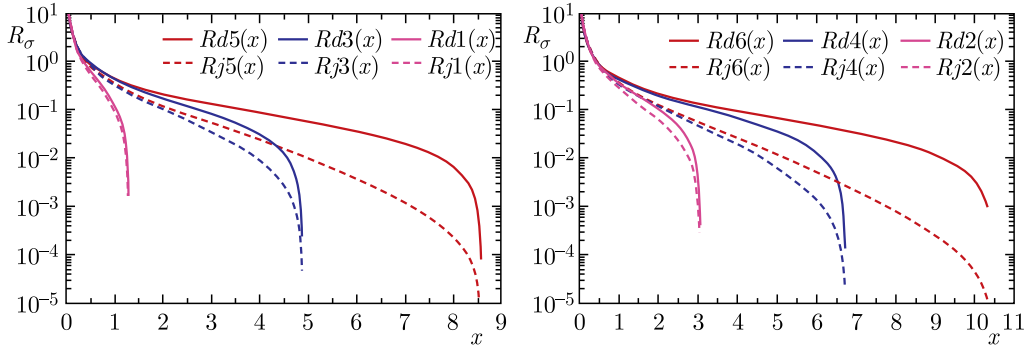


Рис. 1. Зависимость отношения сечений R_σ (16) от $x = Q^2$ (ГэВ²) для энергий $E_1 = 1, 2 \dots 6$ ГэВ. Линии $Rd1, Rd2 \dots Rd6$ и $Rj1, Rj2 \dots Rj6$ соответствуют отношениям $R = R_d$ (20) и $R = R_j$ (21)

Таблица 1. Значения Q_{\max}^2 , определяющие границы спектров зависимости R_σ от Q^2 , и значения $(Q_0^2)_{\{d,j\}}$, при которых $\sigma^{\uparrow\uparrow} = \sigma^{\downarrow\uparrow}$, при этом поляризационная асимметрия A (15) равна нулю

E_1 , ГэВ	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0
Q_{\max}^2 , ГэВ ²	1,277	3,040	4,868	6,718	8,578	10,443
$(Q_0^2)_d$, ГэВ ²	0,358	0,424	0,435	0,446	0,446	0,446
$(Q_0^2)_j$, ГэВ ²	0,336	0,380	0,391	0,402	0,402	0,402

увеличения точности его измерения. Отметим, что для старых экспериментов измерение сечений Розенблюта с точностью, превышающей 2 %, по многим причинам было нереальной задачей [51].

3. АНАЛИЗ НА ДОСТОВЕРНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ [7–9, 41]

Для анализа на достоверность результатов измерений отношения R в экспериментах [7–9, 41] проведены численные расчеты относительных вкладов Δ_σ (17) для всех значений энергий электронного пучка E_1 и квадратов переданных протону импульсов Q^2 , при которых были проведены измерения в [7–9, 41]. Их результаты представлены в табл. 3, 4, 5 и 6 соответственно. При этом значения E_1 (ГэВ) приведены в первых столбцах, Q^2 (ГэВ²) — в верхних строках таблиц. Пустые, незаполненные ячейки в таблицах означают, что при соответствующих им значениях измерения не проводились.

Анализ на достоверность результатов измерений эксперимента [8]. Для проведения анализа обратимся к рис. 15, *b* из работы [43], на котором представлены результаты реанализа экспериментов [7–9], проведенного с использованием улучшенных процедур из [42] для расчета РП и добавленным вкладом ДФО, вычисленным в [43]. Для удобства читателя рис. 15, *a, b* из работы [43] представлены ниже на рис. 2, *a, б* соответственно. Из рис. 2, *б* следует, что измерения при $Q^2 < 5,0$ ГэВ² в [8] с добавленным вкладом ДФО («Andivahis + TPE») хорошо согласуются с результатами [17], однако при $Q^2 = 5,0$ ГэВ² даже учет ДФО не может устранить расхождений. По этой причине измерение, соответствующее нижней ячейке в столбце для $Q^2 = 5,0$ ГэВ² табл. 3, отнесено к разряду недостоверных, т. е. с недостаточной точностью.

Из табл. 3 и критерия (22) следует, что точность измерений в [8] была на уровне 1,6–2,0%. Этому же интервалу принадлежит нормализационная погрешность измерений сечения Розенблюта, которая для всех Q^2 в эксперименте [8] была равна 1,77 %

Таблица 3. Значения Δ_σ (17) при $R = R_d$ (20) для E_1 и Q^2 , использованных в эксперименте [8]

E_1 , ГэВ	Q^2 , ГэВ ²							
	1,75	2,50	3,25	4,00	5,00	6,00	7,00	8,83
9,800				0,097	0,083	0,067	0,055	
5,507	0,197	0,142	0,107	0,083	0,060			0,006
4,507				0,073	0,046		0,009	
3,956		0,129	0,091	0,063	0,034	0,012		
3,400		0,136	0,085	0,047	0,015			
2,837		0,102	0,056	0,021				
2,407	0,154	0,080	0,028					
1,968		0,039						
1,511	0,061							

