

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ И ЗАКОНОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ И МОНИТОРИНГА ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

*В. Г. Куракин*¹

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва

Используется модель линий тока для многократного кулоновского рассеяния при исследовании распространения пучков заряженных частиц в неоднородных рассеивающих средах. На основе установленных закономерностей предлагаются методы формирования и мониторинга пучков заряженных частиц.

A streamline model for multiple Coulomb scattering is used to study the propagation of charged particle beams in inhomogeneous scattering media. Based on the established regularities, methods for the formation and monitoring of charged particle beams are proposed.

PACS: 29.27.Fh

ВВЕДЕНИЕ

В ряде случаев, а именно при наклонном пересечении выводимым пучком выводного окна в виде металлической фольги, экспериментаторы наблюдали отклонение пучка от его первоначального направления распространения. С целью установления количественных характеристик отмеченного явления в Физическом институте им. П. Н. Лебедева были проведены эксперименты с пучком из микротрона. При наклонном пересечении пучка установленной под углом к нему металлической фольги кроме преломленного пучка наблюдался отраженный от фольги пучок [1]. По-видимому, впервые теоретическое объяснение указанных явлений было дано в работах [2, 3]. В основу рассмотрения было положено явление многократного кулоновского рассеяния движущегося заряда на ядрах и атомах среды и соответствующая функция распределения для безграничной и однородной среды [4]. При рассмотрении наиболее простого случая ограниченной среды с границами, нормальными по отношению к направлению распространения сгустка заряженных частиц, были выведены законы преобразования поперечного фазового объема [5]. При наклонном падении пучка на границу, разделяющую рассеивающую среду и вакуум, непосредственное применение функции распределения для безграничной среды неправомерно. В цитируемых работах был предложен способ преодоления возникающих противоречий на основе так

¹E-mail: vgtkurakin@mail.ru

называемой концепции линий тока (flow lines concept). Предложенный метод описания усредненного движения зарядов в неоднородной ограниченной среде позволил дать качественное и количественное объяснение наблюдаемых явлений.

В настоящей работе представлен математический аппарат концепции, а также новые результаты, полученные на данной основе. Обсуждаются методы и конкретные схемы для формирования и мониторинга пучков заряженных частиц на основе явлений и законов стохастической электронной оптики.

1. КОНЦЕПЦИЯ ЛИНИЙ ТОКА ДЛЯ МНОГОКРАТНОГО КУЛОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ

Будем считать, что основным процессом взаимодействия движущихся зарядов и материальной среды является многократное кулоновское рассеяние. Функция распределения для такого процесса имеет вид [4]

$$P(x, y, \theta) dy d\theta = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{\Theta_s^2 x^2} \exp \left[-\frac{4}{\Theta_s^2 x} \left(\theta^2 - \frac{3y\theta}{x} + \frac{3y^2}{x^2} \right) \right] dy d\theta. \quad (1)$$

Здесь $P(x, y, \theta) dy d\theta$ — вероятность обнаружить частицу, испытывающую рассеяние на ядрах среды, в интервалах поперечных смещений $y, y + dy$ и углов $\theta, \theta + d\theta$, составляемых рассеянным зарядом с направлением движения. Предполагается, что среда безгранична, частица несет элементарный заряд, стартует в начале координат ($x = 0, y = 0, z = 0$) и движется в направлении оси x . Здесь

$$\Theta_s^2 = \left(\frac{E_s}{\beta c p} \right)^2 \frac{1}{X_0}, \quad E_s = \left(\frac{4\pi}{\alpha} \right)^{1/2} m_e c^2 = 21 \text{ МэВ}, \quad (2)$$

где β, p, c — соответственно относительная скорость частицы, ее импульс и скорость света; X_0 — радиационная длина; $\alpha = e^2/(\hbar c) \approx 1/137$; m_e — масса электрона.

