

ГАЛАКТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР И M87*: НАБЛЮДЕНИЯ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

*А. Ф. Захаров*¹

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Точные наблюдения траекторий ярких звезд вблизи Галактического центра, который совпадает с радиоисточником Sgr A*, дают возможность оценить гравитационный потенциал. Оказалось, что гравитационно связанные звезды движутся по траекториям, близким к эллиптическим. Поскольку положение Sgr A* близко к фокусам связанных траекторий, астрономы приходят к выводу, что ньютоновский потенциал является хорошим приближением для доступных данных наблюдений. В 2018–2019 гг. группы астрономов, использующих интерферометр GRAVITY и телескопы Кекк, обнаружили, что гравитационные красные смещения для звезды S2 вблизи ее прохождения перигентра соответствуют первой постньютоновской поправке общей теории относительности (ОТО). В 2020 г. коллаборация GRAVITY обнаружила, что прецессия Шварцшильда для звезды S2 соответствует предсказаниям ОТО. Таким образом, ОТО успешно прошла важный тест для Галактического центра, и астрономы получили новые подтверждения универсальности предсказаний эйнштейновского закона гравитации. В последние годы мы рассмотрели несколько версий альтернативных теорий гравитации и показали, что наблюдения ярких звезд дают возможность ограничить параметры таких теорий. В 2019 г. коллаборация ТГС (телескопа горизонта событий) сообщила о восстановлении тени в центре галактики M87, а в мае 2022 г. — о результатах восстановления тени в Галактическом центре. Ранее мы обсуждали ограничения на модели Галактического центра и M87*, а также на теории гравитации из этих наблюдений.

Precise observations of the trajectories of bright stars near the Galactic Center make it possible to estimate the gravitational potential, since bounded stars move along trajectories which are close to elliptical ones. Since the position of Sgr A* is close to the foci of the associated trajectories, astronomers conclude that the Newtonian potential is a good approximation for the available observational data. In 2018–2019, the GRAVITY and Keck collaborations found that the gravitational redshifts for the S2 star near its passage of the pericenter correspond to the first post-Newtonian correction of general relativity (GR). In 2020, the GRAVITY collaboration found that the Schwarzschild precession for the S2 star corresponds to the GR predictions. Thus, GR has successfully passed an important test for the Galactic Center, and astronomers have gotten new confirmations of the universality of the predictions of Einstein's law of gravity. In the last years, we have considered several versions of alternative theories of gravity and have shown that observations of bright stars make it possible to constrain the parameters of such theories. In 2019, the Event Horizon Telescope (EHT) collaboration reported on the reconstruction of the shadow

¹E-mail: alex.fed.zakharov@gmail.com

at the center of the galaxy M87, and in May 2022, on the results of the reconstruction of the shadow at the Galactic Center. Earlier we discussed the constraints on the Galactic Center and M87* models, as well as on the theory of gravity from these observations.

PACS: 04.80.Cc; 04.20.-q; 04.25.Nx; 04.50.+h; 95.30.Sf; 96.12.Fe

1. СВЕРХМАССИВНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ В Sgr A* И M87*

Общая теория относительности (ОТО) была создана А. Эйнштейном в 1915 г., и последующие наблюдения и эксперименты показали, что ОТО является лучшей моделью гравитации [1–3], поскольку эта теория успешно прошла все проведенные ранее тесты. Центр нашей Галактики, совпадающий с радиосточником Sgr A*, — ближайший галактический центр. Астрономы полагают, что сверхмассивная черная дыра расположена в Галактическом центре (ГЦ), как это было высказано в [4–6]. Однако для ГЦ было предложено много альтернативных моделей, включая, например, плотное скопление звезд [7], фермионный шар [8], бозонные звезды [9–11], нейтринные шары [12, 13] и другие модели [14–17]. Недавно было предложено заменить сверхмассивную черную дыру в ГЦ концентрацией темной материи с плотным ядром и разреженным гало [18] и заявлено, что такая модель обеспечивает лучшее соответствие наблюдательным данным по сравнению с традиционной моделью, когда сверхмассивная черная дыра является ключевым компонентом [19] (эта модель обычно называется RAR, что соответствует первым буквам фамилий авторов [18]). Однако последующий анализ RAR-модели показал, что, поскольку, несмотря на то, что траектории ярких звезд внутри шара с постоянной плотностью являются эллиптическими, их свойства отличаются от наблюдаемых [20, 21], следовательно, для соответствия траекториям ярких звезд почти вся масса темной материи должна находиться в шаре с радиусом, который меньше периферийных радиусов этих звезд [22].

