ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

# РЕДКИЕ РАСПАДЫ НЕЙТРАЛЬНЫХ *В*-МЕЗОНОВ НА ЧЕТЫРЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛЕПТОНА В СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ

*А. В. Данилина*<sup>*а, б, 1*</sup>, *Н. В. Никитин*<sup>*а, б, в, г, 2*</sup>

<sup>а</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

<sup>6</sup> Курчатовский комплекс теоретической и экспериментальной физики

Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Москва <sup>в</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

<sup>г</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

В рамках Стандартной модели были получены теоретические предсказания для парциальной ширины и дифференциальных характеристик распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ . Учитывались вклады  $\rho^0(770)$ - и  $\omega(782)$ -резонансов; основные вклады четырех векторных  $c\bar{c}$ -резонансов:  $\psi(3770), \psi(4040), \psi(4160)$  и  $\psi(4415)$ ; вклады «хвостов» от резонансов  $J/\psi$  и  $\psi(2S)$ ; нерезонансный вклад  $b\bar{b}$ -пар, тормозное излучение и вклад слабой аннигиляции. Мы используем модель векторной доминантности (VMD) для расчета вкладов резонансов.

In the framework of the Standard Model we present new theoretical predictions for the branching ratio and differential distributions for the  $B_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  decay. In our consideration we take into account the  $\rho^0(770)$  and  $\omega(782)$  — resonance contributions; the main contributions of four charmonium resonances:  $\psi(3770)$ ,  $\psi(4040)$ ,  $\psi(4160)$  and  $\psi(4415)$ ; "tails" contributions from  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  resonances; non-resonant contribution of the  $b\bar{b}$ -pairs, bremsstrahlung and the contribution of the weak annihilation. We use the model of vector meson dominance (VMD) for calculation of resonances contributions.

PACS: 11.10.-z; 12.20.-m; 12.38.-t

#### введение

Исследование четырехлептонных распадов нейтральных *В*-мезонов является одним из основных методов проверки предсказаний Стандартной модели (СМ) в высших порядках теории возмущений. Из структуры лагранжиана, описывающего взаимодействие кварков с калибровочными бозонами и бозоном Хиггса, следует, что в СМ в первом порядке теории возмущений запрещены нейтральные токи, меняющие аромат (FCNC). Нейтральные токи, меняющие аромат кварков, могут идти

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>E-mail: anna.danilina@cern.ch

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>E-mail: Nikolai.Nikitine@cern.ch

в СМ в высших порядках теории возмущений за счет петлевых поправок. Примерами FCNC-процессов являются распады нейтральных *B*-мезонов. Данная работа посвящена исследованию распадов нейтральных *B*-мезонов на четыре легких заряженных лептона разного аромата в конечном состоянии, в частности, сверхредкому распаду  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ . В настоящее время для характеристик данного распада существует два теоретических предсказания [1,2]. Экспериментальное исследование сверхредких распадов нейтральных *B*-мезонов в последние 10 лет проводится на LHC [3–5].

### 1. АМПЛИТУДЫ РАСПАДА $ar{B}_d o \mu^+ \mu^- e^+ e^-$

В амплитуду распада  $\bar{B}_d(p) \rightarrow \mu^+(k_1)\mu^-(k_2)e^+(k_3)e^-(k_4)$  дают вклад шесть основных видов диаграмм. Первый из них соответствует ситуации, когда виртуальный фотон испускается валентным  $\bar{d}$ -кварком  $\bar{B}_d$ -мезона в одном канале по четырехимпульсу, а в другом происходит образование лептонной пары за счет FCNC (рис. 1).

Второй вид диаграмм относится к аналогичным процессам для *b*-кварка. В этом случае виртуальный фотон излучается валентным *b*-кварком  $\bar{B}_d$ -мезона. Диаграммы, отвечающие данным процессам, показаны на рис. 2.