Интегрирование (1) по углам приводит к распределению по поперечной координате

$$S(x, y) dy = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Theta_s x^{3/2}} \exp \left(-\frac{3y^2}{\Theta_s^2 x^3} \right) dy. \quad (3)$$

Если рассеивающая среда не безгранична, а заканчивается плоской границей, перпендикулярной оси x , то с физической точки зрения представляется вполне правдоподобным, что и на границе среды и вакуума имеет место то же самое распределение. В случае наклонной границы такое предположение неправомерно, поскольку (1) — функция распределения относительно переменных y и θ , а переменная x может рассматриваться лишь как параметр.

Вернемся к безграничной среде и найдем вероятность того, что рассеянные заряды на определенной глубине x находятся в интервале $(0, y)$. Согласно правилам статистики эта вероятность равна

$$W(x, y) = \int_0^{|y|} S(x, \xi) d\xi = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Theta_s x^{3/2}} \int_0^{|y|} \exp \left(-\frac{3\xi^2}{\Theta_s^2 x^3} \right) d\xi = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\sqrt{3}|y|}{\Theta_s x^{3/2}}} \exp(-t^2) dt \quad (4)$$

и постоянна вдоль линии

$$\frac{\sqrt{3}y}{\Theta_s x^{3/2}} = \kappa \quad \text{или} \quad y = \frac{\kappa \Theta_s x^{3/2}}{\sqrt{3}}, \quad (5)$$

где $\kappa = \text{const}$, $-\infty < \kappa < \infty$. Касательная к данной линии, определяемая соотношением

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Theta_s x^{1/2} = \frac{3y}{2x}, \quad (6)$$

совпадает со средним углом движения рассеянных зарядов в точке касания. С этой точки зрения процесс рассеяния напоминает расходящийся ламинарный поток жидкости, и по этой причине назовем кривую (5) линией тока (flow line).

Линии тока можно условно разбить на две группы. Одна группа всегда пересекает наклонную интерфейсную границу $x = h + ky$, где h и k — постоянные, другая ее не пересекает. Линия тока, касательная к упомянутой границе, разделяет эти две группы. В своих теоретических построениях мы будем придерживаться предположения, что в ограниченной рассеивающей среде линии тока до пересечения с границей совпадают с теми же линиями для безграничной среды. Очевидно, что такой подход — это какое-то приближение к точному решению, однако такое первое приближение позволяет объяснить наблюдаемые явления и на основе установленных общих закономерностей сформулировать новые подходы в мониторинге пучков заряженных частиц и их формирования.

2. ОТРАЖЕНИЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ЕГО НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЫ И ВАКУУМА

Если интерфейсная граница при движении пучка из вакуума в рассеивающую среду описывается соотношением $x = ky$, то линии тока, лежащие в верхней полуплоскости XOY , всегда пересекают эту границу, по этой причине всегда имеется отраженный пучок. Совместное решение соотношения (5) и уравнения интерфейсной прямой определяет связь переменных x и y с параметром κ :

$$x = f_x(\kappa) = \frac{3}{k^2 \kappa^2 \Theta_s^2}, \quad y = f_y(\kappa) = \frac{3}{k^3 \kappa^2 \Theta_s^2}. \quad (7)$$

Согласно (1) средний угол рассеяния в вакуум из любой точки на интерфейсной прямой определяется соотношением

$$\langle \theta \rangle_p = \frac{\int_{\varphi}^{\varphi+\pi} \theta \exp \left[-\frac{4}{\Theta_s^2 x} \left(\theta^2 - \frac{3y\theta}{x} + \frac{3y^2}{x^2} \right) \right] d\theta}{\int_{\varphi}^{\varphi+\pi} \exp \left[-\frac{4}{\Theta_s^2 x} \left(\theta^2 - \frac{3y\theta}{x} + \frac{3y^2}{x^2} \right) \right] d\theta} = \psi + \frac{\int_{\varphi-\psi}^{\varphi-\psi+\pi} \xi \exp \left[-\frac{4\xi^2}{\Theta_s^2 x} \right] d\xi}{\int_{\varphi-\psi}^{\varphi-\psi+\pi} \exp \left[-\frac{4\xi^2}{\Theta_s^2 x} \right] d\xi}. \quad (8)$$