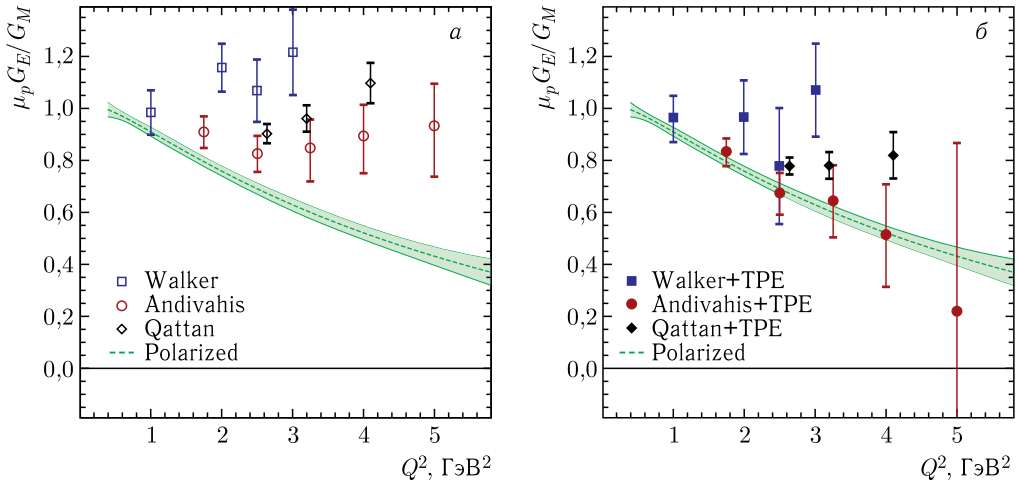


Рис. 2 (цветной в электронной версии). *а*) Зависимости отношения R от Q^2 , извлеченные в экспериментах [7–9] с использованием ТР. *б*) Отношения R , извлеченные в [43] из реанализа экспериментов [7–9] с использованием улучшенных РП из [42] и добавленным вкладом ДФО, вычисленным в [43]. Зеленые полосы соответствуют JLab-поляризационным экспериментам [17]

(см. [8, 42, 51]). Следовательно, точность измерений Δ_0 в критерии (22) нужно отождествить с нормализационной погрешностью. При такой точности (1,77%) для всех ячеек на диагонали в табл. 3 при $Q^2 \geq 5,0$ ГэВ² не выполняется критерий оценки на достоверность (22). Соответствующие им измерения отнесены к разряду недостоверных, при этом значения в ячейках на диагонали табл. 3 при $Q^2 \geq 5,0$ ГэВ² выделены жирным шрифтом.

Ячейке при $Q^2 = 8,83$ ГэВ² и $E_1 = 5,507$ ГэВ в табл.3 отвечает значение $\Delta_\sigma = 0,006$, что требует точности измерений на уровне 0,3–0,5%. Но такого уровня точность была достигнута лишь в эксперименте [52], причем в области, где $Q^2 < 1$ ГэВ². Отметим, что при $Q^2 = 8,83$ ГэВ² в [8] нарушена процедура измерений по ТР, поскольку в таких экспериментах для каждого значения Q^2 должны быть проведены измерения как минимум при двух, а еще лучше при трех значениях энергии электронного пучка [53]. Аналогичный вывод о недостоверности измерений в [8] при $Q^2 \geq 5,0$ ГэВ² сделан и в работе [49].

Анализ на достоверность результатов измерений эксперимента [9]. На рис. 2, б представлены также результаты реанализа измерений эксперимента [9] с добавленным вкладом ДФО («Qattan + TPE») в виде черных закрашенных ромбиков. Они расположены систематически выше зеленой полосы, отвечающей результатам поляризационных измерений в [17]. Расчеты относительного вклада Δ_σ (17) в кинематике эксперимента [9] представлены в табл. 4. Поскольку нормализационная погрешность в [9] была равна 1,7% [51], то имеется лишь одна ячейка на диагонали в табл. 4 со значениями $E_1 = 2,842$ ГэВ и $Q^2 = 4,10$ ГэВ², выделенная жирным шрифтом, для которой не выполняется критерий оценки на достоверность (22). Наиболее вероятно, что причина остающихся расхождений в [43] между «Qattan + TPE» и [17]

заключается в том, что нормализационная погрешность в [9] была занижена. Значения в табл. 4 позволяют сделать вывод о том, что она была равна не 1,7, а 2,0%. Отметим, что при использовании приближенного критерия (23) все измерения в [9] попадают в разряд достоверных [20].

Таблица 4. Значения Δ_σ (17) при $R = R_d$ (20) для E_1 и Q^2 , использованных в эксперименте [9]

E_1 , ГэВ	Q^2 , ГэВ ²		
	2,64	3,20	4,10
4,702	0,129	0,103	0,072
3,772	0,118	0,090	0,055
2,842	0,093	0,059	0,017
2,262	0,057	0,018	
1,912	0,020		

Таблица 5. Значения Δ_σ (17) при $R = R_d$ (20) для E_1 и Q^2 , использованных в эксперименте [7]

E_1 , ГэВ	Q^2 , ГэВ ²			
	1,000	2,000	2,500	3,000
8,250			0,149	0,125
7,500		0,180		
7,000		0,179	0,147	0,124
6,250		0,177		0,121
5,500		0,175		
5,500		0,175		
4,250			0,132	
4,008			0,130	0,103
3,250	0,296	0,155	0,116	0,086
2,800		0,143	0,101	
2,400	0,282	0,126		
1,594	0,238			

