

# ИССЛЕДОВАНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ РАСТВОРОВ ИЗ ГЕОРГИЕВСКОГО СОБОРА ЮРЬЕВА МОНАСТЫРЯ (ВЕЛИКИЙ НОВГОРОД) НА ОСНОВЕ ДАННЫХ НЕЙТРОННОГО АКТИВАЦИОННОГО АНАЛИЗА

*В. В. Лобачев<sup>а</sup>, Е. Г. Яновская<sup>б</sup>, А. Ю. Дмитриев<sup>а, 1</sup>,  
О. С. Филиппова<sup>а</sup>, С. Г. Ленник<sup>в</sup>, Вл. В. Седов<sup>б</sup>, М. В. Вдовиченко<sup>б</sup>*

<sup>а</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

<sup>б</sup> Институт археологии Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>1</sup> Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан

Датирование является одной из важнейших задач в археологии. Исследования элементного состава с помощью нейтронного активационного анализа (НАА) в сочетании со статистическими методами обработки данных позволяют установить относительную хронологию исследуемых находок. В данной работе было исследовано 11 образцов строительных растворов, отобранных из построек на территории Юрьева монастыря (Великий Новгород). Для облучения использовалась установка ИРЕН (ОИЯИ, Россия) и реактор ВВР-К (ИЯФ, Казахстан). Методом НАА были получены массовые доли 34 химических элементов. С помощью многомерных статистических методов (иерархический кластерный анализ, метод главных компонент и факторный анализ) было установлено, что элементный состав строительных растворов различных исторических эпох значимо различается. Это позволило выделить группы, соответствующие определенным историческим периодам. Показано, что содержание редкоземельных элементов в образцах, относящихся к домонгольскому периоду, повышено относительно образцов с более поздней датировкой. Полученные данные позволили провести классификацию образцов с неизвестной датировкой с помощью метода косвенного датирования.

Dating is one of the most important tasks in archaeology. Studies of elemental composition using neutron activation analysis, combined with statistical data treatment, enable the establishment of indirect dating for the investigated artifacts. In this study, 11 mortar samples were studied. The samples were collected from buildings located on the territory of the Yuryev Monastery (Veliky Novgorod, Russia). For irradiation, the IREN facility at the Joint Institute for Nuclear Research (Russia) and the WWR-K reactor at the Institute of Nuclear Physics (Kazakhstan) were used. Using neutron activation analysis, mass fractions of 34 chemical elements were obtained. By applying multivariate statistical methods (hierarchical cluster analysis, principal component analysis, and factor analysis), it was established that the elemental composition of mortars from various historical periods differs significantly. This enabled the identification of groups corresponding to specific historical periods. It was shown that the content of rare earth elements in samples dating back to the pre-Mongol period is elevated compared to samples with later dating. The obtained data enabled the classification of samples with unknown dating using the method of indirect dating.

PACS: 82.80.Jp; 02.50.Sk; 91.80.Hj

---

<sup>1</sup>E-mail: andmitriev@jinr.ru

## ВВЕДЕНИЕ

Георгиевский собор Юрьева монастыря (рис. 1) — один из крупнейших храмов Великого Новгорода. Согласно летописным данным, он был заложен в 1119 г. князем Всеволодом Мстиславичем (внуком Владимира Мономаха) и архиепископом Кириакком [1]. Это был пятый по счету храм, возведенный в Новгороде с момента начала здесь каменного строительства в середине XI в. Известно также имя мастера-строителя — Петр. Упоминание имени строителя — довольно редкое явление в древнерусских летописях. Мы знаем имена только четырех мастеров, видимо, руководивших работами по возведению храмов [2].

Между XII и XV вв. Юрьев монастырь (рис. 2) был одним из богатейших монастырей Новгорода и местом захоронения князей и известных личностей. Между 1166 и 1173 гг. на его территории была возведена ныне утраченная надвратная церковь [1]. Последним каменным сооружением, упоминаемым в летописях, была церковь Рождества Пресвятой Богородицы с трапезной, построенная в 1419 г. [1]. Эти две церкви были разобраны в разные периоды. В XVI в. были возведены трапезная с церковью Алексея Митрополита и колокольня. Они были разобраны в XVIII в. В период XVIII–XIX вв. на территории монастыря были построены различные каменные сооружения: каменная стена, жилые дома, Святые ворота, юго-восточная башня, Крестовоздвиженский собор, северная колокольня (работы Карло Росси, 1840 г.) и др. [3]. Юрьев монастырь относится к территории, внесенной в список Всемирного наследия ЮНЕСКО в 1992 г. под названием «Исторические памятники Новгорода и окрестностей».

В истории строительства Георгиевского собора можно выделить несколько периодов: сооружение и роспись собора, которые завершились к 30-м гг. XII в., ремонт



Рис. 1. Георгиевский собор Юрьева монастыря. Вид с северо-востока. Изображение воспроизведено по изданию [4]



Рис. 2. Юрьев монастырь. Вид сверху. Фото НАО ИА РАН 2022 г.

свинцовой кровли; поновление после событий 1611 г., происходившее на пожертвования «от государя» [5]. В начале XVIII в. стены собора были укреплены контрфорсами, в 1706 г. была пристроена новая каменная паперть с западной стороны, а в 1745 г. — южная ризница. В 1825–1827 гг. архимандритом Фотием была проведена масштабная реконструкция монастыря. Ряд средневековых построек, включая западную паперть и южную ризницу, были разобраны, а фрески XII в. сбиты со стен. Обломки фресок были использованы в качестве технологической засыпки под новый пол собора, выложенный из чугунных плит. На барабанах установили новые металлические купола, убрали ниши и окна на фасаде и построили новое западное крыльцо, южную ризницу и северный придел. Подкупольные столбы были укреплены кирпичными прикладками, пол был поднят и некоторые элементы, такие как алтари в северной и южной апсидах, оказались ниже его уровня. В юго-западном компартименте притвора была устроена подземная гробница [3]. Братьями Сапожниковыми была выполнена и новая роспись стен собора, в некоторых местах нанесенная поверх росписи XII в. [6]. В 1920-е гг. собор был закрыт [3].

Первые археологические раскопки и реставрация Георгиевского собора были проведены под руководством М. К. Каргера в 1933–1936 гг. В ходе реставрации были разобраны пристройки XIX в., вновь открыты окна и ниши XII в., отреставрированы порталы и снят чугунный пол. Основной целью этой реконструкции было восстановление внешнего вида собора XII в.

Все эти изменения, перестройки и реконструкции, безусловно, привели к разрушению многих более ранних сооружений как внутри собора, так и на территории монастыря. В настоящее время все они могут быть исследованы только в качестве археологических объектов.

В 2013–2023 гг. на территории монастыря проводились археологические раскопки Новгородским архитектурно-археологическим отрядом (НААО) Института археологии РАН под руководством Вл. В. Седова. В процессе работ были открыты различные конструкции как внутри собора, так и на территории монастыря: пол XII в., выложенный известняковыми плитами, алтарь с епископским тронem в центральной апсиде, два алтаря в боковых апсидах, подземная гробница в притворе и т. д. [7]. Кроме архитектурных конструкций было обнаружено более 600 тысяч фрагментов фресковой живописи, которые были сбиты и использованы в качестве технологической подсыпки в процессе реконструкции в 1825–1827 гг. [7].

Для определения относительной хронологии строительных работ и уточнения результатов археологических раскопок были отобраны образцы строительных растворов из различных конструкций Георгиевского собора, а также из открытой раскопками 2021 г. каменной постройки на территории монастыря.

Строительный раствор — один из важнейших материалов, используемых в строительстве. Он представляет собой смесь вяжущего, наполнителей и воды. При испарении влаги такая смесь твердеет, образуя подобие искусственного камня. Он служит для скрепления каменных конструкций, обмазки или оштукатуривания поверхностей, заливки фундаментов и пола, а также как основа для нанесения росписей.

