

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗИ КОЛЕБАНИЙ И ЕЕ КОРРЕКЦИЯ В СИБИРСКОМ КОЛЬЦЕВОМ ИСТОЧНИКЕ ФОТОНОВ

Г. Н. Баранов^{а,б}, Д. В. Дорохова^{а,б,1}, Е. Б. Левичев^{а,б,в}, С. А. Никитин^а

^а Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

^б Центр коллективного пользования СКИФ, Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН, Кольцово, Россия

^в Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

С использованием программы MADX смоделированы этапы коррекции орбиты, а также коррекции оптики с учетом заданных допусков на расположение магнитных элементов и гирдеров в сибирском кольцевом источнике фотонов (СКИФ). Проведено численное моделирование влияния остаточных возмущений ведущего поля на вертикальный эмиттанс и вертикальный размер пучка. Развита и смоделирована обобщенная методика сдвинуто-квадрупольной коррекции связи колебаний в СКИФе, позволяющая одновременно минимизировать вертикальную дисперсию и компенсировать линейный разностный резонанс связи.

Using the MADX options, the stages of orbit correction and then optics correction were simulated, taking into account the specified tolerances for the positioning of magnetic elements and girders in the Siberian Circular Photon Source (SKIF, the Russian acronym). Numerical modeling of the effect of residual perturbations of the guide field on the vertical emittance and vertical size of the beam has been carried out. A generalized method of skew-quadrupole coupling correction in SKIF has been developed and verified by simulation, which allows simultaneously minimizing the vertical dispersion and compensating for the linear difference coupling resonance.

PACS: 29.20.db; 29.27.Eg

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в наукограде Кольцово Новосибирской области создается источник синхротронного излучения (СИ) поколения 4+ — сибирский кольцевой источник фотонов (СКИФ) на энергию 3 ГэВ. Одной из ключевых особенностей этой установки является ультрамалый эмиттанс — 75 пм·рад, что обеспечит высокую яркость пучка СИ. Для получения минимальных значений вертикального эмиттанса (по крайней мере, порядка нескольких пикометров) и вертикального размера пучка потребуются методы тонкой настройки оптики. В дополнение к известному методу глобальной коррекции LOCO [1], в котором используется измеренная по пикапам

¹E-mail: dariya210612@gmail.com

матрица отклика дипольного корректора, мы предлагаем применить более простой подход, основанный на традиционной диагностике бетатронной связи.

Детальное моделирование влияния возможных погрешностей магнитной структуры на вертикальный эмиттанс и вертикальный размер пучка, а также его угловой разброс проводилось с перекрестной проверкой различными методами [2]. Наиболее точно параметры пучка рассчитывались по двум кодам. Одним из них является общеизвестный MADX. Второй код [3] (далее модель 2) был ранее разработан на ВЭПП-4 и основан на параметризации Эдвардса–Тэнга [4]. В коде используется метод [5], позволяющий учитывать радиационные эффекты. Некоторые расчеты по модели 2 были проверены с помощью MADX, что показало достаточное согласие. Полученные результаты сравниваются с расчетом по известной теории линейного разностного резонанса связи (LDR) [6, 7]. Последнее оправдано, так как рабочая точка в текущем варианте магнитной структуры СКИФ выбрана вблизи резонанса $Q_x - Q_y - q = 0$ (где q — целое число).

Важной причиной для сравнения с теорией линейного разностного резонанса является необходимость связать результаты моделирования с характеристиками связи, традиционно измеряемыми в эксперименте. В этом же подходе решается основная задача — коррекция бетатронной связи по данным характеристикам. Предлагается метод коррекции на основе EVD (Eigen Vector Decomposition), и исследуются модельные варианты его применения.

1. О МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЕ СКИФ

Накопительное кольцо СКИФ состоит из 16 арок — суперпериодов (см. рис. 1). В каждой арке расположено по 14 пикапов (всего 224 пикапа во всем кольце). Данное количество пикапов было определено таким образом, чтобы на один период бета-функции приходилось не менее 4 пикапов, что дает подробную информацию о бета-функциях, так как горизонтальная и вертикальная частоты составляют 50,806 и 18,84 соответственно.

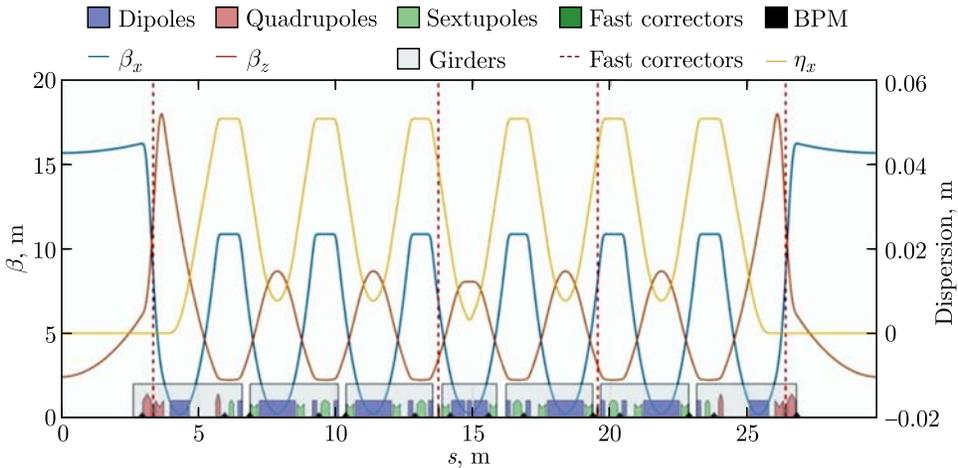


Рис. 1. Гирдеры, магнитные элементы и оптические функции на одном суперпериоде СКИФ

Каждый секступольный магнит (по 16 в арке и 256 во всем кольце) оснащен дополнительными катушками коррекции, которые могут создавать дипольную горизонтальную и вертикальную коррекции, нормальный квадруполь и скью-квадрупольную составляющую. Кроме того, есть 4 корректора, стоящих отдельно, которые будут использоваться как в системе быстрой коррекции орбиты, так и в системе медленной коррекции орбиты. Эти корректоры имеют дипольную компоненту коррекции по обеим координатам, а также скью-квадрупольную составляющую.