Анализ на достоверность результатов измерений эксперимента [7]. Результаты расчета относительного вклада Δ_σ (17) для всех E_1 и Q^2 , применявшихся в кинематике эксперимента [7], представлены в табл. 5. Следует отметить, что измерения в [7] при каждой энергии электронного пучка E_1 проводились в области небольших Q^2 , находящихся на значительном удалении от Q_{\max}^2 . По этой причине значения в табл. 5 не малы, все они удовлетворяют неравенству $\Delta_\sigma \geq 0,086$. Поскольку нормализационная погрешность измерений в [7] была равна 1,9% [7, 42], то вследствие этого для всех значений в табл. 5 выполняется критерий оценки на достоверность (22). Причину остающихся расхождений можно объяснить так: либо реанализ эксперимента [7] в [43] был не совсем корректным, что маловероятно, либо нормализационная погрешность в [7] примерно на порядок занижена (см. табл. 5).

Анализ на достоверность результатов измерений эксперимента [41]. Результаты расчета относительного вклада Δ_σ (17) для всех E_1 и Q^2 , использованных в кинематике эксперимента [41] (за исключением наименьшего значения $Q^2 = 1,577$ ГэВ²), представлены в табл. 6. Измерения в [41] проводились на спектрометрах LHRS (левом) и RHRS (правом). В табл. 6 значения, отвечающие измерениям на RHRS, отмечены звездочкой. Нормализационная погрешность измерений сечения Розенблюта для спектрометров LHRS и RHRS была равна 1,6 и 2,0% соответственно [41]. Жирным шрифтом в табл. 6 выделены значения, для которых не выполняется критерий оценки на достоверность (22). Почти все они, за исключением одного, относятся к измерениям на RHRS и отмечены звездочкой. Единственное недостоверное измерение на LHRS отвечает ячейке с максимальными значениями $E_1 = 10,587$ ГэВ

Таблица 6. Значения Δ_σ (17) при $R = R_d$ (20) для E_1 и Q^2 , при которых проводились измерения в эксперименте [41]. Значения со звездочкой (без звездочки) относятся к измерениям на спектрометре RHRS (LHRS). Им отвечает нормализационная погрешность, равная 2,0 и 1,6% соответственно

E_1 , ГэВ	Q^2 , ГэВ ²											
	1,858	4,543	5,947	6,993	7,992	9,002	9,053	9,807	11,19	12,07	12,57	15,76
10,587												0,009
10,587	0,193	0,086	0,064	0,053	0,045	0,038	0,038	0,033	0,026	0,022	0,020	
8,518						0,031		0,026	*0,018	*0,013	*0,011	
6,427		0,076	0,051	0,037	0,026		*0,016					
2,222	*0,130											

и $Q^2 = 15,76$ ГэВ², где $\Delta_\sigma = 0,009$. Для $E_1 = 10,587$ ГэВ в табл. 6 имеется две строки. В верхней представлено лишь одно реальное, но недостоверное измерение, для которого $\Delta_\sigma = 0,009$, нижняя строка представляет упущенные возможности для проведения достоверных измерений, в том числе и при $Q^2 > 4,0$ ГэВ². Таким образом, использованная в [41] кинематика выбрана не совсем удачно, а сам эксперимент [41] вряд ли можно назвать прецизионным, поскольку примерно 40% проведенных в ней измерений не удовлетворяет критерию оценки на достоверность.

4. ПЕРЕДАЧА ПОЛЯРИЗАЦИИ ОТ НАЧАЛЬНОГО К КОНЕЧНОМУ ПРОТОНУ В УПРУГОМ ПРОЦЕССЕ $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

Предложенный в [19] метод измерения квадратов ФФС в процессах без переворота и с переворотом спина протона требует наличия полностью поляризованной протонной мишени, что представляется делом весьма отдаленного будущего. Как уже говорилось выше, в более широком смысле его можно рассматривать как метод, основанный на передаче поляризации от начального к конечному протону. Величина переданной протону поляризации в случае, когда начальный протон полно-

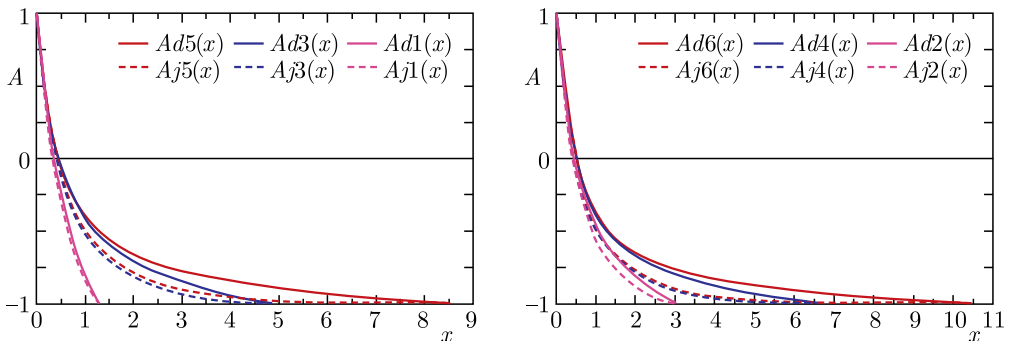


Рис. 3. Зависимость поляризационной асимметрии A (15) от $x = Q^2$ (ГэВ²) для энергий электронного пучка $E_1 = 1, 2 \dots 6$ ГэВ. Линии $Ad_1, Ad_2 \dots Ad_6$ и $Aj_1, Aj_2 \dots Aj_6$ отвечают отношениям $R = R_d$ (20) и $R = R_j$ (21) соответственно