Строительный раствор используется человечеством в качестве строительного материала с эпохи неолита [8]. Состав и компоненты, используемые для его приготовления, их пропорции и технологии подготовки изменялись с течением времени. Первым видом раствора, использовавшимся для кладки сырцовых кирпичей, был раствор на основе глины в качестве вяжущего и органических наполнителей (навоз, солома). Для каменных конструкций использовался раствор на основе гипса [9]. Известно, древнейшие следы использования которой датируются 12000 г. до н. э., в качестве вяжущего для строительных растворов начинает использоваться в памятниках средиземноморского региона. Первоначально она применялась в качестве обмазки емкостей для хранения, а также в качестве обмазки стен жилищ [10]. Уже в эпоху бронзы находятся археологические свидетельства об использовании в качестве наполнителя раствора дробленой керамики [11]. Эта добавка, как и вулканические горные породы (пуццоланы), использовавшиеся в качестве добавок в вяжущее, усиливает гидравлические свойства растворов — возможность застывать во влажных условиях и предохранять поверхность при контакте с водой. Эти свойства растворов с дробленой керамикой (в качестве керамического наполнителя могли использоваться дробленые кирпичи или черепица) описаны у Витрувия, в его трактате «Десять книг об архитектуре» [12]. Использование растворов с керамическим наполнителем было особенностью римской, а позднее и византийской строительной традиции. Именно эти технологии и умения были принесены на территорию Древней Руси строителями первых каменных храмов.

На Новгородскую землю эти приемы приходят в 1045 г., когда великий князь Ярослав Владимирович возводит в Новгороде первый каменный храм — Софийский собор. Использование раствора с керамическим наполнителем (цемянкой в русской традиции или *socciopesto* в итальянской традиции) и тонкого кирпича (плинфы) отличает домонгольские архитектурные памятники Новгорода. После монголо-татарского нашествия, прекратившего контакты северного Новгорода с южнорусскими землями, технологии строительства меняются. Сюда приходят строители, предположитель-

но, с территории Ливонии, принося новые строительные материалы и технологии, а именно известково-песчаный раствор и брусковый кирпич. Это важное изменение технологий и приемов строительства зафиксировано в процессе натуральных исследований археологами и реставраторами, изучавшими памятники средневекового Новгорода [13–15].

Анализ строительных материалов различными аналитическими методами является одним из эффективных направлений изучения исторических памятников. Результаты анализа могут выявить особенности приготовления строительных растворов и происхождение используемого сырья [16], а также служить индикатором временных изменений в рецептурах [17]. Различные научные группы проводят исследования строительных растворов, определяют элементный и фазовый состав, а также другие характеристики. Исследуемые памятники, как и набор методов исследования разнообразны, но основные цели большинства работ зачастую сходны: изучение технологических и хронологических аспектов. Среди них можно выделить классификацию строительных растворов для прояснения/уточнения хронологии, т.е. для косвенного датирования [18], или определение источников сырья [16, 19], что также будет косвенно свидетельствовать о разных периодах строительства.

Элементный состав широко используют для выявления различий в строительных растворах. Такие методы, как рентгенофлуоресцентный анализ (XRF), нейтронный активационный анализ (НАА), масс-спектрометрия с индуктивно связанной плазмой (ISP-CMS), дают возможность определить большой набор элементов не только в макро-, но и в микро- и следовых количествах. В то время как вариации в макроэлементном составе говорят нам о различиях в рецептурах приготовления растворов [16, 20], небольшие различия в содержании микроэлементов дают возможность говорить о различных источниках сырья [21]. Анализ большого количества получаемых данных невозможен без статистической обработки результатов экспериментов [22, 23].

В работе [17] сообщают о методе косвенной хронологии на основе анализа редкоземельных элементов в растворах замка Сагунто (Испания) с применением ICP-MS и XRF в сочетании со статистической обработкой методом главных компонент.

В работе [24] исследуют элементный состав штукатурных растворов из пирамиды Темпло Майор (Мехико, Мексика) методом масс-спектрометрии с индуктивно связанной плазмой с лазерной абляцией (LA-ICP-MS) с целью дальнейшего определения места происхождения исходного сырья.

Возможно использование и других методов исследования строительных растворов, таких как инфракрасная спектроскопия (FTIR) [19, 25], термические дифференциальный (DTA) и гравиметрический (TGA) анализ [19, 25], рентгеновская порошковая дифракция (XRPD) [25, 26], лазерно-искровая эмиссионная спектроскопия (LIBS) [27], петрография [5, 16, 27, 28], результаты которых аналогично могут быть подвергнуты статистической обработке для поиска различий между исследуемыми образцами.

В работе [26] применяли XRPD для минералогической характеристики исторических растворов из Храма Венеры в Помпеях (Италия). Авторы применили кластерный анализ к данным количественного фазового анализа. Аналогичная работа проведена для строительных растворов Сарнских бань в Помпеях [29] с применением метода главных компонент для разделения образцов на группы.

Таким образом, для исследования строительных растворов Георгиевского собора Юрьева монастыря может быть успешно применен метод косвенного датирования. Для определения элементного состава в текущей работе будет использован метод НАА, который обладает высокой чувствительностью и позволяет определять содержание более 40 элементов [30], включая микроэлементы в следовых количествах [31]. Для классификации строительных растворов по их элементному составу будут применены методы многомерной математической статистики, которые позволяют выявлять скрытые закономерности и взаимосвязи даже при большом количестве переменных.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

**Образцы.** В процессе проведения архитектурно-археологических исследований Новгородским архитектурно-археологическим отрядом ИА РАН в 2021 г. были отобраны образцы строительных растворов (рис. 3) из различных конструкций Георгиевского собора и неизвестной каменной постройки, обнаруженной к северо-востоку от собора (рис. 4). Описание образцов, исследованных в данной работе, представлено в табл. 1.

**Нейтронный активационный анализ.** Для проведения НАА использовали установку ИРЕН (ОИЯИ, Россия) и реактор ВВР-К (ИЯФ, Казахстан).

Пробы механически очищали от внешних загрязнений и размалывали в порошок с помощью агатовой ступки и пестика. Полученный порошок высушивали при температуре 105 °С до достижения постоянной массы. Ранее было показано [32], что оптимальное количество образца для облучения на установке ИРЕН составляет 3 г. Только 5 из 11 переданных для исследования образцов имели достаточную массу. Для облучения на реакторе ВВР-К из 11 образцов подготовили по 6 навесок массой 0,1 г: 3 навески для анализа по короткоживущим изотопам, 3 другие — для анализа по средне- и долгоживущим изотопам.

На установке ИРЕН облучение образцов осуществляли в потоках тепловых  $\Phi_{th} = 1,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  и резонансных нейтронов  $\Phi_{res} = 2,6 \cdot 10^7 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  в течение 40 мин для получения короткоживущих изотопов. Измерение спектров наведенной

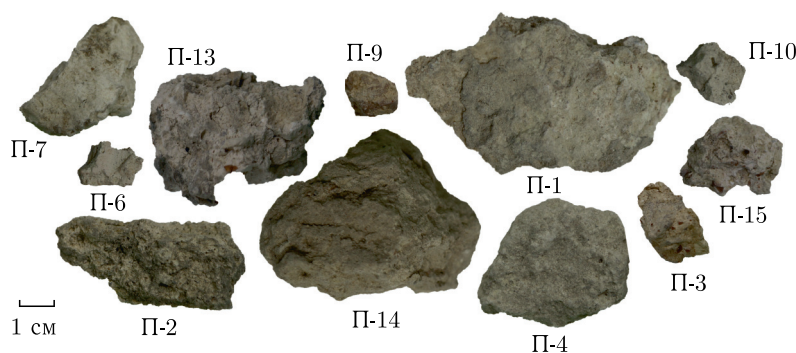


Рис. 3. Фрагменты строительных растворов из Георгиевского собора Юрьева монастыря и неизвестной постройки к северо-востоку от собора