В последние годы многие альтернативы для сверхмассивной черной дыры были значительно ограничены, исходя из анализа данных наблюдений, и сверхмассивная черная дыра является наиболее надежной и естественной моделью для ГЦ. Ближайшая сверхмассивная черная дыра расположена в ГЦ, поэтому этот объект очень привлекателен для наблюдений, и астрономы наблюдают его в различных спектральных диапазонах, включая гамма-излучение, рентгеновский, инфракрасный, оптический и радио диапазоны.

В семидесятых годах прошлого века Джеймс Бардин [23]¹ обсуждал возникновение изображения темной области (тени) для мысленного эксперимента, в котором предполагается существование яркого экрана, расположенного за черной дырой Керра, а удаленный наблюдатель находится в экваториальной плоскости. Позже Субраманиан Чандрасекар воспроизвел аналогичную картину в своей книге [24]. Однако ни Бардин, ни Чандрасекар не обсуждали возможность детектирования тени в астрономических наблюдениях и не рассматривали тень как возможный тест ОТО,

¹Замечательный релятивист Джеймс Максвелл Бардин скончался 20 июня 2022 г. В принципе, у него была возможность увидеть реализацию его теоретической картины для Sgr A* и M87*. Это замечательный пример того, как теоретическая концепция была реализована в Природе, и это было подтверждено после обработки данных наблюдений телескопа горизонта событий (ТГС).

поскольку а) размеры тени чрезвычайно малы, чтобы быть обнаруженными для известных черных дыр, и б) в астрономии нет ярких экранов точно за черной дырой. Бардин и Чандрасекар представили форму тени в виде функции $\beta(\alpha)$, где β соответствует прицельному параметру в направлении оси вращения, в то время как α соответствует прицельному параметру в экваториальном направлении. Кроме того, мы хотели бы отметить, что Бардин и Чандрасекар не обсуждали возможность наблюдения тени черной дыры в качестве теста ОТО, возможно, потому, что темная область (тень) слишком мала, чтобы ее можно было обнаружить для всех известных оценок масс черных дыр и расстояний до них. В работах [25, 26] авторы смоделировали формирование тени для ГЦ в рамках численной модели, где учтено рассеяние на электронах излучения в миллиметровом и сантиметровом диапазонах. Эти авторы пришли к выводу, что можно наблюдать темную область (тень) вокруг черной дыры в миллиметровом диапазоне, в то время как увидеть тень в сантиметровом диапазоне из-за его рассеяния на электронах невозможно. В работах [25, 26] отмечено, что ожидалось, что будет создана глобальная сеть, действующая на длине волны 1,3 мм, поэтому наилучшее угловое разрешение этого интерферометра составляет около 25 угловых микросекунд (в дальнейшем одна угловая микросекунда обозначается мкас). Угловое разрешение 25 мкас достигнуто глобальной сетью, используемой коллаборацией ТГС (телескопа горизонта событий) [27]. Следует отметить, что ранее оценка массы черной дыры была существенно меньшей и, соответственно, существенно меньше ожидался размер тени. Так, диаметр тени оценивался величиной примерно 30 мкас [25, 26] в предположении, что масса черной дыры составляет $2,6 \cdot 10^6 M_{\odot}$, как это было оценено в [28, 29]. Следовательно, ожидания для восстановления тени из данных наблюдений с помощью такого глобального интерферометра были не очень оптимистичными. Теперь мы знаем, что масса черной дыры больше $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$, и коллаборация ТГС реконструировала тень в ГЦ в 2022 г. [30]. Дополнительные сложности восстановления тени в ГЦ были связаны с быстрой переменностью наблюдаемого объекта. Таким образом, показано, что задача восстановления теней с использованием наблюдений ТГС очень сложна, но может быть решена. Тени были восстановлены по распределению ярких пятен в окрестности этих теней.