Здесь $\varphi = \arctg(1/k)$ — угол, составляемый падающим на рассеивающую среду пучком с ее границей, а $\psi = 3y/2x$ — средний угол рассеяния в данной точке интерфейсной прямой в предположении безграничной среды.

В результате интегрирования и после подстановки в полученное выражение значения x из (7) имеем для среднего угла рассеяния в вакуум для отдельной точки на интерфейсной прямой

$$\langle \theta \rangle_p(k, \kappa) = \frac{3}{2k} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{\pi}k\kappa} \exp \left[-\frac{4\kappa^2 k^2}{3} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{k} - \frac{3}{2k} \right)^2 \right] \times \\ \times \frac{1 - \exp \left[-\frac{4\pi^2 k^2 \kappa^2}{3} \right] \exp \left[-\frac{8\pi k^2 \kappa^2}{3} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{k} - \frac{3}{2k} \right) \right]}{\operatorname{erf} \left[\frac{2k\kappa}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{k} - \frac{3}{2k} + \pi \right) \right] + \operatorname{erf} \left[-\frac{2k\kappa}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{k} - \frac{3}{2k} \right) \right]}. \quad (9)$$

Средний угол рассеяния для всего пучка определяется выражением

$$\langle \theta \rangle(k) = \frac{\int_{\kappa} \langle \theta \rangle_p(k, \kappa) D(\kappa) d\kappa}{\int_{\kappa} D(\kappa) d\kappa}, \quad (10)$$

где интегрирование производится по трубкам тока $0 < \kappa < \infty$, а

$$dD(\kappa) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\kappa^2) \delta(k, \kappa) d\kappa. \quad (11)$$

Здесь $\delta(k, \kappa)$ — относительная доля частиц отдельной трубки тока, рассеиваемых в вакуум:

$$\delta(k, \kappa) = \frac{\operatorname{erf} \left[\frac{2k\kappa}{\sqrt{3}} \left(\pi + \operatorname{arctg} \frac{1}{k} - \frac{3}{2k} \right) \right] + \operatorname{erf} \left[-\frac{2k\kappa}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{arctg} \frac{1}{k} - \frac{3}{2k} \right) \right]}{\operatorname{erf} \left[\frac{2k\kappa}{\sqrt{3}} \left(\pi - \frac{3}{2k} \right) \right] + \operatorname{erf} \left[\frac{2k\kappa}{\sqrt{3}} \left(\pi + \frac{3}{2k} \right) \right]}. \quad (12)$$

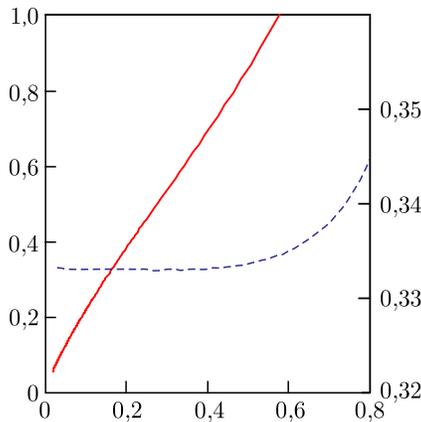


Рис. 1. Средний угол отражения (сплошная линия, левая ось) и коэффициент отражения (штриховая линия, правая ось) в зависимости от угла падения

Очевидно, что коэффициент отражения всего пучка равен

$$R(k) = \frac{\int_{\kappa>0} \delta(k, \xi) \exp(-\xi^2) d\xi}{\int_{\kappa} \exp(-\xi^2) d\xi}. \quad (13)$$

Зависимости среднего угла отражения $\chi = \langle \theta \rangle - \varphi$ и коэффициента отражения от угла падения $\varphi = \arctg(1/k)$ приведены на рис. 1. Отметим, что закон отражения носит универсальный характер и не зависит от параметров пучка и среды.