Третий и четвертый вид диаграмм — «пингвинные» диаграммы, возникающие за счет вкладов  $u\bar{u}$ - и  $c\bar{c}$ -пар, показаны на рис. 3. Исходя из общего вида гамильтониана для FCNC-перехода  $b \rightarrow q\ell^+\ell^-$ , амплитуду, соответствующую процессам испускания виртуального фотона d-кварком и вкладам  $u\bar{u}$ -,  $c\bar{c}$ - и  $b\bar{b}$ -пар, можно представить



Рис. 1. Диаграммы, соответствующие излучению виртуального фотона d-кварком  $B_d$ -мезона



Рис. 2. Диаграммы, соответствующие излучению виртуального фотона b-кварком  $\bar{B}_d$ -мезона



Рис. 3. Диаграммы вида «пингвин», отвечающие петлевым вкладам с- и и-кварков

в следующем виде:

$$\mathcal{M}_{fi}^{(1234)} = i \sqrt{2} G_F \alpha_{em}^2 V_{tb} V_{ts}^* M_1 \times \\ \times \left[ \left[ -\frac{a^{(VV)}}{M_1^2} \varepsilon_{\mu\alpha kq} - i b^{(VV)} g_{\mu\alpha} + 2i \frac{c^{(VV)}}{M_1^2} q_\alpha k_\mu \right] j^\mu (k_2, k_1) J^\alpha (k_4, k_3) + \right. \\ \left. + \left[ -\frac{a^{(VA)}}{M_1^2} \varepsilon_{\mu\alpha kq} - i b^{(VA)} g_{\mu\alpha} + 2i \frac{c^{(VA)}}{M_1^2} q_\alpha k_\mu + i \frac{g^{(VA)}}{M_1^2} k_\mu k_\alpha \right] j^\mu (k_2, k_1) J^{\alpha 5} (k_4, k_3) + \right. \\ \left. + \left[ -\frac{a^{(AV)}}{M_1^2} \varepsilon_{\mu\alpha kq} - i b^{(AV)} g_{\mu\alpha} + 2i \frac{c^{(AV)}}{M_1^2} q_\alpha k_\mu + i \frac{d^{(AV)}}{M_1^2} q_\mu k_\alpha \right] j^{\mu 5} (k_2, k_1) J^\alpha (k_4, k_3) + \right. \\ \left. + \left[ -\frac{a^{(AA)}}{M_1^2} \varepsilon_{\mu\alpha kq} - i b^{(AA)} g_{\mu\alpha} + 2i \frac{c^{(AA)}}{M_1^2} q_\alpha k_\mu + i \frac{d^{(AA)}}{M_1^2} k_\mu k_\alpha \right] j^{\mu 5} (k_2, k_1) J^{\alpha 5} (k_4, k_3) \right],$$

где  $M_1$  — масса  $B_d$ -мезона, четырехимпульсы заданы равенствами  $q = k_1 + k_2$  и  $k = k_3 + k_4$ . Выражения для токов определяются как

$$j^{\mu}(k_2, k_1) = \bar{\mu}(k_2) \gamma^{\mu} \mu(-k_1), \qquad J^{\alpha}(k_4, k_3) = \bar{e}(k_4) \gamma^{\alpha} e(-k_3);$$
  
$$j^{\mu 5}(k_2, k_1) = \bar{\mu}(k_2) \gamma^{\mu} \gamma^5 \mu(-k_1), \qquad J^{\alpha 5}(k_4, k_3) = \bar{e}(k_4) \gamma^{\alpha} \gamma^5 e(-k_3).$$

Формфакторы

$$\begin{aligned} a^{(IJ)} &\equiv a^{(IJ)}(x_{12}, x_{34}), \quad b^{(IJ)} \equiv b^{(IJ)}(x_{12}, x_{34}), \quad c^{(IJ)} \equiv c^{(IJ)}(x_{12}, x_{34}), \\ d^{(IJ)} &\equiv d^{(IJ)}(x_{12}, x_{34}) \quad \text{H} \quad g^{(IJ)} \equiv g^{(IJ)}(x_{12}, x_{34}) \end{aligned}$$

безразмерны, где  $IJ = \{VV, VA, AV, AA\}; x_{12} = q^2/M_1, x_{34} = k^2/M_1$ . В данной статье в силу громоздкости явный вид данных функций не приводится.

Пятый вид диаграмм относится к тормозному излучению, когда виртуальный фотон испускается лептоном в конечном состоянии (рис. 4).