В начале этого столетия обсуждались астрофизические задачи, которые могли бы быть решены с использованием космического телескопа «Радиоастрон» (с 2011 по 2019 г. этот аппарат успешно работал на орбите). Предполагалось, что одновременно с ним будут проводиться наблюдения с наземными телескопами. (Проект «Радиоастрон» был, по сути дела, развитием идей Л. И. Матвеевко, который являлся автором идей радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ) и впервые обсуждал возможности космической интерферометрии [31]). Угловое разрешение интерферометра «Радиоастрон» составляло порядка 7 мкас на самой короткой длине волны 1,3 см, поскольку максимальное удаление аппарата от Земли составляло 340 тыс. км. Масса черной дыры в ГЦ составляет около $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$, а расстояние до нее — порядка 8 кпк. Таким образом, угловой размер радиуса Шварцшильда — порядка 10 мкас, что оказывается сопоставимым с угловым разрешением интерферометра. Поэтому интересно было бы обсудить проявления общей теории относительности, которые можно обнаружить с помощью интерферометра с таким угловым разрешением. В предположении, что фотоны только искривляются гравитационным полем черной дыры, но

не рассеиваются в ее окрестности, получены аналитические выражения для размера и формы тени (т.е. темной области для удаленного наблюдателя), которые были описаны в [32, 33]. В случае черной дыры Керра для наблюдателя, находящегося в экваториальной плоскости, значение радиуса тени в направлении вращения черной дыры равно $\sqrt{27}M$ в геометрических единицах (оно не зависит от момента вращения черной дыры a) и тень деформируется в направлении, параллельном экваториальной плоскости; деформация зависит от вращения. Таким образом, диаметр тени для черной дыры в ГЦ примерно $2\sqrt{27}M$ (что соответствует примерно 52 мкас) и, в принципе, структуры такого размера можно наблюдать с помощью «Радиоастрона». Однако, как было отмечено в [25, 26], изображение размазано из-за рассеяния фотонов на электронах для сантиметрового диапазона, и для того, чтобы обнаружить тень, необходимо использовать наземные РСДБ сети, действующие в миллиметровом и/или субмиллиметровом диапазонах длин волн (как и было использовано коллаборацией ТГС), т.е. длины волн, которые планируются в создаваемом (Земля–космос) интерферометре «Миллиметр» [32, 33]. В настоящее время ТГС действует как гигантский интерферометр размером с Землю, и из результатов наблюдений распределения ярких пятен в окрестностях ГЦ восстанавливаются форма и размер тени, из этих данных определяются параметры черной дыры в ГЦ, а также ограничения на параметры альтернативных теорий гравитации. В апреле 2019 г. коллаборация ТГС сообщила о восстановлении первого изображения сверхмассивной черной дыры в центре галактики M87, которая расположена на расстоянии около 17 Мпк от Земли, и масса черной дыры в ее центре составляет $6,5 \cdot 10^9 M_{\odot}$ (наблюдения проводились на длине волны 1,3 мм в апреле 2017 г.). Размер тени для этой черной дыры составляет около 42 мкас [27]. Черная дыра в центре галактики M87 намного массивнее и расположена намного дальше ГЦ, но их тени сопоставимы по размеру (подобно тому, как угловые размеры Солнца и Луны, видимые с Земли, очень близки), поскольку недавно коллаборацией ТГС было показано, что диаметр тени для Sgr A* составляет 52 мкас [30], что соответствует теоретическим оценкам, приведенным ранее в работе [32].