2. ДОПУСКИ ВЫРАВНИВАНИЯ МАГНИТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Элементы накопительного кольца будут устанавливаться на гирдеры (по 7 гирдеров в каждой арке). Предполагается, что гирдеры значительно ускорят процесс выравнивания элементов в накопительном кольце за счет предварительного выравнивания магнитных элементов на них. Таким образом, собранные гирдеры будут занесены в тоннель основного кольца и установлены друг против друга.

Точность современных геодезических лазерных трекеров достигает порядка 10 мкм на метр при рутинной работе. Если учесть, что наибольшее расстояние между элементами будет 6 м, то может оказаться, что ограничение точности позиционирования составит 80 мкм с небольшим запасом. В табл. 1 приведены соответствующие допуски на смещения гирдеров и магнитов и их поворот вокруг своей оси.

Таблица 1. Требования на допуски позиционирования элементов

Тип	δ_x , мкм	δ_y , мкм	δ_z , мкм	δ_φ , мрад
Гирдеры	80	80	150	0,2
Магниты	45	45	150	0,2

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТОЙ ОРБИТЫ И КОРРЕКЦИИ ОПТИКИ

С помощью опций MADX были смоделированы этапы коррекции орбиты, а затем коррекции оптики с учетом заданных допусков на позиционирование магнитных элементов и гирдеров. Коррекция проводилась за счет полей в дипольных корректорах, квадрупольных линзах, а также скью-квадрупольных корректорах. На практике для этого предполагается применять алгоритм LOCO, основанный на измеренной матрице отклика.

На первом этапе при выключенных секступолях орбита замыкалась и корректировалась с остаточными отклонениями, находившимися в пределах вероятных границ, показанных на рис. 2. По вертикали эти отклонения могут достигать ~ 100 мкм.

В полученных условиях было выполнено линейно-оптическое согласование, позволившее снизить биения бета-функций и отношение вертикального и горизонтального эмиттансов до уровней порядка 1–2%. На дальнейших этапах моделирования, с постепенным увеличением полей в секступолях, повторялась коррекция замкнутой орбиты и настройка линейной оптики. В результате отношение эмиттансов составило менее 5%. Однако после первого этапа коррекции динамическая апертура (ДА) значительно уменьшается: с 12 до 5 мм (см. рис. 3, слева). Этого результата недостаточно для дополнительного накопления пучка и реализации схемы top-up инъекции,

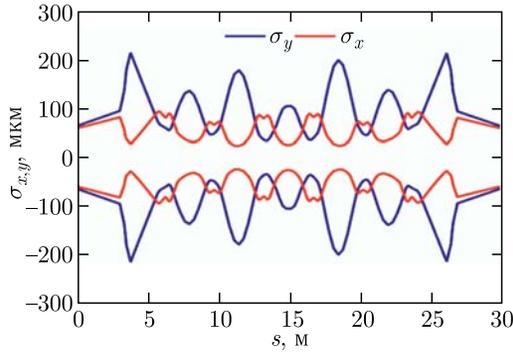


Рис. 2. Среднеквадратичные значения пределов остаточной орбиты на одном суперпериоде (1/16-я кольца)

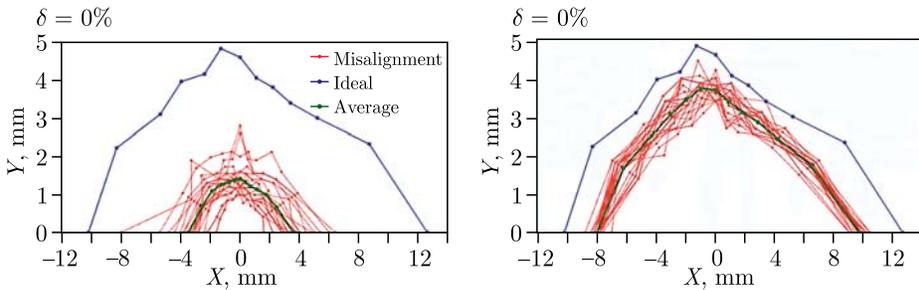


Рис. 3. Поперечная ДА после первого этапа глобальной коррекции (слева) и после локальной коррекции элементов матрицы отклика (справа)

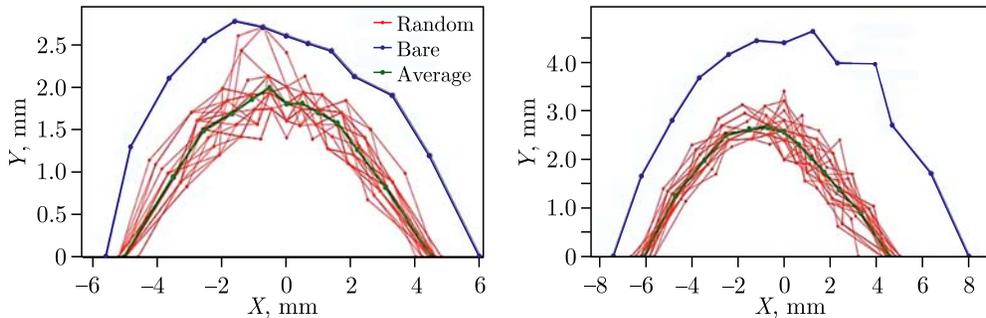


Рис. 4. ДА для частиц с неравновесной энергией ($\delta = -3\%$ слева, $\delta = +3\%$ справа) после коррекции случайных ошибок выставки

в которой, в случае накопителя СКИФ, требуется минимальная остаточная ДА около 7 мм. Для увеличения остаточной ДА СКИФ необходимо корректировать локальные элементы матрицы отклика по всему кольцу. Результат такой коррекции показан на рис. 3, справа.