3. ОТРАЖЕНИЕ ПУЧКА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА РАССЕИВАЮЩЕЙ СРЕДЫ И ВАКУУМА ПРИ ДВИЖЕНИИ ИЗ СРЕДЫ В ВАКУУМ

Как показано в работах [2, 3], при движении пучка заряженных частиц из рассеивающей среды в вакуум происходит его преломление и частичное отражение обратно в рассеивающую среду на интерфейсной границе $x = h + ky$, разделяющей рассеивающую среду и вакуум. Согласно логике рассматриваемой модели происходит частичное отражение каждой линии потока и преломление той ее части, которая выходит в вакуум. Кроме того, полностью отражается часть пучка, образуемая теми линиями тока, которые не пересекают интерфейсную границу. Формула для коэффициента прозрачности имеет вид

$$N = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\kappa_{\max}} n \exp(-\kappa^2) d\kappa, \quad (14)$$

где n — коэффициент прозрачности для отдельной линии тока:

$$n = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{2}{\Theta_s \sqrt{h(1+k\eta)}} \left(\frac{\pi}{2} + \arctg(k) + \frac{3}{2} \frac{\eta}{(1+k\eta)} \right) \right] + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{2}{\Theta_s \sqrt{h(1+k\eta)}} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg(k) - \frac{3}{2} \frac{\eta}{(1+k\eta)} \right) \right]. \quad (15)$$

Здесь η — корень уравнения

$$x = \frac{\kappa}{\sqrt{3}} \Theta_s \sqrt{h} (1+kx)^{3/2}, \quad (16)$$

κ_{\max} соответствует линии тока, касающейся интерфейсной границы

$$\kappa_{\max} = \frac{2}{3} \frac{1}{\Theta_s \sqrt{hk}}. \quad (17)$$

4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ И ЗАКОНОВ ОТРАЖЕНИЯ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента прозрачности среды от параметра $E = 1/\Theta_s$, пропорционального энергии пучка, для двух значений k . В случае электронного пучка и пластины из Al отображаемый диапазон изменения параметра E

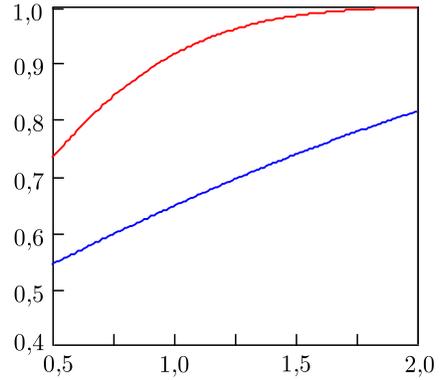


Рис. 2. Коэффициент прозрачности среды в зависимости от энергии E (в относительных единицах) для $k = 2$ (верхняя кривая) и $k = 6$ (нижняя кривая), $h = 0,1$ см

соответствует изменению полной энергии пучка примерно от 3,5 до 14 МэВ. Как видно из этого рисунка, чувствительность метода для нижней кривой в широком диапазоне изменения энергии равна

$$\frac{\Delta I}{I} \approx 0,45 \frac{\Delta E}{E} \quad (18)$$

и позволяет достаточно точно измерять и контролировать энергию моноэнергетического электронного пучка.

Законы отражения пучка заряженных частиц подсказывают и возможное их использование по аналогии с законами световой оптики. Широко известны способы формирования направленных потоков света от изотропных источников света, обычная автомобильная фара или прожектор — прекрасные примеры этого. Расположенный в фокусе гиперболоида изотропный источник формирует параллельный поток света, подобную методику можно использовать для формирования пучка заряженных частиц из их изотропного источника, тем более что различные естественные и искусственные радиоизотопные изотропные источники заряженных частиц широко используются для различных целей.