стью поляризован ($P_t = 1$), определяется поляризационной асимметрий A (15). С целью выяснения общих закономерностей численные расчеты зависимости от Q^2 поляризационной асимметрии A (15) проведены для энергий электронного пучка $E_1 = 1, 2 \dots 6$ ГэВ. Их результаты представлены графиками на рис. 3 для $R = R_d$ (20) (линии $Ad1, Ad2 \dots Ad6$) и $R = R_j$ (21) (линии $Aj1, Aj2 \dots Aj6$) соответственно.

Из графиков на рис. 3 видно, что при $P_t = 1$ поляризационная асимметрия A (15) изменяется, как и должно быть, от значения $A = +1$ до $A = -1$, проходя через 0 при $Q^2 = Q_0^2$. При $Q^2 > Q_0^2$ сечение с переворотом спина $\sigma^{\uparrow\uparrow}$ превышает сечение без переворота спина $\sigma^{\uparrow\uparrow}$, при этом их отношение $R_\sigma < 1$. Вследствие этого спиральность, уносимая протоном отдачи, становится отрицательной. По абсолютному значению она достигает максимальной величины $|A| = 1$ при рассеянии электрона назад, т. е. на 180° . Отметим также, что при малых энергиях электронного пучка (например, при $E_1 = 1$ ГэВ) разница в поведении асимметрии A (15) для $R = R_d$ и $R = R_j$ является незначительной. При энергиях $E_1 > 1$ ГэВ и $Q^2 > 1$ ГэВ² эта разница становится существенной, для абсолютных величин выполняется неравенство $|A_j| > |A_d|$.

5. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ИЗМЕРЕНИЮ ОТНОШЕНИЯ ФФС В ПРОЦЕССЕ $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$

В общем случае, когда протонная мишень частично поляризована ($P_t < 1$), степень продольной поляризации, переданная протону отдачи, определяется формулой (18). В настоящее время эксперимент по ее измерению представляется вполне реальным, поскольку такая мишень с высокой степенью поляризации $P_t = (70 \pm 5)\%$ принципиально создана и уже использовалась в [18]. Именно по этой причине наиболее целесообразно было бы провести предлагаемый эксперимент на установке, использованной коллаборацией SANE [18] при тех же $P_t = 0,70$, энергиях электронного пучка $E_1 = 4,725$ и $5,895$ ГэВ и значениях квадратов переданных протону импульсов $Q^2 = 2,06$ и $5,66$ ГэВ². Разница между проведением предлагаемого эксперимента и [18] заключается в том, что электронный пучок должен быть неполяризованным, а детектируемый протон отдачи должен двигаться строго вдоль направления оси квантования спина протонной мишени. Измерения степени продольной и поперечной поляризации конечного протона проводились в работах [12–17]. В предлагаемом эксперименте необходимо измерять только степень продольной поляризации протона отдачи, что является преимуществом по сравнению с методом [4], использованным в JLab-экспериментах.

Результаты расчетов зависимости от Q^2 переданной конечному протону поляризации P_r (18) в кинематике эксперимента [18] представлены графиками на рис. 4, на котором линии $Pd5, Pd4$ (сплошные) и $Pj5, Pj4$ (штриховые) построены для отношений $R = R_d$ (20) и $R = R_j$ (21). При этом линии $Pd5, Pj5$ соответствуют энергии электронного пучка $E_1 = 5,895$ ГэВ, линии $Pd4, Pj4$ отвечают $E_1 = 4,725$ ГэВ. Для всех линий на рис. 4 степень поляризации протонной мишени $P_t = 0,70$.

Из графиков на рис. 4 следует, что переданная протону отдачи поляризация весьма существенно зависит от вида зависимости отношения R от Q^2 . В случае нарушения скейлинга ФФС, т. е. при $R = R_j$, она заметно увеличивается по абсолютному значению по сравнению со случаем, когда $R = R_d$, т. е. для всех Q^2 имеют

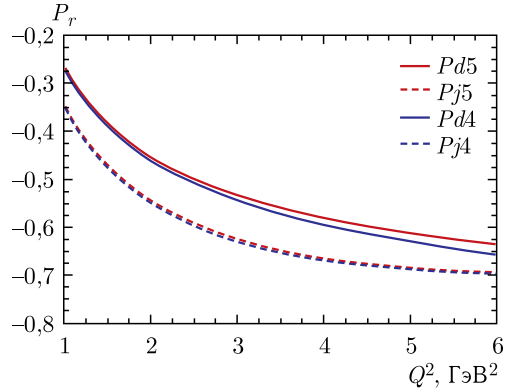


Рис. 4. Зависимость степени продольной поляризации протона отдачи P_r (18) от квадрата переданного протону импульса Q^2 (ГэВ^2) для E_1 и P_t , использованных в [18]. Линии $Pd5$, $Pd4$ (сплошные) и $Pj5$, $Pj4$ (штриховые) соответствуют отношениям $R = R_d$ (20) и $R = R_j$ (21)