После финальной коррекции с полученным среднеквадратичным значением замкнутая орбита составляет около 100 мкм, ДА частиц с неравновесной энергией с $\delta = \pm 3\%$ на рис. 4 обеспечивает захват пучка из бустера с расчетным разбросом

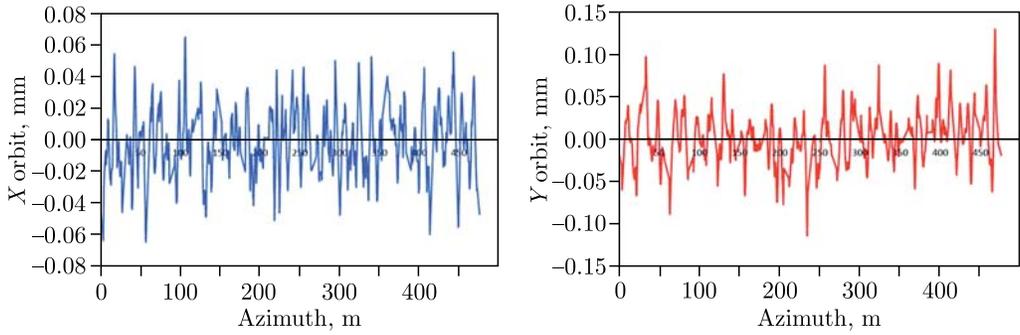


Рис. 5. Финальные возмущения замкнутой орбиты при моделировании глобальной коррекции оптики

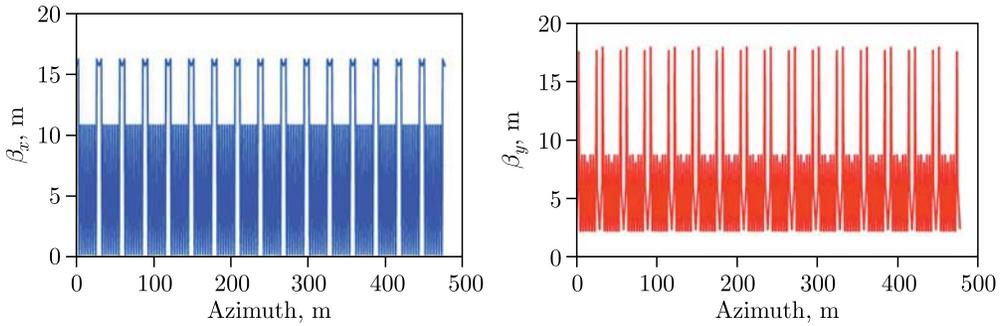


Рис. 6. Окончательный вид бета-функций при моделировании глобальной коррекции оптики

энергии. Кроме того, такая апертура позволит обеспечить время жизни пучка по Тушеку ~ 10 ч.

Пример остаточных искажений орбиты и вид бета-функций, полученных в результате моделирования процедуры глобальной коррекции, показаны на рис. 5 и 6.

Отметим, что возмущения бета-функций после глобальной коррекции довольно малы. Это важно для применимости теории линейно-разностного резонанса связи, которая по существу является теорией возмущений первого приближения.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ

По причине того, что глобальная коррекция имеет конечную точность, это может не привести к желаемому результату с точки зрения отношения эмиттансов. Рассмотрим влияние остаточных возмущений на возбуждение бетатронной связи. Основными источниками линейной связи в СКИФе являются искажения вертикальной орбиты Δy в секступолях, а также неконтролируемые наклоны квадрупольных линз на углы $\varphi \ll 1$. Комплексный коэффициент связи, характеризующий силу линейного разностного резонанса, определяется как [7]

$$k = \frac{1}{2\pi} \int_0^C K_s(s) \sqrt{\beta_x \beta_y} \exp(i[\psi_x - \psi_y - (Q_x - Q_y - q)2\pi s/C]) ds. \quad (1)$$

Здесь $\psi_{x,y}$ и $\beta_{x,y}$ — набег бета-фаз и соответствующие амплитудные функции; C — периметр кольца; $K_s = H''\Delta y$ — возмущение поля, зависящее от силы секступолей $H'' = (1/H\rho)\partial^2 H_x/\partial x^2$ или от наклонов квадрупольных линз: $K_s \approx 2\varphi(1/H\rho)\partial H_y/\partial x$ ($H\rho$ — магнитная жесткость). В соответствии с теорией линейного разностного резонанса установившееся отношение вертикального и горизонтального эмиттансов равно

$$\varepsilon_y/\varepsilon_x = \frac{|k|^2}{|k|^2 + \Delta^2}. \quad (2)$$

В СКИФе параметр $\Delta = Q_x - Q_y - q$ — отстройка от резонанса: $q = 32$, $\Delta = -0,034$. В линейной теории сумма эмиттансов сохраняется (ε_{x0} — горизонтальный эмиттанс в отсутствие связи): $\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_{x0}$, и

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{x0} \frac{|k|^2}{2|k|^2 + \Delta^2}, \quad \varepsilon_x = \varepsilon_{x0} \frac{|k|^2 + \Delta^2}{2|k|^2 + \Delta^2}. \quad (3)$$

Влияние связи на вертикальный размер пучка дополняется появлением вертикальной дисперсии $\eta_y(s)$, которая также определяется через K_s [7].

На рис. 7 представлена зависимость модуля коэффициента связи от разброса орбитального отклонения от оси в секступольных линзах, усредненная по 100 случайным выборкам с гауссовым распределением. Синяя кривая (1) — расчет по формуле (1), красная (2) была получена численным моделированием (модель 2), в котором были найдены возмущенные частоты собственных поперечных мод Q_1 и Q_2 :

$$|k| = \sqrt{(\{Q_1\} - \{Q_2\})^2 - \Delta^2}, \quad (4)$$

где $\{Q_{1,2}\}$ — нецелая часть.

