

## THE CASIMIR EIGENVALUES ON $ad^{\otimes k}$ OF $su(N)$ ARE LINEAR ON $N$

*R. L. Mkrtchyan*<sup>a, 1</sup>

<sup>a</sup> Alikhanyan National Science Laboratory (Yerevan Physics Institute), Yerevan, Armenia

We consider eigenvalues of the Casimir operator on the naturally defined *stable sequences* of representations of  $su(N)$  algebra and prove that eigenvalues are linear over  $N$  iff  $\lambda_1 + 2\lambda_2 + \dots + k\lambda_k = \lambda_{N-1} + 2\lambda_{N-2} + \dots + k\lambda_{N-k}$ , where  $\lambda_i$  are Dynkin labels, and  $\lambda_i = 0$  for  $k < i < N - k$ , with fixed  $k$ . These representations are exactly those which appear in the decomposition of  $ad(su(N))^{\otimes k}$ , therefore this linearity admits the presentation of eigenvalues in the universal, in Vogel's sense, form and supports the hypothesis of universal decomposition of  $ad^{\otimes k}$  into Casimir eigenspaces.

Вычислены собственные значения оператора Казимира на естественно определенных *стабильных последовательностях* представлений  $su(N)$ , и показано, что собственные значения линейны по  $N$  тогда и только тогда, когда  $\lambda_1 + 2\lambda_2 + \dots + k\lambda_k = \lambda_{N-1} + 2\lambda_{N-2} + \dots + k\lambda_{N-k}$ , где  $\lambda_i$  — компоненты старшего веса представления (метки Дынкина), и  $\lambda_i = 0$  при  $k < i < N - k$ , с фиксированным  $k$ . Именно эти представления появляются в разложении  $ad(su(N))^{\otimes k}$ , и указанная линейность, позволяя представить собственные значения в универсальной, в смысле Вожеля, форме, поддерживает гипотезу об универсальном разложении  $ad^{\otimes k}$  на казимировские подпространства.

PACS: 02.20.Sv; 02.20.Tw

Received on September 27, 2025.

---

<sup>1</sup>E-mail: mrl55@list.ru