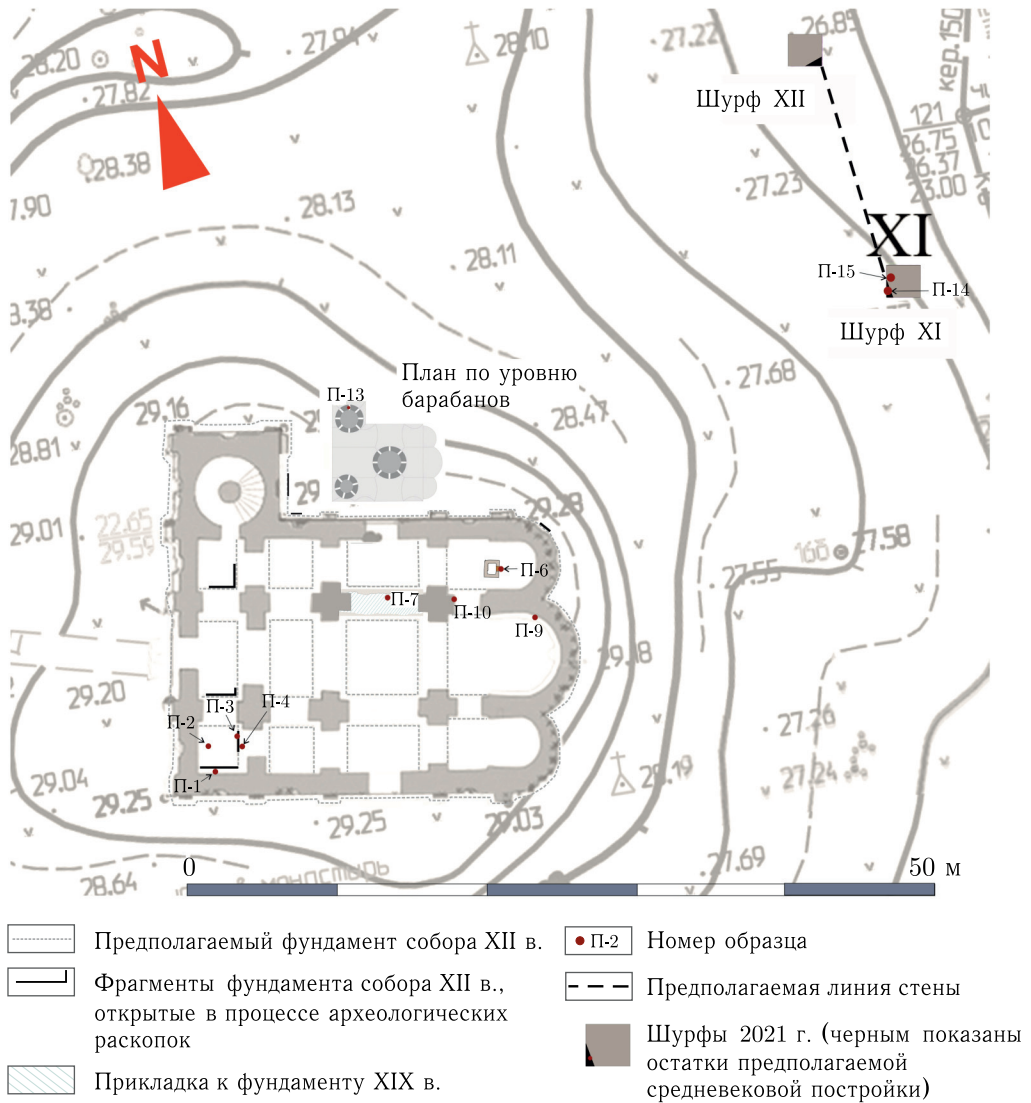


Рис. 4. Карта мест отбора образцов из Георгиевского собора и неизвестной каменной постройки

активности проводили с помощью детектора Canberra GC-10021 с относительной эффективностью 100% и разрешением 2,1 кэВ для  $\gamma$ -линии  $Co-60$  с энергией 1332 кэВ.

На реакторе ВВР-К исследования проводили с использованием двух каналов. Облучение в «сухом» канале осуществляли в потоках тепловых  $\Phi_{th} = 4,4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  и резонансных нейтронов  $\Phi_{res} = 3,8 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  в течение 60 с для получения короткоживущих изотопов. Спектры наведенной активности измеряли детектором Canberra GC-2018 с относительной эффективностью 20%

Таблица 1. Список исследованных образцов

№	Место отбора образца	Тип раствора	Постройка	Датировка по письменным источникам
П-1	Юго-западный склеп, обмазка фундамента	Обмазка	Георгиевский собор	?
П-2	Юго-западный склеп, раствор с цемянкой с пола	Раствор фундамента	Георгиевский собор	XII в.
П-3	Юго-западный склеп, раствор с цемянкой со стены	Обмазка	Георгиевский собор	XII в.
П-4	Юго-западный склеп, раствор с цемянкой из пролома	Раствор фундамента	Георгиевский собор	XII в.
П-6	Обмазка закладки для мощей на восточной грани престола северной апсиды	Обмазка	Георгиевский собор	XIX в.
П-7	Прикладка на северном ленточном фундаменте	Раствор фундамента	Георгиевский собор	XIX в.
П-9	Северная стена центральной апсиды	Стеновой раствор	Георгиевский собор	XII в.
П-10	Красящийся пигмент на известковом основании. Северная арка снизу	Обмазка	Георгиевский собор	Предположительно XIX в.
П-13	Капелла над лестничной башней. Отверстие для связей	Стеновой раствор	Георгиевский собор	XII в.
П-14	Шурф XI. Раствор из валунной кладки неизвестной постройки	Раствор фундамента	Неизвестная постройка	?
П-15	Шурф XI. Раствор из культурного слоя разрушения неизвестной постройки	Раствор фундамента	Неизвестная постройка	?

и разрешением 1,8 кэВ для  $\gamma$ -линии Co-60 с энергией 1332 кэВ. В «мокром» канале для получения долгоживущих изотопов облучение проводили в потоках тепловых  $\Phi_{th} = 6,6 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  и резонансных нейтронов  $\Phi_{res} = 3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  в течение 90 мин. Спектры измеряли детектором ORTEC GEM40P4-83 с относительной эффективностью 40% и разрешением 1,85 кэВ для  $\gamma$ -линии Co-60 с энергией 1332 кэВ дважды: через 6–7 сут и 21 день после окончания облучения.

Обработку спектров наведенной активности проводили в программном обеспечении GENIE-2000. Программу «Концентрация» [33], созданную в ЛНФ ОИЯИ, ис-

пользовали для расчета массовых долей элементов с применением относительного варианта НАА. Вместе с образцами облучали стандарты NIST, элементный состав которых известен и сертифицирован. Расчет массовых долей в этом случае осуществляли путем пропорционального сравнения активностей радионуклидов в образце и стандарте. Стандарты также применяли для контроля качества. Учитывая особенности каждой установки, такие как соотношение плотностей потоков нейтронов, набор определяемых нуклидов, длительность времени облучения, оптимальные массы облучаемых образцов, а также с целью минимизации количества используемых стандартов, вместе с образцами были облучены следующие наборы стандартов: на установке ИРЕН — 1633с, 1635а, 2586, 2710а, на реакторе ВВР-К — 1566b, 1632е, 1633с, 2556, 2706, 2586, 2709а.

**Статистический анализ массовых долей химических элементов.** Для обработки данных НАА использовали три метода многомерной математической статистики: метод главных компонент, иерархический кластерный анализ и факторный анализ с применением языка программирования для статистического анализа *R* [34]. Перед использованием всех вышеуказанных методов исходные данные были стандартизированы с использованием функции *scale* [35] для исключения влияния различий в масштабах переменных.

Иерархический кластерный анализ был выполнен с использованием метода Варда (*ward.D2*) [36] и евклидова расстояния для оценки различий между наблюдениями. Результаты анализа были визуализированы в виде дендрограммы, где вертикальное положение узлов отражает степень сходства между кластерами, а горизонтальные расстояния показывают степень различия между ними.