Зависимость $\{Q_1\} - \{Q_2\}$ в той же серии численных расчетов по модели 2 представлена на рис. 8. Эта величина характеризует степень «расщепления» собственных частот, которую можно наблюдать экспериментально. При варьировании распределенной поправки «нормального» градиента можно измерить минимальное значение «расщепления», равное модулю коэффициента связи: $\min(\{Q_1\} - \{Q_2\}) = |k|$ ($\Delta = 0$).

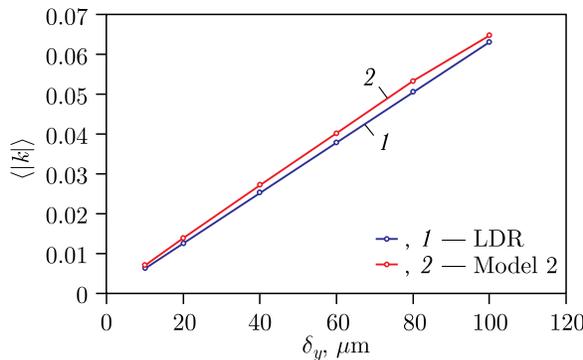


Рис. 7 (цветной в электронной версии). Модуль коэффициента связи, усредненный по 100 выборкам, в зависимости от вертикального разброса орбитальных искажений в секступолях

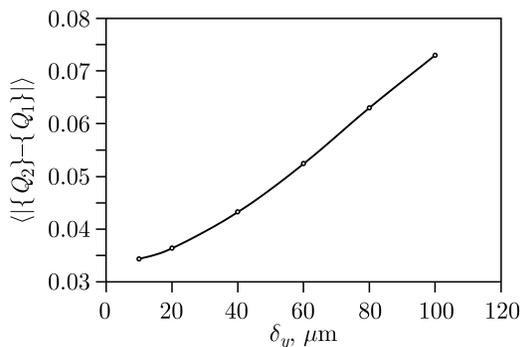


Рис. 8. Разность между нецелыми частями собственных частот в зависимости от орбитального смещения разброса по секступолям (модель 2)

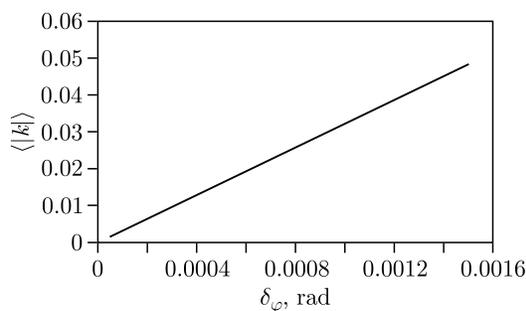


Рис. 9. Модуль коэффициента связи, усредненный по 100 выборкам, в зависимости от разброса углов наклона квадруполей

На рис. 9 представлена зависимость, аналогичная рис. 1, но источниками связи являются неконтролируемые наклоны квадруполей в СКИФ. Из сравнения зависимостей на рис. 7 и 9 можно сделать предварительный вывод о том, что основной вклад в вертикальный эмиттанс пучка в накопителе СКИФ, скорее, будут давать искажения вертикальной орбиты в секступолях. Действительно, критический уровень $|k| \sim \Delta \sim 10^{-1}$ достигается уже при $\delta_y \approx 20$ мкм, а задача состоит в корректировке орбиты хотя бы до 40 мкм.

При этом указанный уровень связи возникнет, если магнитные блоки СКИФ будут выровнены по углу наклона с точностью $\delta_\varphi \approx 3 \cdot 10^{-4}$, при плановой точности $2 \cdot 10^{-4}$. Аналогичный вывод можно сделать и относительно вкладов двух указанных типов ошибок юстировки магнитов в вертикальную дисперсию. При 40-микронной точности коррекции орбиты в секступоле соответствующие возмущения возбуждают вертикальную дисперсию около 4 мм, что в несколько раз превышает аналогичный вклад ошибки 10^{-4} углового выравнивания линз.

Влияние вертикальных искажений орбиты в секступолях на поперечные эмиттансы, рассчитанные с использованием теории линейного разностного резонанса, MADX и модели 2, показано на рис. 10. При разбросе ~ 10 мкм численное моделирование дает $\varepsilon_y = 2$ пм, что близко к номинальному значению для обеспечения высокой яркости СКИФ. Сравнение результатов MADX, модели 2 и теории LDR иллюстрируется

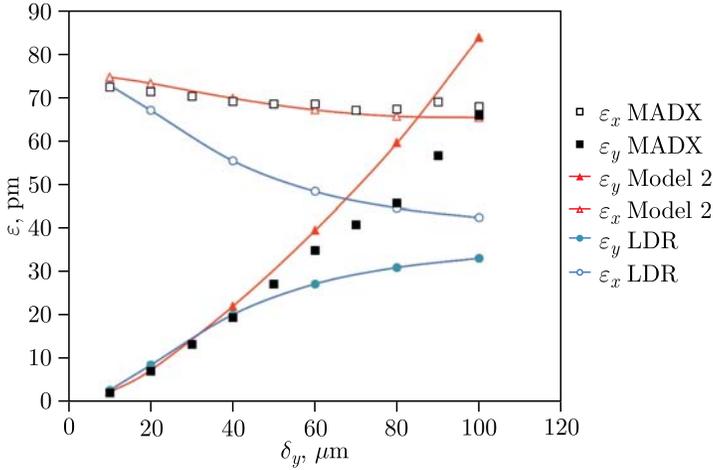


Рис. 10 (цветной в электронной версии). Вертикальный и горизонтальный эмиттансы в зависимости от разброса вертикальных отклонений орбиты в секступолях, рассчитанные разными способами по 100 случайным выборкам возмущений