2. ЯРКИЕ ЗВЕЗДЫ В ОКРЕСТНОСТИ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА

Для оценки параметров гравитационного потенциала в ГЦ в качестве тестовых частиц могут быть использованы не только фотоны (в этом случае анализируются размер и форма тени в окрестностях ГЦ), но и яркие звезды. Тем самым, яркие звезды, которые движутся в непосредственной близости от черной дыры в ГЦ, могут быть использованы в качестве тестовых частиц. Подобно тому, как из анализа движения планет в Солнечной системе И. Кеплер сформулировал свои знаменитые законы, а затем Р. Гук и И. Ньютон получили выражение для закона гравитации [34], две группы астрономов с использованием больших телескопов с адаптивной оптикой проводили наблюдения ярких звезд в окрестности ГЦ в течение нескольких десятилетий [28, 29] для точной оценки гравитационного потенциала и построения модели ГЦ. Одна из групп, руководимая Андреа Гец, использовала телескопы Кека на Гавайях, другая группа, руководимая Райнхардом Генцелем, использовала телескопы VLT (Very Large Telescopes) Европейской южной обсерватории в Чили (в настоящее время телескопы VLT объединены в интерферометр GRAVITY). Результаты, полученные этими двумя

группами, в целом согласуются друг с другом. Несомненно, что одной из наиболее важных целей этих наблюдений был выбор наиболее подходящей модели ГЦ из множества теоретических возможностей, которые были предложены ранее. В случае, если бы оказалось, что известные ранее теоретические модели не согласуются с этими наблюдениями, возникла бы необходимость выработки новых подходов для объяснения наблюдательных данных. Несмотря на то, что предсказания ОТО подтверждаются результатами многих наблюдений и экспериментов, крайне важна проверка релятивистских предсказаний для различных астрономических объектов, в частности, для черной дыры в ГЦ в 2018 г. Коллаборация GRAVITY подтвердила предсказания ОТО о гравитационном красном смещении спектра звезды S2 вблизи прохождения перигелия 18 мая 2018 г., и эти выводы хорошо согласуются с наблюдениями, представленными группой, проводящей наблюдения с помощью телескопов Кек.

3. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ЗАРЯД ЧЕРНОЙ ДЫРЫ В ЦЕНТРЕ ГАЛАКТИКИ M87

В 2019 г. коллаборация ТГС (the Event Horizon Telescope Collaboration) представила результаты обработки наблюдений в апреле 2017 г. центра галактики M87 глобальной сетью телескопов, работающих на длине волны 1,3 мм [27].

Из полученной оценки величины тени в окрестности M87* можно оценить заряд метрики Райсснера–Нордстрема, соответствующей данной черной дыре (подробности даны в работе [35]). В работе [33] авторы представили аналитическую формулу для радиуса тени как функции заряда черной дыры, при этом был использован тот же подход, что и ранее в [36, 37] (в этих работах условие существования кратных корней многочлена четвертой степени заменяется условием обращения в нуль дискриминанта этого многочлена). Выражение для метрики Райсснера–Нордстрема может быть записано в естественных единицах ($G = c = 1$) в виде

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

где M — масса черной дыры и Q — ее заряд. Константы E и L связаны с фотоном, а именно E — это его энергия, L — момент импульса фотона. Если ввести нормализованные расстояние, прицельный параметр и заряд, имеем $\hat{r} = r/M$, $\xi = L/(ME)$, $\hat{Q} = Q/M$. Если ввести величины $l = \xi^2$, $q = \hat{Q}^2$, то критическое значение прицельного параметра, соответствующее радиусу тени,

$$l_{\text{cr}} = \frac{(8q^2 - 36q + 27) + \sqrt{D}}{2(1 - q)}, \quad (2)$$

где $D = -512(q - 9/8)^3$. В случае приливного заряда [38, 39] (или скалярно-тензорной теории типа Хорндески [40, 41]) величина q может быть отрицательна.