Анализ главных компонент был выполнен с помощью функции *prcomp* [37] из базового пакета *stats* [34]. Визуализация результатов была проведена на основе координат образцов, полученных для первых двух главных компонент, которые проецируют исходные данные в пространство меньшей размерности.

Факторный анализ был выполнен с использованием функции *fa* из пакета *psych* с параметром вращения *Varimax* [38]. Визуализация результатов осуществлена на основе координат образцов (факторных оценок), рассчитанных для первых двух факторов, которые отражают проекцию исходных данных в пространство с уменьшенной размерностью.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Древнерусские средневековые строительные растворы, в том числе из Георгиевского собора, ранее исследовались с помощью гранулометрического и петрографического анализов Е. Ю. Медниковой, П. А. Раппопортом, Н. Б. Селивановой и А. А. Липатовым. Новгородские строительные растворы были кратко описаны как растворы, содержащие не менее 25 % цемьянки и 40–75 % вяжущего. Дополнительным компонентом новгородских растворов являлся красный новгородский ракушечник. Для образцов из Георгиевского собора были опубликованы данные гранулометрического анализа [39, 40].

Образцы строительных растворов из Георгиевского собора были исследованы методом петрографии, позволившим определить их минеральный состав и соотношение компонентов для разных типов растворов и разных периодов строительства [28].

Элементный анализ отобранных образцов в дополнение к гранулометрическому и петрографическому анализам не проводился. Настоящая работа дополняет предыдущие исследования, предоставляя данные НАА, что позволяет более полно охарактеризовать химические особенности растворов.

В результате НАА были получены массовые доли 34 химических элементов (33 — на реакторе ВВР-К, 9 — на установке ИРЕН). В табл. 2 представлены результаты реакторного НАА и содержание кремния, которое было определено на установке ИРЕН.

Все элементы, за исключением кремния, которые были определены на установке ИРЕН, также были обнаружены на реакторе ВВР-К. Кремний определяют методом НАА в результате реакции  $^{29}\text{Si}(n, p)^{29}\text{Al}$  на быстрых нейтронах. Следует отметить, что особенность нейтронных потоков на реакторе ВВР-К (менее 10% спектра составляют резонансные нейтроны) делает практически невозможным определение кремния в микроколичествах. Причин этому несколько:

— пневмотранспортная система на реакторе ВВР-К подключена к сухому неохлаждаемому каналу, поэтому увеличение массы и/или времени облучения может привести к перегреву и застреванию транспортной капсулы. Вследствие чего, как правило, для получения короткоживущих изотопов облучают образцы массой 0,1 г в течение 1 мин;

— подавляющее количество тепловых нейтронов в спектре реактора ВВР-К приводит к значительной активации изотопов таких элементов, как Al, Mn, Na, Ca и ряда других. Суммарная наведенная активность изотопов перечисленных элементов приводит к увеличению пьедестала спектра, что не позволяет зарегистрировать сигнал  $^{29}\text{Al}$  с необходимой для определения микроколичества чувствительностью. Увеличение времени набора спектра не имеет смысла из-за быстрого распада регистрируемого изотопа;

— увеличение массы и/или времени облучения приведет к росту наведенной активности всех (в первую очередь, короткоживущих) изотопов элементов матрицы, следовательно, чувствительность определения кремния не может значимо улучшиться.

Таким образом, перечисленные ограничения приводят к тому, что порог определения кремния на реакторе ВВР-К составляет 30%. Напротив, условия проведения массового многоэлементного НАА на установке ИРЕН, а именно: большая доля резонансных нейтронов, большая масса образца, возможность подбора времени облучения в широком диапазоне и отсутствие проблемы разогрева транспортной капсулы дают возможность определять существенно меньшие массовые доли кремния. Этот факт открывает перспективы использования установки ИРЕН в дальнейших исследованиях строительных растворов, поскольку содержание этого элемента могло заметно варьироваться в зависимости от различных исторических эпох [41].

Для оценки соответствия результатов реакторного НАА и данных, полученных на установке ИРЕН, была построена регрессионная модель. Сходимость результатов была проверена по элементам, которые были определены по короткоживущим изотопам на обеих установках: Na, Mg, Al, Mn, Ca, V, K, Sr. На рис. 5 представлена регрессионная прямая и 99%-й предсказательный интервал. Все экспериментальные точки находятся внутри этого интервала, что свидетельствует о высокой степени согласованности данных. Коэффициент корреляции между массовыми долями элементов составил 0,995, что подтверждает сильную линейную зависимость. Таким образом,

Таблица 2. Массовые доли элементов в образцах, мг/кг

Образец	Na	Mg	Al	Si	Cl	K	Ca	Sc
П-1	4470 ± 630	2020 ± 210	18400 ± 1300	41300 ± 1700	516 ± 41	8800 ± 550	229000 ± 13000	1,44 ± 0,09
П-2	968 ± 130	14400 ± 1200	32700 ± 600	95700 ± 3900	828 ± 47	4370 ± 390	263000 ± 14000	4,98 ± 0,89
П-3	3200 ± 240	13200 ± 1600	63300 ± 1000	100000 ± 4000	580 ± 68	12500 ± 1000	156000 ± 8000	11,8 ± 0,2
П-4	3950 ± 220	12100 ± 1100	38800 ± 700	—	588 ± 91	12500 ± 800	237000 ± 14000	6,75 ± 0,22
П-6	2440 ± 170	3050 ± 440	12900 ± 400	—	758 ± 48	5760 ± 460	246000 ± 14000	1,42 ± 0,06
П-7	1480 ± 180	14200 ± 1100	8630 ± 130	—	635 ± 53	2950 ± 370	339000 ± 19000	1,53 ± 0,06
П-9	9720 ± 430	14400 ± 1400	56100 ± 1100	—	1460 ± 100	23200 ± 2500	136000 ± 8000	10,3 ± 0,3
П-10	1890 ± 120	4050 ± 790	10300 ± 300	—	566 ± 62	5090 ± 570	289000 ± 16000	1,06 ± 0,03
П-13	3660 ± 230	12700 ± 1800	49200 ± 800	—	1000 ± 70	12200 ± 700	197000 ± 11000	8,63 ± 0,31
П-14	5960 ± 440	2340 ± 320	23300 ± 800	217000 ± 8000	530 ± 33	10700 ± 1300	154000 ± 9000	1,52 ± 0,13
П-15	2170 ± 110	4360 ± 830	13000 ± 1600	178000 ± 7000	630 ± 47	5950 ± 810	199000 ± 12000	1,53 ± 0,07

Образец	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Zn	As	Br
П-1	538 ± 100	10,7 ± 1,1	9,49 ± 0,61	431 ± 28	5850 ± 170	1,91 ± 0,05	25,7 ± 2,9	1,07 ± 0,05	0,550 ± 0,061
П-2	2110 ± 210	47,5 ± 3,5	23,4 ± 3,4	708 ± 52	20400 ± 1040	5,49 ± 0,92	31,7 ± 2,7	2,35 ± 0,16	0,966 ± 0,073
П-3	3980 ± 350	80,9 ± 5,3	49,7 ± 1,1	890 ± 45	33600 ± 920	15,1 ± 0,7	67,0 ± 3,0	2,75 ± 0,13	0,383 ± 0,080
П-4	2410 ± 160	55,3 ± 3,6	28,8 ± 1,0	571 ± 20	20900 ± 770	7,29 ± 0,28	39,9 ± 2,3	1,72 ± 0,06	0,258 ± 0,047
П-6	942 ± 100	29,6 ± 2,0	8,37 ± 0,39	670 ± 23	5060 ± 190	3,16 ± 0,07	13,0 ± 1,0	1,71 ± 0,04	1,04 ± 0,07
П-7	510 ± 86	83,0 ± 5,4	9,08 ± 0,62	628 ± 23	7150 ± 760	2,92 ± 0,25	6,80 ± 0,70	1,69 ± 0,11	0,474 ± 0,055
П-9	3560 ± 220	80,9 ± 5,4	46,8 ± 1,8	694 ± 27	29900 ± 1150	12,5 ± 0,4	58,0 ± 4,0	2,95 ± 0,22	6,76 ± 0,51
П-10	560 ± 94	9,43 ± 1,23	7,66 ± 0,72	721 ± 26	5120 ± 190	5,57 ± 0,28	7,90 ± 1,20	1,09 ± 0,06	0,687 ± 0,052
П-13	3400 ± 230	69,1 ± 4,5	38,1 ± 1,3	620 ± 23	26400 ± 780	9,06 ± 0,47	47,3 ± 2,8	2,17 ± 0,07	5,41 ± 0,34
П-14	563 ± 78	12,7 ± 1,1	7,25 ± 0,72	446 ± 23	5200 ± 650	2,19 ± 0,08	11,8 ± 1,1	0,743 ± 0,064	0,513 ± 0,045
П-15	1410 ± 180	15,3 ± 1,4	9,06 ± 0,75	572 ± 24	5250 ± 200	2,67 ± 0,12	12,3 ± 1,7	0,820 ± 0,062	0,555 ± 0,049