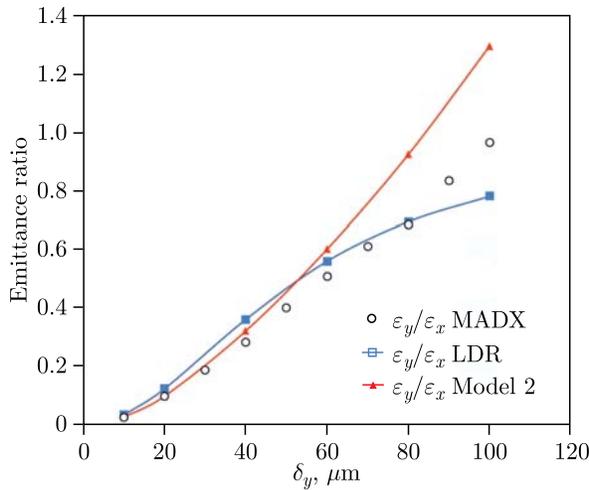


Рис. 11. Сравнение результатов численного моделирования с точки зрения отношения поперечных эмиттансов

зависимостью отношения эмиттансов от величины возмущений (рис. 11). Если разброс искажений орбиты в секступолях не превышает 50–60 мкм, то данные хорошо согласуются.

По масштабу возмущений, ограниченному точностью коррекции орбиты, можно отметить сходство результатов, полученных, с одной стороны, путем детального численного моделирования, а с другой, на основе теории линейного разностного резонанса. Необходимо уменьшить модуль коэффициента связи k , который при 40-микронных отклонениях орбиты в секступолях может достигать сотых долей. Это может иметь практическое значение для достижения максимальной яркости пучка СКИФ, так как

$|k|$ является обычной измеряемой характеристикой. Помимо требования уменьшить $|k|$, добавляется необходимость минимизировать вертикальную дисперсию, которая также легко измеряется и отвечает за прямое возбуждение вертикальных колебаний квантовыми флуктуациями.

Ниже описывается метод минимизации как коэффициента связи, так и вертикальной дисперсии, основанный на EVD (Eigen Vector Decomposition, разложении по собственным векторам), и результаты численного моделирования его применения. Предполагается, что его можно применять после основного этапа глобальной коррекции — получения замкнутой орбиты, минимизации ее искажений и минимизации биений бета-функций как упрощенного дополнения к методу на основе LOCO.

5. МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ ОБОБЩЕННОЙ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ EVD

Предлагаемый подход заключается в нахождении решения для множества градиентов скью-квадрупольных корректоров $\mathbf{G} = \{G_j\}$ из условия минимума суммы квадратов результирующей вертикальной дисперсии на азимутах ее измерения при одновременном обеспечении заданных значений действительной и мнимой частей коэффициента связи k_c , сгенерированного этими поправками.

Обозначим через $A = \{a_{ij}\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, M$, матрицу откликов вертикальной дисперсии в N точках измерения на приложенную силу M скью-квадрупольей: $\boldsymbol{\eta}_c = \{\eta_i\}_c = A\bar{\mathbf{G}}$, $i = 1, 2, \dots, N$.

В итерационном подходе матрица A может быть определена через параметры невозмущенной структуры:

$$a_{ij} = -\eta_x^{(j)} \frac{\sqrt{\beta_y^{(i)} \beta_y^{(j)}}}{2 \sin \pi Q_y} \frac{l_j}{HR} \cos(\psi_y^{(i)} - \psi_y^{(j)} - \pi Q_y), \quad (5)$$

где $\psi_y^{(i,j)}$ — набег вертикальной бетатронной фазы; l_j — длина j -го скью-корректора; $\eta_x^{(j)}$ — величина горизонтальной дисперсии. Пусть матрица $B = \{b_{mj}\}$ ($m = 1, 2$, $j = 1, 2, \dots, M$) описывает вклад поправки в ширину линейного резонанса связи:

$$\mathbf{k}_c = \left\{ \begin{array}{c} \text{Re } \mathbf{k} \\ \text{Im } \mathbf{k} \end{array} \right\}_c = B\mathbf{G}, \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} b_{1j} \\ b_{2j} \end{array} \right\} = \frac{\sqrt{\beta_x^{(j)} \beta_y^{(j)}}}{2\pi} \frac{l_j}{H\rho} \left\{ \begin{array}{c} \cos \\ \sin \end{array} \right\} \left[\psi_x^{(j)} - \psi_y^{(j)} - (Q_x - Q_y - q)\theta_j \right].$$

Измеренная вертикальная дисперсия обозначается вектором $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, N$), а целевое значение коэффициента связи равно \mathbf{k} . Задача состоит в том, чтобы найти минимум функции $(\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}_c)^T \cdot (\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}_c)$ при условии $\mathbf{k}_c + \mathbf{k} = 0$. Для этого введем вектор, состоящий из множителей Лагранжа $\mathbf{L} = \{L_m\}$, $m = 1, 2$. В наших обозначениях получаем систему уравнений для $M + 2$ неизвестных (\mathbf{G} и \mathbf{L}):

$$2(A^T A \mathbf{G} + A^T \boldsymbol{\eta}) + \mathbf{L}^T B = 0, \quad B\mathbf{G} + \mathbf{k} = 0. \quad (7)$$

Решение для G можно искать, например, используя разложение по базису собственных векторов U_j симметричной матрицы $A^T A$:

$$G = \sum_{j=1}^M c_j U_j, \quad A^T A G = \sum_{j=1}^M c_j \lambda_j U_j, \quad (8)$$

где собственные числа λ_j действительные, так как матрица $A^T A$ эрмитова. Из условия ортонормированности собственных векторов получаем уравнение для коэффициентов

$$c_n = -\frac{1}{2\lambda_n} (2U_n^T A^T \eta + U_n^T L^T B) = f_n(L_1, L_2). \quad (9)$$