Представим себе поверхность вращения, формирующую пучок из изотропного источника зарядов. Пусть OXY — система прямоугольных координат на плоскости, проходящей через ось вращения OY , с источником испускаемых по всем направлениям зарядов, расположенным в начале координат. Можно показать, что дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет образующая линия искомой поверхности вращения, формирующей пучок с фокусом на расстоянии L_0 от начала координат, после ряда упрощений имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \left(\frac{\lambda}{1 + \lambda} \operatorname{arctg} \left(\frac{y}{x} \right) + \frac{\pi}{2(1 + \lambda)} + \frac{1}{1 + \lambda} \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{L_0 - y} \right) \right). \quad (19)$$

Упомянутые упрощения касались предположения, что зависимость угла отражения χ от угла падения β в законе отражения можно согласно данным рис.1 при-

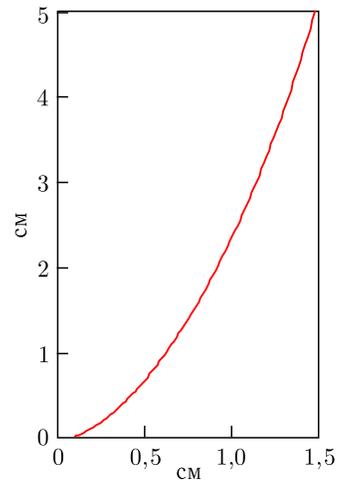


Рис. 3. Образующая рефлектора

ближенно представить в виде $\chi(\beta) \approx \lambda\beta$, где $\lambda = 1,6$ находится в диапазоне углов падения (0,2, 0,6).

Уравнение (18) даже в упрощенном виде является нелинейным. Оно решалось численным методом, и одно из его решений — образующая рефлектора — представлено на рис. 3.

Имея форму рефлектора, можно вычислить эффективность сбора зарядов в фокусе. Определим ее как отношение числа зарядов в точке фокуса к числу зарядов, вылетающих в верхнюю полусферу. В случае приведенной на рисунке отражающей поверхности данная эффективность равна приблизительно 0,32.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены принципы и законы стохастической оптики пучков заряженных частиц — области физики пучков, исследующей распространение движущихся зарядов в однородных и неоднородных материальных средах. В основу теории положены функция распределения для многократного кулоновского рассеяния и метод линий тока. С помощью последнего стало возможно объяснение явления отражения и преломления пучков. Предложены методы измерения энергии пучков и формирования пучков из изотропных источников зарядов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Koltsov A. V., Serov A. V., Mamonov I. A.* Experimental Study of the Scattering of 7.4-MeV Electrons Intersecting a Foil at the Angle 5–60° to Its Surface // Proc. of the 24th Russ. Part. Accel. Conf. (RuPAC'2014), Obninsk, Russia, Oct. 6–10, 2014. THPSC36. P. 401–403.
2. *Куракин В. Г., Куракин П. В.* Механизмы отражения и преломления пучка заряженных частиц в рассеивающей среде // ЖТФ. 2019. Т. 89, вып. 12. С. 1843–1846; doi: 10.21883/0000000000.
3. *Куракин В. Г., Куракин П. В.* О теоретических основах стохастической оптики пучков заряженных частиц // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 7(219). С. 719–725.
4. *Росси Б.* Частицы больших энергий: Пер. с англ. М.: Гостехтеоретиздат, 1955. 536 с.
5. *Куракин В. Г., Куракин П. В.* Фазовый портрет рассеянного сгустка заряженных частиц // ЖТФ. 2018. Т. 88, вып. 5. С. 795–798; doi:10.21883/JTF.2018.05.45910.2342.

Получено 18 ноября 2022 г.