В качестве примера амплитуды процесса тормозного излучения следующего, дающего вклад в амплитуду распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ , можно привести выражение, описывающее вклад  $\mu^+ \mu^-$ -пары, испускаемой электроном и позитроном в конечном состоянии:

$$\mathcal{M}_{fi}^{(\mu)} = i\sqrt{2} G_F \,\alpha_{\rm em}^2 \, V_{tb} \, V_{ts}^* \left( \overline{\mu}(k_2) \gamma^{\mu} \mu(-k_1) \right) \times \\ \times \left[ i \, d^{(VP)}(x_{12}, \, x_{123}, \, x_{124}) \, k_{\mu} \left( \overline{e}(k_4) \gamma^5 e(-k_3) \right) + \right. \\ \left. + f^{(VT)}(x_{12}, \, x_{123}, \, x_{124}) \, \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \, p^{\nu} \left( \overline{e}(k_4) \gamma^{\alpha} \gamma^{\beta} e(-k_3) \right) \right].$$
(2)

Аналогичное выражение для описания вклада  $e^+e^-$ -пары, испускаемой  $\mu^+$  и  $\mu^-$  в конечном состоянии, получается заменой в выражении (2) мюонных масс на электронные в формфакторах  $d^{(VP)}$  и  $f^{(VP)}$ .



Рис. 4. Диаграммы, соответствующие излучению виртуального фотона одним из лептонов в конечном состоянии

Шестой вид диаграмм соответствует вкладу  $u\bar{u}$ - и  $c\bar{c}$ -пар, связанному с процессами слабой аннигиляции (рис. 5).

Учет вклада процессов слабой аннигиляции дает следующую амплитудную структуру:

$$\mathcal{M}_{fi}^{(WA)} = i \frac{32\sqrt{2}}{3\pi} \frac{G_F}{M_1^3} \alpha_{\rm em}^2 \left( V_{ub} \, V_{ud}^* + V_{cb} \, V_{cd}^* \right) \, a_1(\mu) \, \hat{f}_{B_d} \times \\ \times \frac{1}{x_{12} \, x_{34}} \, \varepsilon_{\mu\alpha kq} \Big( \overline{\mu}(k_2) \, \gamma^{\mu} \mu(-k_1) \Big) \, \Big( \overline{e}(k_4) \, \gamma^{\alpha} e(-k_3) \Big),$$

где  $\hat{f}_{B_d}=f_{B_d}/M_1.$ 



Рис. 5. Диаграммы, соответствующие процессам слабой аннигиляции

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ РАСПАДА $ar{B}_d o \mu^+ \mu^- e^+ e^-$

С учетом вкладов всех диаграмм, обсуждаемых выше, была вычислена парциальная ширина распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ . При получении численного значения данной величины был использован программный пакет EvtGen [6]. Выражение для парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  может быть задано в виде

Br 
$$(\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx \frac{\alpha_{\rm em}^4 |V_{tb} V_{td}^*|^2}{3 \cdot 2^{13} \pi^5} \tau_{B_d} G_F^2 M_{B_d}^5 \frac{N_0}{N_{\rm tot}} |X|^2,$$
 (3)

где  $N_{\rm tot}$ — полное число событий, полученное при монте-карло-интегрировании;  $N_0$ — число принятых событий и  $|X|^2$ — безразмерный максимум матричного элемента. Численные значения параметров  $N_{\rm tot},~N_0$  и  $|X|^2$  получены в рамках программного пакета EvtGen. При расчете парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+\mu^-e^+e^-$ области  $J/\psi$ - и  $\psi(2S)$ -резонансов исключались в соответствии с условиями  $|\sqrt{M_1^2x_{ij}} - m({\rm Res})| < 100~{\rm M}$ эВ.

Значение парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ , рассчитанное в рамках пакета EvtGen, оказывается равным

Br<sub>EvtGen</sub> 
$$(\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx (3.2 \pm 1.2) \cdot 10^{-11}.$$
 (4)

Данное значение получено с учетом вкладов  $\rho(770)$ - и  $\omega(782)$ -резонансов.

На основании проведенного теоретического исследования для распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  была создана модель для монте-карло-генератора EvtGen. С помощью данной модели был получен набор дифференциальных характеристик распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ . При расчете дифференциальных характеристик рассматривались вклады резонансов  $\rho^0(770)$  и  $\omega(782)$ ,  $\psi(4040)$ ,  $\psi(4160)$ ,  $\psi(4415)$  и «хвостов» от  $J/\psi$ -и  $\psi(2S)$ -резонансов, области  $J/\psi$ - и  $\psi(2S)$ -резонансов исключались в соответствии с условиями, приведенными выше. Относительная фаза между всеми резонансами во всех расчетах равна нулю.