Используя данное соотношение, мы в итоге приходим к системе из двух уравнений

$$B \sum_{j=1}^M f_j(L_1, L_2) U_j + \mathbf{k} = 0 \quad (10)$$

для определения двух множителей Лагранжа. Выражения (8), (9) и (10) вместе определяют решение нашей задачи, если найдены указанные собственные значения и ортонормированные собственные векторы. Матрица $A^T A$ может оказаться плохо обусловленной, что выражается в большом значении отношения максимального собственного значения к минимальному: ($\lambda_{\max}/\lambda_{\min} \gg 1$). Это приводит к некорректным решениям из-за конечной точности вычислений и ошибок в исходных данных. Поэтому при суммировании в (1) последовательности собственных векторов с убывающими собственными значениями эту последовательность следует «усекать», исключая вклад векторов с малыми собственными значениями, чтобы уменьшить погрешность.

6. ДВЕ СИСТЕМЫ КОРРЕКЦИИ

Для моделирования принята описанная ниже конфигурация источников возмущений, скуль-квадрупольных корректоров, а также пикап-станций. В каждой из 16 секций МВА (Multi-Bend-Achromat) СКИФ установлено по 32 спаренных (запитанных в каждой паре от одного источника) секступольных магнита. Эти магниты также имеют парные скуль-квадрупольные катушки. Если рассматривать каждую пару секступолей как отдельный элемент, то всего таких элементов в областях с дисперсией, содержащих одинаковое количество корректоров связи, 256. В моделировании мы используем каждый второй такой корректор. Для простоты датчики в модели размещены посередине каждой из этих пар корректоров, что несколько отличается от их проектного размещения (см. рис. 1). Значения вертикальной дисперсионной функции относятся к соответствующим азимутам. Обозначим как DS выбранную систему из 128 корректоров с ненулевой горизонтальной дисперсией в МВА. К этой системе добавим систему из 32 скуль-квадруполей в 16 бездисперсионных секциях — по две на каждую. Эти корректоры располагаются в начале и в конце каждого такого раздела, который мы обозначаем как NDS. Их азимуты отмечены на рис. 1 вертикальными пунктирными линиями. Таким образом, построенная модель содержит 128 точек измерения

вертикальной дисперсии и две выбранные скью-квадрупольные системы коррекции. Первая система (DS) из 128 корректоров влияет как на мощность линейного разностного резонанса (изменение вертикального и горизонтального эмиттансов), так и на вертикальную дисперсию. Вторая система (NDS) из 32 корректоров может изменять только эмиттансы.

7. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРЕКЦИИ СВЯЗИ В МВА-СЕКЦИЯХ

Согласно данным о невозмущенной магнитной структуре (на практике их можно уточнить по реальным значениям токов в катушках магнитов и линз) рассчитываются матрицы отклика A и B . Далее определяются 128 собственных значений и 128 ортонормированных собственных векторов матрицы $A^T A$. В рассматриваемой модели матрица $A^T A$ оказывается плохо обусловленной. Если последовательность λ_n отсортирована так, что $\lambda_n < \lambda_{n+1}$, то она начинается с отрицательных значений $\sim 10^{-11}$ и заканчивается двумя положительными значениями $\sim 10^5$. Остальные собственные значения имеют порядок от 10^{-12} до 10^{-11} по абсолютной величине.

Мы использовали два метода для усечения последовательности задействованных собственных векторов. В первом способе этой последовательности соответствовало выбранное число $\mu \ll 128$ членов убывающего ряда положительных значений λ_n : $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_\mu$. Во втором сортировка была следующая: $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_\mu|$. Рис. 8 иллюстрирует эффективность этих методов.

Можно сделать вывод, что в обоих случаях предложенный алгоритм обобщенной коррекции уже на первой итерации позволяет значительно уменьшить вертикальный эмиттанс. В частности, при его начальном значении, сравнимом с горизонтальным эмиттансом (40 пм против 70 пм, как в данном случае на рис. 12), он уменьшается почти на порядок при $\mu < 10$. Второй способ становится регулярным при увеличении μ , при этом первый выглядит так на всей исследуемой области. С помощью этого метода были получены данные табл. 2, демонстрирующие качество коррекции для разных выборок случайных возмущений.

Во всех случаях линейный разностный резонанс компенсируется практически полностью, так как в алгоритм включено условие $|\mathbf{k}_c + \mathbf{k}| \approx 0$.

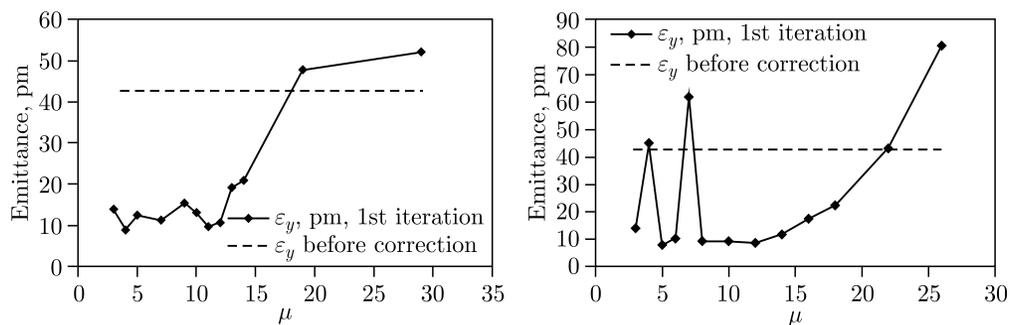


Рис. 12. Зависимость вертикального эмиттанса после первой корректирующей итерации от предельного параметра μ для первого (слева) и второго (справа) способов усечения

Таблица 2. Примеры моделирования обобщенной коррекции связи с помощью скью-квадрупольей в МВА с $\delta y = 40$ мкм во всех случаях