В работе [35], в соответствии с [42], считалось, что угловой диаметр тени в M87* $\theta_{\text{sh M87*}} \approx 3\sqrt{3}(1,00 \pm 0,17)\theta_{\text{g M87*}}$ на уровне достоверности 68%, или $\theta_{\text{sh M87*}} \in [4,31, 6,08]\theta_{\text{g M87*}}$, где $\theta_{\text{g M87*}} \approx 8,1$ мкас, поскольку $\theta_{\text{g M87*}} = 2M_{\text{M87*}}/D_{\text{M87*}}$ ($M_{\text{M87*}} = 6,5 \cdot 10^9 M_{\odot}$ и $D_{\text{M87*}} = 17$ Мпк, получаем $q \in [-1,22, 0,814]$ из соотношения (2). В этом случае верхний предел ($q_{\text{урп}} = 0,814$) этого интервала соответствует

верхнему пределу $Q_{\text{upr}} = \sqrt{q_{\text{upr}}} \approx 0,902$, что соответствует значению, показанному на рис. 2 в работе [42].

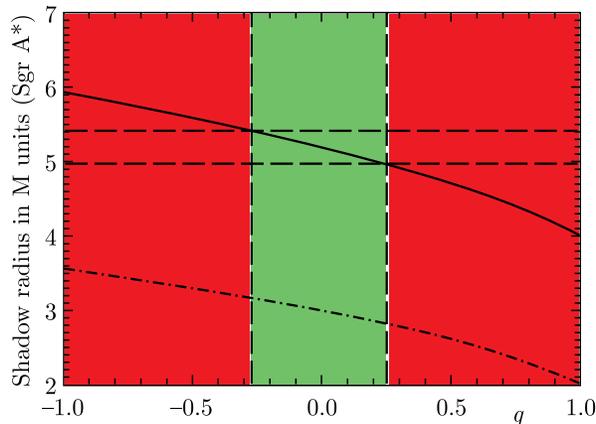
4. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ЗАРЯД ЧЕРНОЙ ДЫРЫ В ГАЛАКТИЧЕСКОМ ЦЕНТРЕ

Подобно тому, как это сделано для оценки заряда черной дыры в M87*, в работе [43] получены оценки заряда черной дыры в ГЦ. Получены оценки заряда черной дыры из оценки радиуса тени [30]. Следуя этой работе, мы считаем, что размер тени в ГЦ $\theta_{\text{sh M87*}} \approx (51,8 \pm 2,3)$ мкас на уровне достоверности 68%, и в этом случае мы получаем ограничения на приливной заряд также $-0,27 < q < 0,25$ (зеленая вертикальная полоса) на уровне достоверности 68% (см. рисунок).

В работе [44] рассмотрена деформация решения Шварцшильда квантовыми флуктуациями (это решение в настоящее время называется черной дырой Казакова–Солодухина). Следует отметить, что черная дыра с отрицательным приливным зарядом может быть хорошим приближением для черной дыры Казакова–Солодухина, при малом значении заряда этой дыры метрика выглядит как метрика Райсснера–Нордстрема с отрицательным зарядом, поскольку согласно соотношению (3.21) в работе [44]

$$g(r) = -\frac{2M}{r} + \frac{1}{r} (r^2 - q_{\text{KS}}^2)^{1/2} \approx 1 - \frac{2M}{r} - \frac{q_{\text{KS}}^2}{r^2}, \quad (3)$$

где q_{KS} — заряд Казакова–Солодухина. В этом случае при малом значении параметра q_{KS} можно использовать полученные ранее соотношения для размера тени черной дыры Райсснера–Нордстрема с приливным зарядом. Тогда становится понятным возрастание размера тени при росте параметра q_{KS} , как можно заметить на рис. 2 в работе [42], поскольку такое же поведение характерно для зависимости размера тени от заряда (при увеличении абсолютной величины отрицательного приливного заряда).