Таблица 7. Степень продольной поляризации протона отдачи P_r (18) при энергиях электронного пучка $E_1 = 5,895$ и $4,725$ ГэВ и $Q^2 = 2,06$ и $5,66$ ГэВ^2

Q^2 , ГэВ^2	$Pd5$	$Pj5$	$Pd4$	$Pj4$	Δ_{dj5} , %	Δ_{dj4} , %
2,06	-0,46	-0,55	-0,47	-0,56	16,6	16,1
5,66	-0,63	-0,69	-0,65	-0,69	9,1	6,4

место неравенства: $|Pj5| > |Pd5|$, $|Pj4| > |Pd4|$. Количественная оценка этой разницы приведена в табл. 7, в которой представлены значения для степени продольной поляризации конечного протона $Pj5$, $Pd5$, $Pj4$, $Pd4$ и их относительной разницы Δ_{dj5} , Δ_{dj4} (выраженной в процентах) при двух энергиях электронного пучка 5,895 и 4,725 ГэВ и двух значениях Q^2 , равных 2,06 и 5,66 ГэВ^2 , где $\Delta_{dj5} = (Pj5 - Pd5)/Pj5$, $\Delta_{dj4} = (Pj4 - Pd4)/Pj4$.

Из табл. 7 следует, что при $Q^2 = 2,06$ ГэВ^2 относительная разница между $Pj5$ и $Pd5$ составляет 16,6%, между $Pj4$ и $Pd4$ примерно такая же: 16,1%. При $Q^2 = 5,66$ ГэВ^2 эта разница уменьшается и становится равной 9,1 и 6,4% соответственно.

Отметим, что после измерения степени продольной поляризации протона отдачи извлечение R осуществляется с помощью соотношения (19).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложен критерий оценки на достоверность измерений отношения R с использованием ТР, согласно которому относительный вклад слагаемого $\sigma^{\uparrow\uparrow}$, содержащего G_E^2 , в сечение Розенблюта должен превышать нормализационную погрешность измерений этого сечения. На основе результатов реанализа [43] с помощью предложенного критерия проведен анализ на достоверность измерений известных экспериментов [7–9], а также недавнего эксперимента [41] на обновленном до 12 ГэВ ускорителе СЕБАФ в JLab. Из проведенного анализа следует, во-первых, что результаты измерений в [8] при $Q^2 > 5$ ГэВ^2 являются недостоверными. Во-вторых, все еще остающиеся расхождения между результатами измерений [9] (с добавленным вкладом ДФО) и поляризационных экспериментов [17], обнаруженные в [43], можно объяснить тем, что нормализационная погрешность измерений сечения

Розенблюта в [9] занижена и была равна не 1,7, а 2,0%. В-третьих, причину остающихся расхождений, обнаруженных в [43] для измерений в [7], можно объяснить так: либо реанализ эксперимента [7] в [43] был не совсем корректным, что маловероятно, либо погрешности измерений сечения Розенблюта в [7] примерно на порядок занижены. В-четвертых, кинематика проведения эксперимента [41] выбрана не совсем удачно, поскольку примерно 40% проведенных в ней измерений не являются достоверными.

Исходя из результатов JLab-поляризационных экспериментов по измерению отношения R в процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ проведен численный анализ зависимости отношения сечений без переворота и с переворотом спина протона от квадрата переданного протону импульса, а также поляризационной асимметрии в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$, в случае, когда начальный (покоящийся) и конечный протоны полностью поляризованы и имеют общую ось квантования спинов, совпадающую с направлением движения детектируемого протона отдачи. В случае, когда начальный протон частично поляризован, проведен расчет переданной протону продольной поляризации в кинематике, использованной коллаборацией SANE [18] при проведении экспериментов по измерению двойной спиновой асимметрии в процессе $\vec{e}p \rightarrow ep$. Установлена заметная чувствительность переданной протону поляризации к виду зависимости отношения R от Q^2 , что может быть использовано для проведения нового независимого эксперимента по его измерению в процессе $e\vec{p} \rightarrow e\vec{p}$.