Выборка	Начальное отношение ϵ_y/ϵ_x , пм	Начальный $ k $	Итерация	Конечное отношение ϵ_y/ϵ_x , пм
1	42,64/69,42	0,0285	1	8,83/75,42
			2	4,06/75,51
			3	3,07/75,50
2	23,52/66,38	0,0349	1	5,85/76,12
3	32,02/63,18	0,0463	1	5,28/75,39
4	22,20/70,68	0,0244	1	11,77/75,54
			2	4,60/75,57
			3	3,06/75,57
5	21,33/72,78	0,0152	1	7,49/75,39
			2	3,04/75,41
			3	1,86/75,39

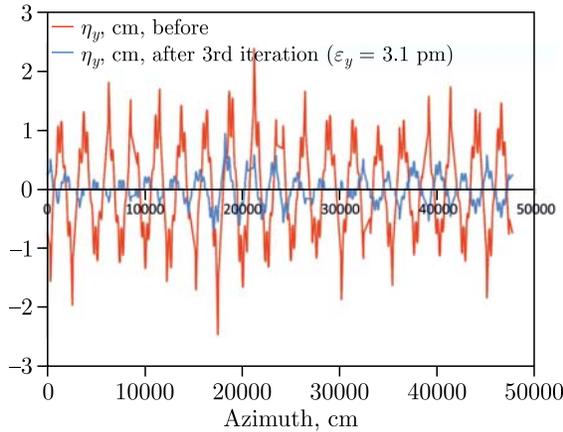


Рис. 13. Вертикальная дисперсия до коррекции и после третьей итерации

Это выражается во взаимном сближении частот Q_1 и Q_2 нормальных мод. Их разность $|Q_1 - Q_2|$ может стать даже немного меньше исходной невозмущенной расстройки $|Q_x - Q_y|$. В то же время вертикальная дисперсия уменьшается до значений менее 1 мм (рис. 13).

В любом случае линейная разница резонанса почти полностью компенсируется при включении условия $|\mathbf{k}_c + \mathbf{k}| \approx 0$ в алгоритм.

Несмотря на то, что исследуемый алгоритм в варианте с применением скью-квадрупольных корректоров на разделах МВА показывает в целом хорошие результаты, отметим одну особенность, определившую необходимость его усовершенствования. На рис. 10 красным цветом показано распределение силы корректоров для третьей выборки ошибок из табл. 1.

Видно, что для большой группы корректоров градиент составляет менее 0,02 кГц/см. В других это значение заметно выше. В третьем от начала азимута градиент достигает значения 0,16 кГц/см, что превышает расчетный предел ~ 50 Гц/см.

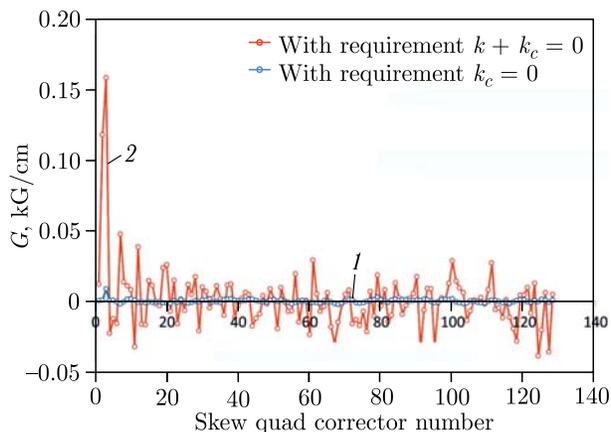


Рис. 14 (цветной в электронной версии). Распределение силы корректоров в двух вариантах применения алгоритма обобщенной минимизации связи

Аналогичная картина оказалась типичной и при моделировании коррекции по описанному выше алгоритму. Для изучения такой особенности вводится требование вносить нулевой поправочный вклад в величину резонанса связи, а не компенсировать его. Тогда полученное решение содержит градиенты очень малого значения ≤ 10 Гс/см (линия синего цвета (1) на рис. 14). В связи с этим было предложено применять комбинированную коррекцию, состоящую из корректоров на участках MBA (DS) и корректоров на бездисперсионных участках (NDS).

8. КОМБИНИРОВАННАЯ КОРРЕКЦИЯ

Система из 32 корректоров в бездисперсионных участках разделена на две подсистемы. Одна включает скью-квадруполь в начале каждой секции, а другая — в ее конце. Величина градиента поля во всех корректорах подсистемы одинакова. Это соответствует двум степеням свободы при коррекции комплексного коэффициента связи \mathbf{k} . При этом коррекция DS на участках MBA требуется для минимизации вертикальной дисперсии с условием либо оставить значение \mathbf{k} неизменным, либо не учитывать второе уравнение в системе (1). Такой подход снижает нагрузку на порядок в тех корректорах DS, в которых при использовании только этой системы для обобщенной коррекции градиенты достигали 100 Гс/см и выше.

На рис. 15 кривая с крестиками описывает зависимость вертикального эмиттанса от степени компенсации (полная компенсация соответствует единице) резонанса связи скью-квадрупольной системой коррекции в бездисперсионных областях (NDS). Фаза комплексного коэффициента связи от этой поправки подгоняется точно к аналогичной фазе исходных возмущений со сдвигом на 180° . При полной компенсации линейного разностного резонанса градиенты поля в подсистемах NDS составляют 3,8 и 10,2 Гс/см для заданной реализации случайных вертикальных отклонений орбиты в секступолях с разбросом 40 мкм.