(Цветной в электронной версии). Радиус тени (сплошная кривая) и радиус последней круговой неустойчивой орбиты фотона (штрихпунктирная кривая) в единицах M (массы черной дыры) как функция q . Горизонтальные штриховые прямые соответствуют ограничениям на размер радиуса в единицах M . Соответственно, красные вертикальные полосы для q не согласуются с этими оценками размера тени в ГЦ

ВЫВОДЫ

Замечательные наблюдения ярких звезд и восстановление теней в ГЦ и М87* не только подтверждают предсказания ОТО о том, что в этих объектах находятся сверхмассивные черные дыры. Эти наблюдательные данные позволяют существенно ограничить альтернативные модели для центров галактик и теории гравитации, в частности, ограничить параметры теорий гравитации, которые были предложены в рамках различных подходов к квантовой гравитации. Ограничения на параметры ряда теорий из полученных оценок размера тени в ГЦ приведены в работах [45, 46]. В 2020 г. коллаборация GRAVITY обнаружила, что прецессия Шварцшильда для звезды S2 соответствует оценкам ОТО [47]. Недавно с использованием результатов этих наблюдений были получены ограничения на параметры гравитации Юкавы [48] (предыдущие оценки параметров гравитации Юкавы были сделаны в [49]).

Автор благодарит организаторов Международной конференции по квантовой теории поля, физике высоких энергий и космологии (ЛТФ ОИЯИ, Дубна) за приглашение принять участие в этом мероприятии и внимание к представленным в работе исследованиям. Автор также благодарит профессора Д. И. Казакова за обсуждение различных вопросов квантовой гравитации и, в частности, квантовых черных дыр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Damour T.* 100 Years of Relativity: Was Einstein 100% Right? // AIP Conf. Proc. 2006. V. 841. P. 51–62.
2. *Fabian A. C., Lasenby A.* Astrophysical Black Holes // General Relativity: The Most Beautiful of Theories / Ed. by C. Rovelli. Berlin: W. de Gruyter, 2015. P. 7–66.
3. *De Paolis F.* Never Bet against Einstein // Intern. J. Mod. Phys. D. 2022. V. 31, No. 11. ID 2240014 (19 p.); arXiv:2206.06831.
4. *Lynden-Bell D., Rees M. J.* The Galactic Center // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1971. V. 152, No. 4. P. 461–475.
5. *Oort J. H.* The Galactic Center // Annu. Rev. Astron. Astrophys. 1977. V. 15. P. 295–362.
6. *Rees M. J.* The Compact Source at the Galactic Center // AIP Conf. Proc. 1982. V. 83. P. 166–176.
7. *Reid M.* Is There a Supermassive Black Hole at the Center of the Milky Way? // Intern. J. Mod. Phys. D. 2009. V. 18, No. 1. P. 889–910; arXiv:astro-ph/0808.2624.
8. *Munyanzeza F., Viollier R. D.* The Motion of Stars near the Galactic Center: A Comparison of the Black Hole and Fermion Ball Scenarios // Astrophys. J. 2002. V. 564, No. 1. P. 274–283; arXiv:astro-ph/0103466.
9. *Jetzer P.* Boson Stars // Phys. Rep. 1992. V. 220, No. 4. P. 163–227.
10. *Torres D. F., Capozziello S., Lambiase G.* Supermassive Boson Star at the Galactic Center? // Phys. Rev. D. 2000. V. 62, No. 10. ID 104012 (22 p.); arXiv:astro-ph/0004064.
11. *Vincent F. H., Meliani Z., Grandclément E., Gourgoulhon E., Straub O.* Imaging a Boson Star at the Galactic Center // Class. Quant. Grav. 2016. V. 33. ID 105015 (21 p.); arXiv:1510.04170.
12. *Viollier R. D., Trautmann D., Tupper G. B.* Supermassive Neutrino Stars and Galactic Nuclei // Phys. Lett. B. 1993. V. 306. P. 79–85.
13. *De Paolis F., Ingrosso G., Nucita A. A., Orlando D., Capozziello S., Iovane G.* Astrophysical Constraints on a Possible Neutrino Ball at the Galactic Center // Astron. Astrophys. 2001. V. 376. P. 853–860; arXiv:astro-ph/0107497.