Окончание табл. 2

Образец	Rb	Sr	Zr	Ba	Cs	La	Ce	Nd	Sm	Eu
П-1	29,8 ± 5,1	245 ± 17	72,9 ± 13,9	203 ± 23	0,548 ± 0,038	6,53 ± 0,55	12,3 ± 1,3	5,75 ± 0,96	1,09 ± 0,01	0,344 ± 0,029
П-2	22,4 ± 4,3	94,8 ± 9,8	122 ± 8	204 ± 28	1,99 ± 0,24	22,4 ± 1,4	40,5 ± 2,9	13,5 ± 1,8	2,67 ± 0,28	0,621 ± 0,081
П-3	61,4 ± 6,6	209 ± 15	139 ± 19	442 ± 48	3,52 ± 0,07	34,8 ± 0,9	66,1 ± 2,4	25,7 ± 2,2	5,12 ± 0,14	1,18 ± 0,05
П-4	46,4 ± 5,5	206 ± 21	94,4 ± 6,7	227 ± 23	2,15 ± 0,01	21,7 ± 0,6	40,2 ± 1,6	15,9 ± 1,4	2,87 ± 0,01	0,766 ± 0,036
П-6	17,7 ± 1,9	172 ± 12	135 ± 16	146 ± 11	0,358 ± 0,022	6,99 ± 0,34	14,3 ± 0,7	5,64 ± 0,62	1,27 ± 0,05	0,342 ± 0,031
П-7	6,98 ± 1,1	179 ± 14	35,8 ± 9,7	100 ± 8	0,099 ± 0,001	8,51 ± 0,3	15,2 ± 0,7	6,46 ± 0,63	1,14 ± 0,07	0,273 ± 0,020
П-9	85,3 ± 9,1	137 ± 19	190 ± 18	366 ± 39	3,42 ± 0,18	32,7 ± 0,3	60,7 ± 2,2	26,9 ± 3,0	4,93 ± 0,18	1,09 ± 0,05
П-10	16,6 ± 2,0	146 ± 13	36,7 ± 6,9	104 ± 8	0,224 ± 0,021	6,53 ± 0,26	12,3 ± 0,7	4,96 ± 0,55	1,07 ± 0,04	0,264 ± 0,027
П-13	64,1 ± 7,0	117 ± 7,0	92,3 ± 11,1	265 ± 21	2,79 ± 0,09	28,0 ± 0,8	51,3 ± 2,3	20,5 ± 1,3	3,67 ± 0,34	0,963 ± 0,034
П-14	28,5 ± 3,7	141 ± 18	40,8 ± 6,4	242 ± 41	0,369 ± 0,022	9,43 ± 0,32	18,1 ± 1,1	8,43 ± 0,58	1,46 ± 0,22	0,424 ± 0,036
П-15	19,7 ± 2,7	147 ± 8,0	169 ± 4,0	165 ± 13	0,389 ± 0,034	6,79 ± 0,8	13,3 ± 1,5	4,88 ± 0,66	1,02 ± 0,09	0,259 ± 0,035

Образец	Tb	Yb	Lu	Hf	Ta	Th	U
П-1	0,164 ± 0,021	0,384 ± 0,029	0,085 ± 0,008	0,743 ± 0,160	0,0614 ± 0,0041	1,48 ± 0,25	0,637 ± 0,056
П-2	0,428 ± 0,054	0,883 ± 0,027	0,168 ± 0,021	2,22 ± 0,49	0,434 ± 0,016	5,74 ± 0,52	1,21 ± 0,19
П-3	0,642 ± 0,106	1,46 ± 0,04	0,307 ± 0,023	3,46 ± 0,63	0,832 ± 0,041	10,2 ± 0,3	2,19 ± 0,08
П-4	0,386 ± 0,031	0,986 ± 0,024	0,201 ± 0,007	2,07 ± 0,37	0,432 ± 0,025	5,81 ± 0,19	1,48 ± 0,08
П-6	0,181 ± 0,024	0,494 ± 0,061	0,105 ± 0,012	2,85 ± 0,56	0,134 ± 0,006	1,60 ± 0,12	0,788 ± 0,028
П-7	0,158 ± 0,013	0,302 ± 0,014	0,063 ± 0,003	0,353 ± 0,063	0,106 ± 0,011	1,15 ± 0,04	0,455 ± 0,031
П-9	0,616 ± 0,068	1,34 ± 0,06	0,326 ± 0,011	4,15 ± 0,92	0,711 ± 0,034	9,11 ± 0,23	2,17 ± 0,14
П-10	0,145 ± 0,007	0,351 ± 0,013	0,071 ± 0,002	0,725 ± 0,156	0,0628 ± 0,0071	0,974 ± 0,108	0,614 ± 0,027
П-13	0,468 ± 0,025	1,11 ± 0,03	0,246 ± 0,007	2,48 ± 0,74	0,514 ± 0,035	7,48 ± 0,31	1,22 ± 0,14
П-14	0,213 ± 0,015	0,395 ± 0,044	0,082 ± 0,005	0,979 ± 0,221	0,0619 ± 0,0142	1,98 ± 0,14	0,680 ± 0,052
П-15	0,165 ± 0,015	0,502 ± 0,017	0,102 ± 0,007	3,50 ± 0,62	0,163 ± 0,007	1,69 ± 0,22	0,782 ± 0,067

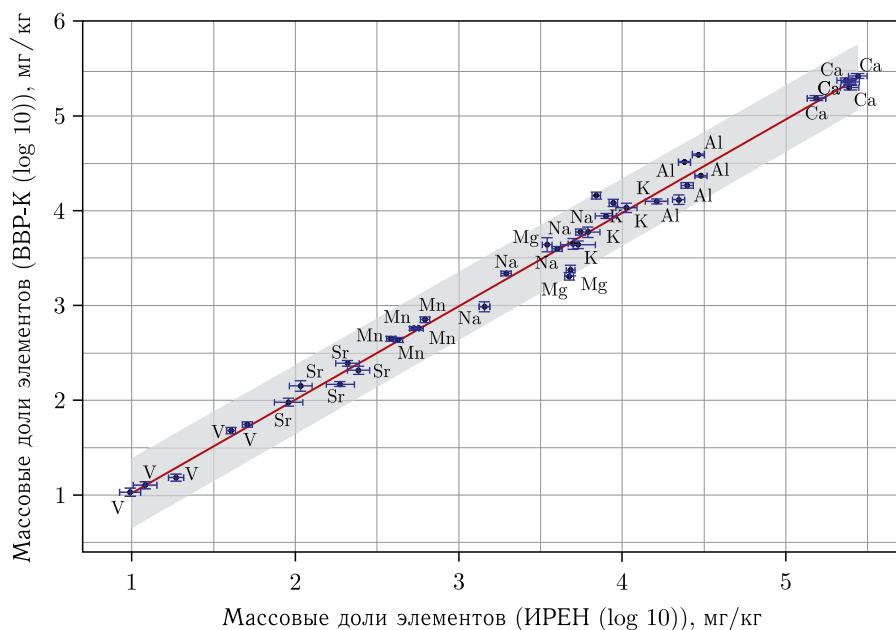


Рис. 5. Сравнение массовых долей элементов, полученных на установке ИРЕН и реакторе ВБР-К (логарифмическая шкала)

данные, полученные на установке ИРЕН, хорошо соответствуют реакторным результатам. Поэтому установка ИРЕН является хорошей альтернативой для получения достоверных данных.