Автор благодарен Р.Ледницкому (R.Lednický) за интерес к работе и полезные обсуждения результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hofstadter R.* Electron Scattering and Nuclear Structure // *Rev. Mod. Phys.* 1956. V. 28, No. 3. P. 214–254.
2. *Rosenbluth M. N.* High Energy Elastic Scattering of Electrons on Protons // *Phys. Rev.* 1950. V. 79, No. 4. P. 615–619.
3. *Dombey N.* Scattering of Polarized Leptons at High Energy // *Rev. Mod. Phys.* 1969. V. 41, No. 1. P. 236–246.
4. *Ахиезер А.И., Рекало М.П.* Поляризационные явления при рассеянии лептонов адронами // ЭЧАЯ. 1973. Т. 4, № 3. С. 662–688.
5. *Ахиезер А.И., Рекало М.П.* Электродинамика адронов. Киев: Наук. думка, 1977. 497 с.
6. *Галынский М.В., Левчук М.И.* О поляризации виртуального фотона в реакции $ep \rightarrow ep\gamma$ ($ep \rightarrow eX$) // ЯФ. 1997. Т. 60, № 11. С. 2028–2031.
7. *Walker R. C., Filippone B. W., Jourdan J., Milner R., McKeown R., Potterveld D., Andivahis L., Arnold R., Benton D., Bosted P., De Chambrier G., Lung A., Rock S. E., Szalata Z. M., Para A., Dietrich F., Van Bibber K., Button-Shafer J., Debebe B., Hicks R. S., Dasu S., De Barbaro P., Bodek A., Harada H., Krasny M. W., Lang K., Riordan E. M., Gearhart R., Whitlow L. W., Alster J.* Measurements of the Proton Elastic Form Factors for $1 \leq Q^2 \leq 3$ (GeV/c)² at SLAC // *Phys. Rev. D.* 1994. V. 49, No. 11. P. 5671–5689.
8. *Andivahis L., Bosted P. E., Lung A., Stuart L., Alster J., Arnold R. G., Chang C. C., Dietrich F. S., Dodge W., Gearhart R., Gomez J., Griffien K. A., Hicks R. S., Hyde-Wright C. E., Keppel C., Kuhn S. E., Lichtenstadt J., Miskimen R. A., Peterson G. A., Petratos G. G., Rock S. E., Rokni S., Sakumoto W. K., Spengos M., Swartz K., Szalata Z., Tao L. H.* Measurements of the Electric and Magnetic Form Factors of the Proton from $Q^2 = 1.75$ to 8.83 (GeV/c)² // *Phys. Rev. D.* 1994. V. 50, No. 9. P. 5491–5517.

9. Qattan I. A., Arrington J., Segel R. E., Zheng X., Aniol K., Baker O. K., Beams R., Brash E. J., Calarco J., Camsonne A., Chen J.-P., Christy M. E., Dutta D., Ent R., Frullani S., Gaskell D., Gayou O., Gilman R., Glashauser C., Hajidi K., Hansen J.-O., Higinbotham D. W., Hinton W., Holt R. J., Huber G. M., Ibrahim H., Jisonna L., Jones M. K., Keppel C. E., Kinney E., Kumbartzki G. J., Lung A., Margaziotis D. J., McCormick K., Meekins D., Michaels R., Monaghan P., Moussiegt P., Pentchev L., Perdrisat C., Punjabi V., Ransome R., Reinhold J., Reitz B., Saha A., Sarty A., Schulte E. C., Slijer K., Solvignon P., Sulkosky V., Wijesooriya K., Zeidman B. Precision Rosenbluth Measurement of the Proton Elastic Form Factors // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94, No. 14. P. 142301(5).
10. Pacetti S., Baldini Ferroli R., Tomasi-Gustafsson E. Proton Electromagnetic Form Factors: Basic Notions, Present Achievements and Future Perspectives // Phys. Rep. 2015. V. 550–551. P. 1–103.
11. Punjabi V., Perdrisat C. F., Jones M. K., Brash E. J., Carlson C. E. The Structure of the Nucleon: Elastic Electromagnetic Form Factors // Eur. Phys. J. A. 2015. V. 51, No. 79. P. 44.
12. Jones M. K., Aniol K. A., Baker F. T. et al. (JLab Hall A Collab.). G_{Ep}/G_{Mp} Ratio by Polarization Transfer in $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84, No. 7. P. 1398–1402.
13. Gayou O., Wijesooriya K., Afanasev A. et al. (JLab Hall A Collab.). Measurements of the Elastic Electromagnetic Form Factor Ratio $\mu_p G_{Ep}/G_{Mp}$ via Polarization Transfer // Phys. Rev. C. 2001. V. 64, No. 3. P. 038202(4).
14. Gayou O., Brash E. J., Jones M. K. et al. (JLab Hall A Collab.). Measurement of G_{Ep}/G_{Mp} in $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ to $Q^2 = 5.6 \text{ GeV}^2$ // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88, No. 9. P. 092301(5).
15. Punjabi V., Perdrisat C. F., Aniol K. A. et al. (JLab Hall A Collab.). Proton Elastic Form Factor Ratios to $Q^2 = 3.5 \text{ GeV}^2$ by Polarization Transfer // Phys. Rev. C. 2005. V. 71, No. 5. P. 055202(27).
16. Puckett A. J. R., Brash J., Gayou O. et al. (JLab Hall A Collab.). Recoil Polarization Measurements of the Proton Electromagnetic Form Factor Ratio to $Q^2 = 8.5 \text{ GeV}^2$ // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 104, No. 24. P. 242301(6).
17. Puckett A. J. R., Brash E. J., Gayou O. et al. (JLab Hall A Collab.). Final Analysis of Proton Form Factor Ratio Data at $Q^2 = 4.0, 4.8$ and 5.6 GeV^2 // Phys. Rev. C. 2012. V. 85, No. 4. P. 045203(26).
18. Liyanage A., Armstrong W., Kang H. et al. (SANE Collab.). Proton Form Factor Ratio $\mu_p G_E^p/G_M^p$ from Double Spin Asymmetry // Phys. Rev. C. 2020. V. 101, No. 3. P. 035206(12).
19. Галынский М. В. Об измерении формфакторов Сакса в процессах без переворота и с переворотом спина протона // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 109, № 1. С. 3–9.
20. Галынский М. В. О передаче поляризации от начального к конечному протону в упругом процессе $\vec{e}p \rightarrow e\vec{p}$ // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113, № 9. С. 579–586.
21. Галынский М. В., Герасимов П. Е. Обобщенные формфакторы Сакса и возможность их измерения в процессах без переворота и с переворотом спина протона // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 110, № 10. С. 699–705.
22. Blunden P. G., Melnitchouk W., Tjon J. A. Two-Photon Exchange and Elastic Electron–Proton Scattering // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91, No. 14. P. 142304(4).
23. Guichon P. A. M., Vanderhaeghen M. How to Reconcile the Rosenbluth and the Polarization Transfer Methods in the Measurement of the Proton Form Factors // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91, No. 14. P. 142303(4).
24. Meiziane M., Brash J., Gilman R. et al. (GEp2 γ Collab.). Search for Effects beyond the Born Approximation in Polarization Transfer Observables in $\vec{e}p$ Elastic Scattering // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106, No. 13. P. 132501(6).