14. *Munyanzeza F., Tsiklauri D., Viollier R. D.* Sagittarius A*: A Supermassive Black Hole or a Spatially Extended Object? // *Astrophys. J. Lett.* 1998. V. 509. P. L105–L108; arXiv:astro-ph/9808219.
15. *Tsiklauri D., Viollier R. D.* Dark Matter Concentration in the Galactic Center // *Astrophys. J.* 1998. V. 500. P. 591–595; arXiv:astro-ph/9805273.
16. *Bilić N., Munyanzeza F., Viollier R. D.* Stars and Halos of Degenerate Relativistic Heavy-Neutrino and Neutralino Matter // *Phys. Rev. D.* 1998. V. 59. ID 024003 (10 p.); arXiv:astro-ph/9801262.
17. *Bilić N., Munyanzeza F., Tupper G. B., Viollier R. D.* The Dynamics of Stars near Sgr A* and Dark Matter at the Center and in the Halo of the Galaxy // *Prog. Part. Nucl. Phys.* 2002. V. 48, No. 1. P. 291–300.
18. *Ruffini R., Argüelles C. R., Rueda J. A.* On the Core-Halo Distribution of Dark Matter in Galaxies // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2015. V. 451. P. 622–628; arXiv:1409.7365.
19. *Becerra-Vergara E. A., Argüelles C. R., Krut A., Rueda J. A., Ruffini R.* Hinting a Dark Matter Nature of Sgr A* via the S-Stars // *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.* 2022. V. 505. P. L64–L68; arXiv:2105.06301.
20. *Zakharov A. F.* Testing the Galactic Centre Potential with S-Stars // *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.* 2022. V. 513. P. L6–L9; arXiv:2108.09709.
21. *Zakharov A. F.* Orbits of Bright Stars near the Galactic Center as a Tool to Test Gravity Theories // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2022. V. 77. P. 341–348.
22. *Argüelles C. R., Mestre M. F., Becerra-Vergara E. A., Crespi V., Krut A., Rueda J. A., Ruffini R.* What Does Lie at the Milky Way Centre? Insights from the S2-Star Orbit Precession // *Mon. Not. R. Astron. Soc. Lett.* 2022. V. 511. P. L35–L39; arXiv:2109.10729.
23. *Bardeen J.* Timelike and Null Geodesics in the Kerr Metric // *Black Holes (Les Astres Occlus)* / Ed. by B. S. DeWitt and C. DeWitt-Morette. New York: Gordon & Breach, 1973. P. 215–239.
24. *Chandrasekhar S.* *Mathematical Theory of Black Holes.* Oxford: Clarendon Press, 1983.
25. *Falcke H., Melia F., Agol E.* Viewing the Shadow of the Black Hole at the Galactic Center // *Astrophys. J. Lett.* 2000. V. 528, Iss. 1. P. L13–L16; arXiv:astro-ph/9912263.
26. *Melia F., Falcke H.* The Supermassive Black Hole at the Galactic Center // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 2001. V. 39. P. 309–352; arXiv:astro-ph/0106162.
27. *Akiyama K., Alberdi A., Alef W. et al. (Event Horizon Telescope Collab.).* First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole // *Astrophys. J. Lett.* 2019. V. 875. L1 (17 p.); arXiv:1906.11238.
28. *Eckart A., Genzel R.* Observations of Stellar Proper Motions near the Galactic Centre // *Nature.* 1996. V. 383, No. 6599. P. 415–417.
29. *Ghez A. M., Klein B. L., Morris M., Becklin E. E.* High Proper-Motion Stars in the Vicinity of Sagittarius A*: Evidence for a Supermassive Black Hole at the Center of Our Galaxy // *Astrophys. J.* 1998. V. 509, No. 2. P. 678–686; arXiv:astro-ph/9807210.
30. *Akiyama K., Alberdi A., Alef W. et al. (Event Horizon Telescope Collab.).* First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way // *Astrophys. J. Lett.* 2022. V. 930. L12 (21 p.).
31. *Матвеевко Л. И.* История РСДБ — становление и развитие // *Сообщ. ИПА РАН.* 2007. № 176. С. 1–36.
32. *Zakharov A. F., Nucita A. A., De Paolis F., Inghosso G.* Measuring the Black Hole Parameters in the Galactic Center with RADIOASTRON // *New Astron.* 2005. V. 10, No. 6. P. 479–489; arXiv:astro-ph/0411511.