Методы многомерной математической статистики, такие как кластерный анализ, анализ методом главных компонент и факторный анализ, находят широкое применение в исследованиях археологических находок. В частности, эти методы позволяют выявить скрытые закономерности и классифицировать образцы на основе их элементного состава.

Иерархический кластерный анализ — это метод разделения больших наборов данных, который также широко применяют при изучении археологических находок, в том числе и строительных растворов. К примеру, в статье [26] данный метод был применен к результатам XRPD-исследований строительных растворов.

В случае изучения строительных растворов Георгиевского собора иерархический кластерный анализ был применен к наборам данных НАА. При построении иерархической дендрограммы (рис. 6), основанной на анализе всех элементов, и выделении двух первичных кластеров, видна четкая дифференциация образцов, относящихся к различным технологиям изготовления строительных растворов. В правый кластер попали все образцы, датированные XII в. (домонгольский период архитектуры), а в левый — образцы с более поздней датировкой (послемонгольский период архитектуры), что указывает на устойчивые различия в элементном составе растворов, характерных для домонгольского и послемонгольского периодов.

Метод главных компонент — это часто используемый метод снижения размерности в анализе данных. Он позволяет уменьшить количество многочисленных призна-

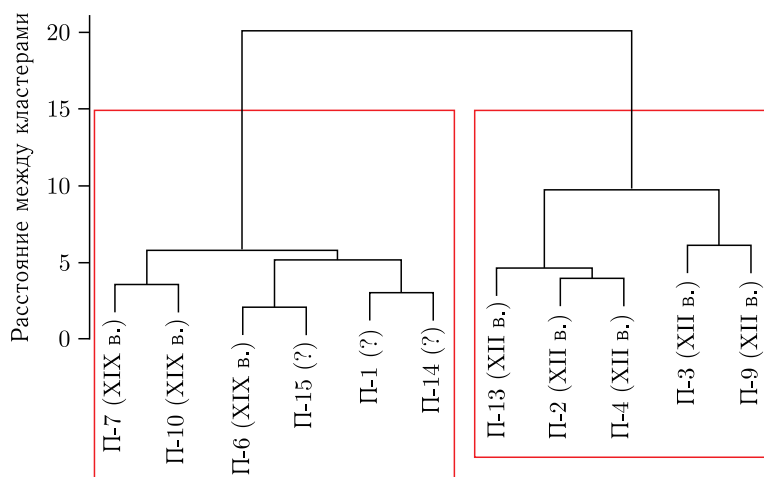


Рис. 6. Иерархическая дендрограмма по всем элементам

ков до нескольких новых обобщенных характеристик, называемых главными компонентами [42]. Данный метод активно используют в исследованиях археологических материалов, таких как керамика [43], металлы [44], стекло [45] и строительные материалы [17].

На рис. 7 представлены результаты анализа методом главных компонент по всем элементам. В данном случае первая и вторая главные компоненты суммарно объясняют 84,4% общей дисперсии данных, что достаточно хорошо отражает наиболее важные закономерности, обеспечивая эффективную визуализацию и интерпретацию в двумерном пространстве. На диаграмме слева приведено распределение образцов в пространстве первых двух главных компонент. Цвета точек соответствуют предполагаемым датировкам образцов: коричневые точки относятся к описанным выше постройкам XII в., зеленые — к XIX в., голубые — к образцам с неизвестной датировкой. В результате можно выделить две группы: строительные растворы XII в. и строительные растворы более поздних веков. При этом наблюдаемое разделение групп в основном происходит вдоль оси первой главной компоненты, которая объясняет 75,9% общей дисперсии данных. На графике справа отражен вклад химических элементов в формирование двух первых главных компонент. Наибольший вклад в формирование первой компоненты вносят элементы с максимальными положительными коэффициентами корреляции к первой главной компоненте: редкоземельные (Sc, Ce, Nd, Sm, Tb, Yb, Lu) и микроэлементы (Cr, Th, Cs). Это указывает на то, что именно вариации массовых долей данных элементов вносят определяющий вклад в различие между исследуемыми группами образцов.

Для образцов группы XIX в. характерны отрицательные значения первой главной компоненты, тогда как для образцов XII в. эти значения положительны. Данный факт, в совокупности с положительными коэффициентами ключевых элементов, указывает на то, что для строительных растворов домонгольского периода характерны более высокие массовые доли элементов, формирующих первую главную компоненту. Таким

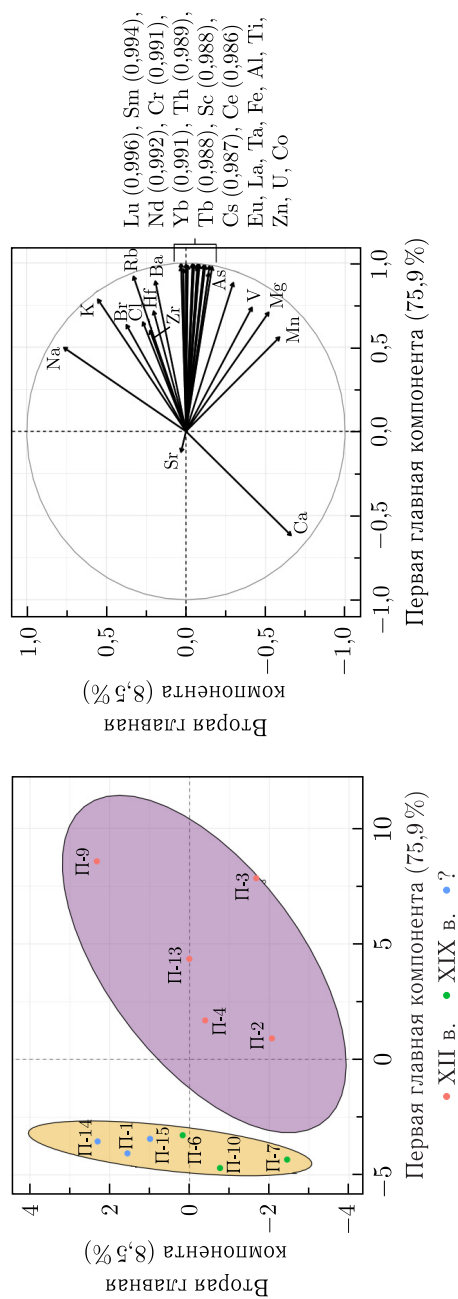


Рис. 7 (цветной в электронной версии). Результаты анализа методом главных компонент по всем элементам. Слева: рассеяние образцов в пространстве первых двух главных компонент; справа: вклад химических элементов в формирование двух первых главных компонент

образом, образцы более ранних веков демонстрируют обогащение редкоземельными элементами, а также некоторыми микроэлементами по сравнению с растворами послемонгольского периода. Полученный результат можно объяснить использованием в качестве наполнителя в растворах XII в. толченой плинфы — керамического красноглиняного кирпича. Данный материал обогащен оксидом железа, а редкоземельные элементы часто замещают трехвалентное железо в его соединениях [46].

Авторы статьи [17] также изучали состав строительных растворов для определения хронологии строительных фаз замка Сагунто. Примечательно, что при использовании метода главных компонент основные элементы и микроэлементы показали только грубые различия, связанные с составом строительного раствора, тогда как анализ по редкоземельным элементам выявил явные различия между растворами, относящимися к различным историческим периодам.