Две другие сплошные кривые на рис. 15 соответствуют комбинации NDS для коррекции резонанса и DS для коррекции вертикальной дисперсии: в первом случае

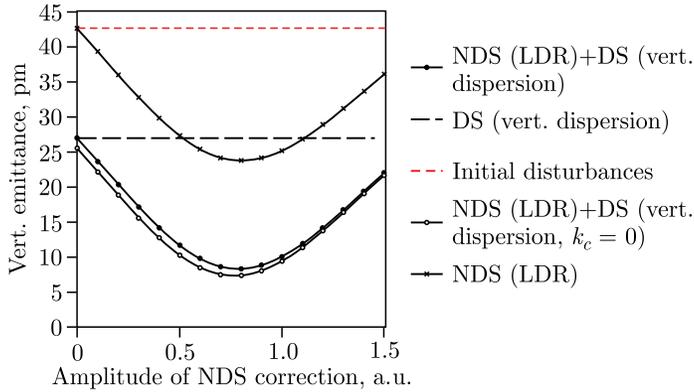


Рис. 15. Вертикальный эмиттанс в зависимости от степени компенсации линейного резонанса связи (LDR) системой 32 скью-квадруполь в б/д-промежутках (NDS) в различных сочетаниях с коррекцией вертикальной дисперсии 128 скью-квадрупольями в MBA-секциях (DS). Все варианты относятся к случаю одной (первой) итерации

в условиях, когда первая итерация была сделана для минимизации вертикальной дисперсии без учета влияния на линейный разностный резонанс связи (темные кружки), во втором — минимизация дисперсии с помощью DS одновременно включает в себя обнуление их вклада в мощность линейного резонанса: $k_c = 0$ (светлые кружки).

Штриховые линии — уровни эмиттанса до коррекции, а также в случае, когда корректируется только вертикальная дисперсия, а NDS не используется.

Из сравнения кривых следует, что комбинированная коррекция предпочтительнее, а наложение требования $k_c = 0$ на корректоры DS улучшает ее качество.

9. ОБСУЖДЕНИЕ

Возмущения в виде вертикальных смещений орбиты во всех парных секступолях генерируются случайным образом с гауссовым распределением. Строго говоря, такое моделирование не вполне точно отражает реальность, так как не учитывает замыкание возмущенной орбиты и, следовательно, корреляцию возмущений (аналогичное явление рассматривалось в [8] применительно к спиновым возмущениям). В то же время логично предположить наличие механических случайных вертикальных смещений секступольных магнитов порядка нескольких десятков микрометров, не вносящих существенного вклада в орбитальные искажения и, следовательно, нарушающих корреляцию рассматриваемых возмущений.

Вертикальная дисперсия и коэффициент связи являются входными параметрами в описываемом обобщенном методе коррекции. Дисперсия измеряется по смещениям орбиты при изменении частоты ВЧ-системы ускорителя. Модуль $|k|$ измеряется по минимально достижимому расщеплению бетатронных частот. В этом случае фаза комплексного коэффициента связи остается неизвестной, и тогда ее необходимо выбирать по эффекту коррекции. Разработка методов определения фазы k желательна, но они не исключают ошибок, поэтому можно предположить, что в реальном эксперименте в любом случае потребуется итерационное применение методов.

В определенной степени влияние ошибок в нашем модельном подходе уже учтено. Действительно, матрица отклика A находится относительно невозмущенной структуры, хотя будет точнее, если ее вычислить в структуре с внесенными возмущениями (смещениями орбит в секступолях и наклонами квадрупольей).

Из-за менее жесткого требования к отношению эмиттансов рассматриваемый метод обобщенной коррекции связи можно опробовать как относительно простое дополнение к более сложным и глобальным подходам, таким как LOCO. Показано, что предпочтительным вариантом является комбинация системы коррекции скью-квадруполья в секциях МВА (коррекция вертикальной дисперсии без вклада в комплексный коэффициент связи) и системы из 32 скью-квадрупольей в секциях нулевой дисперсии (компенсация резонанса связи). За одну итерацию в оптимальном варианте комбинированной коррекции вертикальный эмиттанс, изображенный на рис. 9, уменьшился примерно в 6 раз — с 42 до 7 пм. Значения градиентов в скью-квадрупольных корректорах не превышают нескольких десятков гаусс на сантиметр.

Результаты из табл. 2 показывают, что после, например, трех итераций метода вертикальный эмиттанс может быть уменьшен до 1–3 пм. В условиях СКИФ этого вполне достаточно для генерации пространственно-когерентных фотонов с энергиями в кэВ-диапазоне при очень высокой яркости. Кроме того, отметим, что дальнейшее уменьшение вертикального эмиттанса, по предварительным оценкам, может привести к уменьшению яркости из-за многократного эффекта Тушека.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда и правительства Новосибирской области Российской Федерации. Также данная работа выполнялась в рамках бюджетного проекта установки синхротронного излучения СКИФ Института катализа им. Г. К. Борескова.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Safranek J.* Experimental Determination of Storage Ring Optics Using Orbit Response Measurements // Nucl. Instr. Meth. A. 1997. V. 388. P. 27–36.
2. *Leshenok D., Baranov G. N., Levichev E. B., Nikitin S. A.* // Proc. of IPAC 2021. P. 383–386.
3. *Никитин С. А., Протопопов И. Я.* Препринт ИЯФ им. Г. И. Будкера СО РАН 1999-44. Новосибирск, 1999.
4. *Edwards D. A., Teng L. C.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1977. V. 20, No. 3. P. 885–889.
5. *Жолениц А. А.* Расчет параметров пучка в электрон-позитронных накопителях со связью колебаний. Препринт ИЯФ СО АН СССР 78-51. Новосибирск, 1978.
6. *Guignard G.* LEP-70/75. 1978.
7. Handbook of Accelerator Physics and Engineering / Eds. A. Chao, M. Tigner. World Sci., 1998.
8. *Bogomyagkov A. V., Nikitin S. A., Shamov A. G.* Influence of the Vertical Closed Orbit Distortions on Accuracy of the Energy Calibration Done by Resonant Depolarization Technique // Proc. of RUPAC 2006. Novosibirsk, 2006; <https://accelconf.web.cern.ch/r06/PAPERS/MOAP02.PDF>.