33. *Zakharov A. F., De Paolis F., Ingrosso G., Nucita A. A.* Direct Measurements of Black Hole Charge with Future Astronomical Missions // *Astron. Astrophys.* 2005. V. 442. P. 795–799; arXiv:astro-ph/0505286.
34. *Арнольд В. И.* Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук. М.: Наука, 1989.
35. *Zakharov A. F.* Constraints on a Tidal Charge of the Supermassive Black Hole in M87* with the EHT Observations in April 2017 // *Universe.* 2022. V. 8, No. 3. ID 141 (10 p.); arXiv:2108.01533.
36. *Zakharov A. F.* Capture Cross Sections for a Charged Reissner–Nordström Black-Hole — Photons, Ultrarelativistic Uncharged Particles and Slow Uncharged Particles // *Sov. Astron.* 1991. V. 35, No. 2. P. 147–150.
37. *Zakharov A. F.* Particle Capture Cross Sections for a Reissner–Nordström Black Hole // *Class. Quant. Grav.* 1994. V. 11, No. 4. P. 1027–1033.
38. *Zakharov A. F., Nucita A. A., De Paolis F., Ingrosso G.* Shadows as a Tool to Evaluate Black Hole Parameters and a Dimension of Spacetime // *New Astron. Rev.* 2012. V. 56, No. 2–3. P. 64–73.
39. *Zakharov A. F.* Constraints on a Charge in the Reissner–Nordström Metric for the Black Hole at the Galactic Center // *Phys. Rev. D.* 2014. V. 90, No. 6. ID 062007. (8 p.); arXiv:1411.5911 [gr-qc].
40. *Babichev E., Charmousis C., Lehébel A.* Asymptotically Flat Black Holes in Horndeski Theory and Beyond // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2017. No. 4. ID 027 (21 p.); arXiv:1702.01938.
41. *Zakharov A. F.* Constraints on Tidal Charge of the Supermassive Black Hole at the Galactic Center with Trajectories of Bright Stars // *Eur. Phys. J. C.* 2018. V. 78, No. 8. ID 689 (7 p.); arXiv:1804.10374.
42. *Kocherlakota P., Rezzolla L., Falcke H. et al. (Event Horizon Telescope Collab.).* Constraints on Black-Hole Charges with the 2017 EHT Observations of M87* // *Phys. Rev. D.* 2021. V. 103. ID 104047 (15 p.); arXiv:2105.09343.
43. *Zakharov A. F.* Shadows around Sgr A* and M87* as a Tool to Test Gravity Theories // *Astron. Astrophys. Trans.* 2022. V. 33. P. 285–296; arXiv:2208.06805.
44. *Kazakov D. I., Solodukhin S. N.* On the Quantum Deformation of the Schwarzschild Solution // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 429, No. 1. P. 153–176.
45. *Akiyama K., Alberdi A., Alef W. et al. (Event Horizon Telescope Collab.).* First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. VI. Testing the Black Hole Metric // *Astrophys. J. Lett.* 2022. V. 930. L17 (44 p.).
46. *Vagnozzi S., Roy R., Tsai Y.-D. et al.* Horizon-Scale Tests of Gravity Theories and Fundamental Physics from the Event Horizon Telescope Image of Sagittarius A*. arXiv:2205.07787.
47. *Abuter R., Amorim A., Bauböck M. et al. (GRAVITY Collab.).* Detection of the Schwarzschild Precession in the Orbit of the Star S2 near the Galactic Centre Massive Black Hole // *Astron. Astrophys.* 2020. V. 636. L5; arXiv:2004.07187.
48. *Jovanović P., Borka Jovanović V., Borka D., Zakharov A. F.* Constraints on Yukawa Gravity Parameters from Observations of Bright Stars // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2023. V. 03. 056; arXiv:2211.12951.
49. *Borka D., Jovanović P., Borka Jovanović V., Zakharov A. F.* Constraining the Range of Yukawa Gravity Interaction from S2 Star Orbits // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2013. V. 11. 050; arXiv:1311.1404.