В факторном анализе количество переменных должно быть меньше числа наблюдений [47], из-за чего анализ по всем элементам в этом исследовании невозможен. Поэтому, опираясь на результаты метода главных компонент в настоящей работе и опыт авторов статьи [17], в качестве характеристик были взяты массовые доли только редкоземельных элементов (Sc, La, Ce, Nd, Sm, Eu, Tb, Yb, Lu).

В результате проведения факторного анализа было выявлено два фактора, каждый из которых включает элементы с высокой положительной корреляцией. При построении графика факторных оценок (рис. 8) можно выделить две группы. Как и в методе главных компонент, четко разделены образцы XII в. и образцы более поздних периодов.

На тесную связь фактора с содержанием элементов указывают нагрузки от 0,7 и выше. Первый фактор имеет высокие нагрузки, связанные со следующими элементами: La (0,8), Ce (0,8), Tb (0,8), Nd (0,7), Sm (0,7), Eu (0,7) и Sc (0,7). Соответственно, образцы с высокими положительными значениями оценок первого фактора обогащены данной группой элементов, в то время как образцы с низкими или отрицательными значениями обеднены ими. Таким образом, образцы ранних веков

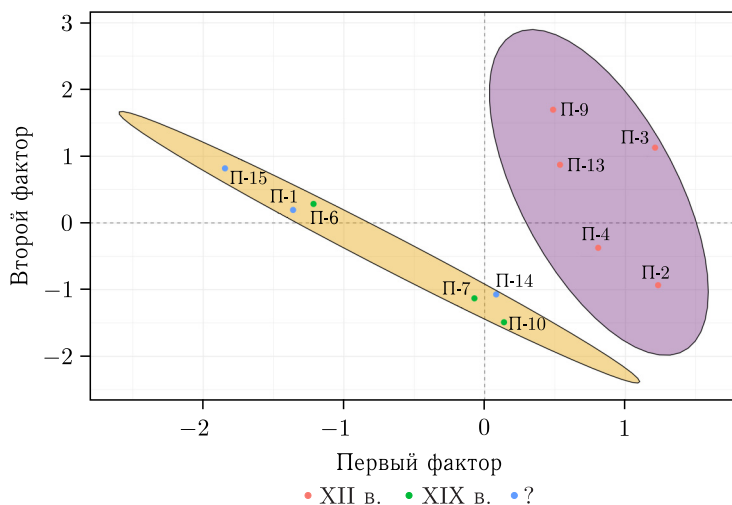


Рис. 8. Результат факторного анализа по редкоземельным элементам

демонстрируют обогащение большинством редкоземельных элементов по сравнению с растворами послемонгольского периода.

Следует отметить, что при использовании всех статистических методов образцы с неопределенной датировкой (П-1, П-14, П-15) попали в группу образцов послемонгольского периода. Эти образцы были отобраны из конструкций, не имевших точной датировки и не относящихся к двум известным строительным периодам. Два образца происходили из каменной конструкции, открытой раскопками 2021 г., не упомянутой в письменных источниках. Планы Юрьева монастыря, выполненные в конце XVIII и XIX вв., не содержат следов этой постройки. Вероятнее всего, к этому моменту она была уже разрушена. Еще один образец был взят из обмазки фундамента XII в. в юго-западном компартименте собора, где был устроен подземный склеп. Предполагаемая дата постройки склепа XIX в.

Полученные данные хорошо согласуются с проведенным ранее петрографическим анализом образцов растворов [28]. Состав компонентов и структуры растворов показали отличия между растворами первоначальной стадии строительства Георгиевского собора XII в. и растворами 1820-х гг. В составе растворов XII в. обнаружены два основных компонента — известковое вяжущее и цемяночный наполнитель (дробленая плинфа). Дополнительно в растворах встречаются фрагменты дробленого известняка. В растворах 1820-х гг. основными компонентами являются известковое вяжущее и полиминеральный песок. В растворах с неопределенной датировкой обнаружены известковое вяжущее, песок, а также примесь дробленого кирпича в гораздо меньшем количестве. С некоторой долей вероятности эти растворы можно датировать XIV–XV вв. [28], когда в составе растворов фиксируются известковое вяжущее, песок и небольшое количество керамического наполнителя в виде дробленого кирпича.

Необходимо подчеркнуть, что для повышения точности выводов при разделении образцов на группы методами многомерного анализа с целью определения их относительной датировки, важно расширить базу образцов, имеющих абсолютную датировку. Увеличение количества таких образцов позволит создать более представительную и разнообразную выборку, охватывающую различные временные периоды. Это, в свою очередь, даст возможность построить более точные и устойчивые статистические модели, которые будут учитывать возможные вариации в элементном составе, характерные для разных эпох.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Проведено исследование 11 образцов строительных растворов из Георгиевского собора Юрьева монастыря Великого Новгорода. С помощью НАА были определены массовые доли 34 химических элементов. Для статистического анализа данных о массовых долях элементов были применены три метода: метод главных компонент, кластерный и факторный анализ.

Результаты исследования показали, что элементный состав образцов, датированных разными историческими эпохами, демонстрирует значимые различия. Основной вклад вносят редкоземельные элементы (Sc, La, Ce, Nd, Sm, Eu, Tb, Yb, Lu) и микроэлементы (Sr, Th, Cs), которые содержатся в большем количестве в образцах домонгольского периода. Эти различия обусловлены особенностями технологий изготовления строительных растворов в домонгольский и послемонгольский периоды ар-

хитектуры. Применение различных статистических методов однозначно подтвердило это разделение, выявив две четкие группы. Малое количество образцов не позволило провести детальное разделение образцов послемонгольского периода и более четко датировать образцы с неизвестной датировкой.

Данная работа продемонстрировала применимость использованных методов. В дальнейшем возможно расширить статистическую модель за счет образцов послемонгольского периода для формирования референтных групп, которые будут соответствовать менее продолжительным историческим интервалам. Это расширение создаст предпосылки для классификации образцов с неопределенной датировкой.

**Финансирование.** Экспериментальная часть работы с помощью НАА в Институте ядерной физики выполнена в рамках бюджетного финансирования Министерства энергетики Республики Казахстан «Развитие ядерно-физических методов и технологий для инновационной модернизации экономики Казахстана» ИРН: BR23891691. Археологические исследования выполнены в рамках гранта Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по теме «Домонгольские росписи Новгорода: археологический контекст и естественно-научные исследования (фрески Георгиевского собора Юрьева монастыря из раскопок 2013–2020 годов)», соглашение № 075-15-2021-576.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новгородская первая летопись старшего и младшего изводов / Ред. А. М. Насонов. Л.: Изд-во АН СССР, 1950. 642 с.; 5 л. ил.
2. *Раннопорт П. А.* Строительное производство Древней Руси (X–XIII вв.). СПб.: Наука, 1994. 160 с.
3. Архитектурное наследие Великого Новгорода и Новгородской области / Ред. М. И. Мильчик. СПб.: Лики, 2008. 656 с.
4. *Лазарев В. Н.* Искусство Древней Руси. Мозаики и фрески. М.: Искусство, 2000. 304 с.
5. *Вдовиченко М. В. и др.* Археология стеного письма // Росписи Георгиевского собора Юрьева монастыря: археология и искусство. М.: ИА РАН, 2024. С. 14–81.
6. *Вдовиченко М. В., Седов В. В.* Росписи Георгиевского собора Юрьева монастыря: археология и искусство. М.: ИА РАН, 2024. 656 с., ил.
7. *Седов Вл. В., Этингоф О. Е.* Новые данные об архитектуре и фресках Георгиевского собора Юрьева монастыря // Архитект. наследство. 2016. Т. 65. С. 16–29.
8. *Elsen J.* Microscopy of Historic Mortars — A Review // Cem. Concr. Res. 2006. V. 36, No. 8. P. 1416–1424.
9. *Abd El Salam S. A.* Egyptian and Graeco-Roman Wall Plasters and Mortars: A Comparative Scientific Study. Univ. of Michigan Press, 2004. 378 p.
10. *Hughes J. J., Valek J.* Mortars in Historic Buildings: A Review of the Conservation, Technical and Scientific Literature. 2003. 88 p.
11. *Philokyprou M.* The Earliest Use of Lime and Gypsum Mortars in Cyprus // Historic Mortars. Springer Netherlands, 2012. P. 25–35.
12. *Витрувий.* Десять книг об архитектуре / Ред. Ф. А. Петровский. Азбука; Азбука-Аттикус, 2019. 320 с.
13. *Каргер М. К.* Новгородское зодчество // История русского искусства / Ред. И. Э. Грабарь, В. С. Кеменов, В. Н. Лазарев. М.: Изд-во АН СССР, 1954. Т. 2. С. 16–71.
14. *Раннопорт П. А.* Древнерусская архитектура. СПб.: Стройиздат. С.-Петербург. отд-ние, 1993. 288 с.