25. *Blunden P. G., Melnitchouk W., Tjon J. A.* Two-Photon Exchange in Elastic Electron–Nucleon Scattering // *Phys. Rev. C.* 2005. V. 72, No. 3. P. 034612(13).
26. *Borisyuk D., Kobushkin A.* Radiative Corrections to Polarization Observables in Electron–Proton Scattering // *Phys. Rev. D.* 2014. V. 90, No. 2. P. 025209(8).
27. *Afanasev A. V., Brodsky S. J., Carlson C. E., Chen Yu-Chun, Vanderhaeghen M.* Two-Photon Exchange Contribution to Elastic Electron–Nucleon Scattering at Large Momentum Transfer // *Phys. Rev. D.* 2005. V. 72, No. 1. P. 013008(18).
28. *Arrington J., Melnitchouk W., Tjon J. A.* Global Analysis of Proton Elastic Form Factor Data with Two-Photon Exchange Corrections // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76, No. 3. P. 035205(11).
29. *Borisyuk D., Kobushkin A.* Two-Photon Exchange at Low Q^2 // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 75, No. 3. P. 038202(4).
30. *Borisyuk D., Kobushkin A.* Phenomenological Analysis of Two-Photon Exchange Effects in Proton Form Factor Measurements // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76, No. 2. P. 022201(3).
31. *Borisyuk D., Kobushkin A.* Two-Photon Exchange in a Dispersion Approach // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 78, No. 2. P. 025208(6).
32. *Borisyuk D., Kobushkin A.* Two-Photon Exchange Amplitudes for the Elastic ep Scattering at $Q^2 = 2.5 \text{ GeV}^2$ from the Experimental Data // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 83, No. 5. P. 057501(4).
33. *Carlson C. E., Vanderhaeghen M.* Two-Photon Physics in Hadronic Processes // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2007. V. 57, No. 4. P. 171–204.
34. *Arrington J., Blunden P. G., Melnitchouk W.* Review of Two-Photon Exchange in Electron Scattering // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2011. V. 66, No. 4. P. 782–882.
35. *Afanasev A., Blunden P. G., Hasell D., Raue B. A.* Two-Photon Exchange in Elastic Electron–Proton Scattering // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2017. V. 95, No. 4. P. 245–278.
36. *Rachek I. A., Arrington J., Dmitriev V. F., Gauzshtein V. V., Gerasimov R. E., Gramolin A. V., Holt R. J., Kaminskiy V. V., Lazarenko B. A., Mishnev S. I., Muchnoi N. Yu., Neufeld V. V., Nikolenko D. M., Sadykov R. Sh., Shestakov Yu. V., Stibunov V. N., Toporkov D. K., De Vries H., Zevakov S. A., Zhilich V. N.* Measurement of the Two-Photon Exchange Contribution to the Elastic $e^{\pm}p$ Scattering Cross Sections at the VEPP-3 Storage Ring // *Phys. Rev. Lett.* 2015. V. 114, No. 6. P. 062005(5).
37. *Adikaram D. et al. (CLAS Collab.).* Towards a Resolution of the Proton Form Factor Problem: New Electron and Positron Scattering Data // *Phys. Rev. Lett.* 2015. V. 114, No. 6. P. 062003(6).
38. *Henderson B. S. et al. (OLYMPUS Collab.).* Hard Two-Photon Contribution to Elastic Lepton–Proton Scattering: Determined by the OLYMPUS Experiment // *Phys. Rev. Lett.* 2017. V. 118, No. 9. P. 092501(5).
39. *Cline E., Bernauer J. C., Schmidt A.* Direct TPE Measurement via e^+p/e^-p Scattering at Low ε in Hall A. arXiv:2103.06301 [nucl-ex].
40. *Puckett A. J. R., Bernauer J. C., Schmidt A.* Polarization Transfer in $e^+p \rightarrow e^+\bar{p}$ Scattering Using the Super BigBite Spectrometer // *Eur. Phys. J. A.* 2021. V. 57, No. 6. P. 188(5).
41. *Christy M. E., Gautam T., Ou L., Schmookler B., Wang Y., Adikaram D., Ahmed Z., Albataineh H., Ali S. F., Aljawrneh B., Allada K., Allison S. L., Alsalmi S., Androic D., Aniol K., Annand J., Arrington J., Atac H., Averett T., Ayerbe Gayoso C., Bai X., Bane J., Barcus S., Bartlett K., Bellini V., Beminiwattha R., Bericic J., Bhatt H., Bhetwal D., Biswas D., Brash E., Bulumulla D., Camacho C. M., Campbell J., Camsonne A., Carmignotto M., Castellanos J., Chen C., Chen J.-P., Chetry T., Cisbani E., Clary B., Cohen E., Compton N., Cornejo J. C., Covrig Dusa S., Crowe B., Danagoulian S., Danley T., Deconinck W., Defurne M., Desnault C., Di D., Dlamini M., Duer M., Duran B., Ent R., Fanelli C., Fuchey E., Gal C., Gaskell D., Georges F., Gilad S., Glamazdin O., Gnanvo K., Gramolin A. V., Gray V. M., Gu C., Habarakada A., Hague T., Hamad G., Hamilton D.,*