Распределения парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  по переменным  $x_{12}$ и  $x_{34}$  изображены на рис. 6, *a*, *б*. Распределения по обеим переменным представлены в диапазоне [0,0015,1,0], т.е. формы распределений для электронного и мюонного каналов в области малых значений  $x_{ij}$  должны быть похожи, что и демонстрирует рис. 6, *a*, *б*. В области  $x_{ij} \to (M_\omega/M_{B_d}) \approx 0,022$  наблюдается пик от  $\omega(782)$ -мезона. Вклады от  $\rho^0(770)$ -резонанса проявляются в виде широкой подложки к узкому пику  $\omega(782)$ . На рис. 6, *в*, *е* приведены распределения парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  по угловым переменным  $y_{12} \equiv \cos(\theta_{12})$  и  $y_{34} \equiv \cos(\theta_{34})$  соответственно.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы представлены в данном разделе.

В рамках Стандартной модели получено предсказание для парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  с учетом резонансных вкладов резонансов  $\rho^0(770)$  и  $\omega(782)$ ,  $\psi(4040)$ ,  $\psi(4160)$ ,  $\psi(4415)$ , «хвостов» от  $J/\psi$  и  $\psi(2S)$  и нерезонансных вкладов,



Рис. 6. а) Одномерное распределение парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  по переменной  $x_{12}$  ( $\mu^+ \mu^-$ -канал); б) одномерное распределение парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  по переменной  $x_{34}$  ( $e^+ e^-$ -канал); в) распределение парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  по переменной  $\cos(\theta_{12}) \equiv y_{12}$ ; c) распределение парциальной ширины распада  $\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  по переменной  $\cos(\theta_{34}) \equiv y_{34}$ 

тормозного излучения и процессов слабой аннигиляции. Парциальная ширина распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$ :

Br 
$$(\bar{B}_d \to \mu^+ \mu^- e^+ e^-) \approx (3.2 \pm 1.2) \cdot 10^{-11}$$
.

Построены различные дифференциальные распределения для распада  $\bar{B}_d \rightarrow \mu^+ \mu^- e^+ e^-$  с использованием новой модели Монте-Карло, созданной на основе генератора EvtGen.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность И. М. Беляеву (ИТЭФ), Э. Э. Боосу (НИИЯФ МГУ), Л. В. Дудко (НИИЯФ МГУ), Д. И. Мелихову (НИИЯФ МГУ), В. Ю. Егорычеву (ИТЭФ), Д. В. Савриной (ИТЭФ, НИИЯФ МГУ) за плодотворные обсуждения.

Данная работа выполнена при поддержке грантом № 22-22-00297 РНФ. Авторы выражают свою искреннюю благодарность за эту поддержку.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Dincer Y., Sehgal L. M. Electroweak Effects in the Double Dalitz Decay  $B_s \rightarrow \ell^+ \ell^- \ell^{'+} \ell^{'-} //$  Phys. Lett. B. 2003. V. 556. P. 169.
- Danilina A. V., Nikitin N. V. Four-Leptonic Decays of Charged and Neutral B Mesons within the Standard Model // Phys. Atom. Nucl. 2018. V.81, No.3. P.347; Yad. Fiz. 2018. V.81, No.3. P.331.

- 3. *Aaij R. et al. (LHCb Collab.).* Search for Decays of Neutral Beauty Mesons into Four Muons // JHEP. 2017. V. 1703. P. 001.
- 4. *Aaij R. et al. (LHCb Collab.).* Search for Rare  $B^0_{(s)} \rightarrow \mu^+ \mu^- \mu^+ \mu^-$  Decays // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 211801.
- Aaij R. et al. (LHCb Collab.). Searches for Rare B<sup>0</sup><sub>s</sub> and B<sup>0</sup> Decays into Four Muons // JHEP. 2022. V.03. P. 109; doi:10.1007/JHEP03(2022)109; arXiv:2111.11339 [hep-ex].
- 6. The Development Page for the EvtGen Project. https://evtgen.hepforge.org/.

Получено 27 октября 2022 г.