15. Антюпов И.В. О периодизации истории новгородской архитектуры // *Seminarium Bulkinianum*. III: К 75-летию со дня рождения Валентина Александровича Булкина. СПб.: Каламос, 2012. С. 114–120.
16. *Alonso-Olazabal A. et al.* Compositional Characterization and Chronology of Roman Mortars from the Archaeological Site of Arroyo De La Dehesa De Velasco (Burgo De Osma-Ciudad De Osma, Soria, Spain) // *Minerals*. 2020. V. 10, No. 5. P. 393.
17. *Gallelo G. et al.* Indirect Chronology Method Employing Rare Earth Elements to Identify Sagunto Castle Mortar Construction Periods // *Microchem. J.* 2017. V. 132. P. 251–261.
18. *Philippova O.S. et al.* Analysis of the Ruined Murals from the Resurrection Church of the Derevyanitsky Monastery (Veliky Novgorod, Russia): Dating and Attribution // *J. Cult. Herit. Elsevier Masson s.r.l.*, 2024. P. 302–312.
19. *Arizio E. et al.* Statistical Analysis on Ancient Mortars: A Case Study of the Balivi Tower in Aosta (Italy) // *Constr. Build. Mater.* 2013. V. 47. P. 1309–1316.
20. *Rampazzi L. et al.* A Chemometric Approach to the Characterization of Historical Mortars // *Cem. Concr. Res.* 2006. V. 36, No. 6. P. 1108–1114.
21. *Carran D.A.* The Characterization of Historic Mortars with a Focus on Provenance. PhD Thesis. Univ. of the West of Scotland, 2015. P. 236.
22. *Murtagh F., Contreras P.* Algorithms for Hierarchical Clustering: An Overview // *WIREs Data Mining and Knowledge Discovery*. 2012. V. 2, No. 1. P. 86–97.
23. *Baxter M.J.* Notes on Quantitative Archaeology and R. researchgate.net 2015. 289 p.
24. *Mirello D. et al.* Characterization and Provenance of Lime Plasters from the Templo Mayor of Tenochtitlan (Mexico City) // *Archaeometry*. 2011. V. 53, No. 6. P. 1119–1141.
25. *Duran A. et al.* Study by Thermal Analysis of Mortars Belonging to Wall Paintings Corresponding to Some Historical Buildings of Sevillian Art // *J. Therm. Anal. Calorim.* 2008. V. 92, No. 1. P. 353–359.
26. *Piovesan R. et al.* X-Ray Powder Diffraction Clustering and Quantitative Phase Analysis on Historic Mortars // *Eur. J. Mineral.* 2013. V. 25, No. 2. P. 165–175.
27. *Colao F. et al.* Quarry Identification of Historical Building Materials by Means of Laser Induced Breakdown Spectroscopy, X-Ray Fluorescence and Chemometric Analysis // *Spectrochim. Acta. Part B: At. Spectrosc.* 2010. V. 65, No. 8. P. 688–694.
28. *Ianovskaia E.G. et al.* Analyses of Mortars from St. George's Cathedral, Great Novgorod // *Archeometriai Műhely*. 2025. V. 22, No. 1. P. 39–54.
29. *Secco M. et al.* Mineralogical Clustering of the Structural Mortars from the Sarno Baths, Pompeii: A Tool to Interpret Construction Techniques and Relative Chronologies // *J. Cult. Herit.* 2019. V. 40. P. 265–273.
30. *Борзаков С. Б., Канаготова Г. К., Храшко К.* Определение потока нейтронов на установке ИРЕН // *Письма в ЭЧАЯ*. 2019. Т. 16, № 3(222). С. 251–260.
31. *Коваль В. Ю. и др.* Керамика Болгара: первые результаты применения нейтронного активационного анализа // *Там же*. Т. 16, № 6(225). С. 781–801.
32. *Lobachev V.V. et al.* Pneumatic Transport System REGATA-2 for Automation of Activation Analysis at the IREN Facility, FLNP JINR // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2023. V. 20, No. 5. P. 1064–1072.
33. *Дмитриев А. Ю., Павлов С. С.* Автоматизация количественного определения содержания элементов в образцах методом нейтронного активационного анализа на реакторе ИБР-2 в ЛНФ ОИЯИ // *Письма в ЭЧАЯ*. 2013. Т. 10, № 1(178). С. 58–64.
34. *R Core Team.* R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, 2023.
35. *Becker R. A., Chambers J. M., Wilks A. R.* The New S Language. Wadsworth & Brooks/Cole, 1988. 702 p.

36. Venables W. N., Ripley B. D. *Modern Applied Statistics with S*. Springer-Verlag, 2002. 504 p.
37. Murtagh F., Legendre P. Ward's Hierarchical Agglomerative Clustering Method: Which Algorithms Implement Ward's Criterion // *J. Classif.* 2014. V. 31, No. 3. P. 274–295.
38. Grieder S., Steiner M. D. Algorithmic Jingle Jungle: A Comparison of Implementations of Principal Axis Factoring and Promax Rotation in R and SPSS // *Behav. Res. Meth.* 2021. V. 54, No. 1. P. 54–74.
39. Медникова Е. Ю., Раннопорт П. А. Строительные растворы древнего Новгорода // *Сов. археология*. 1991. Т. 4. С. 102–107.
40. Медникова Е. Ю., Раннопорт П. А., Селиванова Н. Б. Древнерусские строительные растворы // *Сов. археология*. 1983. Т. 3. С. 152–161.
41. Sitzia F. The San Saturnino Basilica (Cagliari, Italy): An Up-Close Investigation about the Archaeological Stratigraphy of Mortars from the Roman to the Middle Ages // *Heritage. MDPI*. 2021. V. 4, No. 3. V. 1836–1853.
42. Abdi H., Williams L. J. Principal Component Analysis // *WIREs Comput. Statistics*. 2010. V. 2, No. 4. P. 433–459.
43. Badawy W. M. et al. Formation of Reference Groups for Archaeological Pottery Using Neutron Activation and Multivariate Statistical Analyses // *Archaeometry*. 2022. V. 64, No. 6. P. 1377–1393.
44. Capobianco G. et al.  $\mu$ XRF Mapping as a Powerful Technique for Investigating Metal Objects from the Archaeological Site of Ferento (Central Italy) // *J. Imaging*. 2020. V. 6, No. 7. P. 59.
45. Zhu T. A Study of the Composition of Ancient Glass Based on a Principal Component Analysis Model // *Acad. J. Materials & Chem.* 2023. V. 4, No. 2. P. 1–5.
46. Popelka-Filcoff R. S. et al. Elemental Analysis and Characterization of Ochre Sources from Southern Arizona // *J. Archaeol. Sci.* 2008. V. 35. P. 752–762.
47. Mundfrom D. J., Shaw D. G., Ke T. L. Minimum Sample Size Recommendations for Conducting Factor Analyses // *Intern. J. Test.* 2005. V. 5, No. 2. P. 159–168.

Получено 11 ноября 2025 г.