- Hamilton K., Hansen O., Hauenstein F., Hernandez A. V., Henry W., Higinbotham D. W., Holmstrom T., Horn T., Huang Y., Huber G. M., Hyde C., Ibrahim H., Israel N., Jen C.-M., Jin K., Jones M., Kabir A., Karki B., Keppel C., Khachatryan V., King P. M., Li S., Li W., Liu H., Liu J., Liyanage A. H., Mack D., Magee J., Malace S., Mammei J., Markowitz P., Mayilyan S., McClellan E., Meddi F., Meekins D., Mesick K., Michaels R., Mkrtchyan A., Moffit B., Montgomery R., Myers L. S., Nadel-Turonski P., Nazeer S. I., Nelyubin V., Nguyen D., Nuruzzaman N., Nycz M., Obrecht R. F., Ohanyan K., Palatchi C., Pandey B., Park K., Park S., Peng C., Persio F. D., Pomatsalyuk R., Pooser E., Puckett A. J. R., Punjabi V., Quinn B., Rahman S., Rashad M. N. H., Reimer P. E., Riordan S., Roche J., Sapkota I., Sarty A., Sawatzky B., Saylor N. H., Shabestari M. H., Shahinyan A., Širca S., Smith G. R., Sooriyaarachchilage S., Sparveris N., Spies R., Stefanko A., Su T., Subedi A., Sulkosky V., Sun A., Tan Y., Thorne L., Ton N., Tortorici F., Trotta R., Uniyal R., Urciuoli G. M., Voutier E., Waidyawansa B., Wojtsekhowski B., Wood S., Yan X., Ye L., Ye Z. H., Yero C., Zhang J., Zhao Y. X., Zhu P.* Form Factors and Two-Photon Exchange in High-Energy Elastic Electron-Proton Scattering. arXiv: 2103.01842 [nucl-ex].
42. *Gramolin A. V., Nikolenko D. M.* Reanalysis of Rosenbluth Measurements of the Proton Form Factors // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 93, No. 5. P. 055201(9).
 43. *Ahmed J., Blunden P. G., Melnitchouk W.* Two-Photon Exchange from Intermediate State Resonances in Elastic Electron-Proton Scattering // *Phys. Rev. C.* 2020. V. 102, No. 4. P. 045205(19).
 44. *Ахуезер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969. 624 с.
 45. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Курс теоретической физики, Т. 4: Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 724 с.
 46. *Puckett A. J. R.* Recoil Polarization Measurements of the Proton Electromagnetic Form Factor Ratio to High Momentum Transfer. 2010. Massachusetts Institute of Technology Ph. D. Thesis, 313 p. arXiv: 1508.01456 [nucl-ex].
 47. *Qattan I. A., Arrington J., Alsaad A.* Flavor Decomposition of the Nucleon Electromagnetic Form Factors at Low Q^2 // *Phys. Rev. C.* 2015. V. 91, No. 6. P. 065203(11).
 48. *Kelly J. J.* Simple Parameterization of Nucleon Form Factors // *Phys. Rev. C.* 2004. V. 70, No. 6. P. 068202(6).
 49. *Pacetti S., Tomasi-Gustafsson E.* Form Factor Ratio from Unpolarized Elastic Electron-Proton Scattering // *Phys. Rev. C.* 2016. V. 94, No. 5. P. 055202(15).
 50. *Tomasi-Gustafsson E., Pacetti S.* Two-Photon Exchange: Myth and History // *Few-Body Syst.* 2018. V. 59, No. 5. P. 91(8).
 51. *Bernaer J. C. et al. (A1 Collab.).* Electric and Magnetic Form Factors of the Proton // *Phys. Rev. C.* 2014. V. 90, No. 1. P. 015206(34).
 52. *Bernaer J. C. et al. (A1 Collab.).* High-Precision Determination of the Electric and Magnetic Form Factors of the Proton // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105, No. 24. P. 242001(4).
 53. *Bernaer J. C.* Measurement of the Elastic Electron-Proton Cross Section and Separation of the Electric and Magnetic Form Factor in the Q^2 Range from 0.004 to 1 (GeV/c)². PhD Thesis, Mainz Universität, Institute für Kernphysik, 277 p. <http://inspirehep.net/record/1358265/files/bernaer.pdf>.