

УДК 621.384.633.5/6

## КРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ ПУЧКИ В НАКОПИТЕЛЯХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

*И. Н. Мешков<sup>1</sup>, А. О. Сидорин<sup>1</sup>, А. В. Смирнов<sup>1</sup>,  
Е. М. Сыресин<sup>1</sup>, Г. Д. Трубников<sup>1</sup>*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна  
Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики  
(технический университет), Москва

Представлены результаты численного моделирования кристаллических пучков с использованием программы BETACOOЛ. Дано объяснение скачкообразного уменьшения продольного разброса по импульсам, которое наблюдается в экспериментах по охлаждению ионов в накопителях заряженных частиц. Приведены новые критерии, описывающие переход ионного пучка в упорядоченное состояние. Предложена новая стратегия процесса охлаждения, позволяющая увеличить количество ионов пучка в упорядоченном состоянии.

The results of numerical simulations of crystalline ion beams with the use of the BETACOOЛ program are presented. The explanation of the sudden reduction of the momentum spread which was experimentally observed in storage ion rings was done. New criteria of the beam ordering are derived. To increase the particle number in the ordered state, a new strategy of cooling process is proposed.

### ВВЕДЕНИЕ

Использование кристаллических ионных пучков может значительно увеличить светимость в коллайдерах и в экспериментах с мишенью для редких радиоактивных изотопов. Упорядоченное состояние циркулирующих ионных пучков было впервые получено на накопителе с электронным охлаждением НАП-М [1] (Новосибирск), а позднее — в ESR [2] и SIS [3] (Дармштадт), CRYRING [4] (Стокгольм), PALLAS [5] (Мюнхен).

Ниже приведены новые критерии упорядоченного состояния ионных пучков, которые были подтверждены численными расчетами. Метод «молекулярной» динамики, использованный в программе BETACOOЛ [6] для численного моделирования кристаллических пучков, позволил описать резкий скачок продольного разброса по импульсам частиц при уменьшении их числа. Результаты расчетов имеют хорошее согласие с экспериментальными данными, полученными на накопителе ESR. Численные расчеты упорядоченных пучков были также проведены для MUSES Ion Ring [7] в коллайдерной моде. Результатом данных исследований явилось предложение новой стратегии процесса охлаждения, которая может существенно увеличить линейную плотность упорядоченных пучков и, соответственно, увеличить светимость в электрон-ионных столкновениях.

---

<sup>1</sup><http://lepta.jinr.ru>

## 1. КРИТЕРИИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ДЛЯ ИОННЫХ ПУЧКОВ

Абсолютным критерием кристаллизации является состояние ионного пучка, когда средняя температура частиц  $T$  становится меньше потенциальной энергии межчастичного взаимодействия  $U$ .

$$\Gamma = \frac{U}{T} = \frac{Z^2 e^2}{aT} > 1, \quad (1)$$

где  $Ze$  есть заряд иона;  $a$  — среднее расстояние между частицами в системе, где они покоятся «система частиц». Критерий (1) хорошо описывает однородный кристалл. Однако для охлажденных ионных пучков (например, посредством электронного или лазерного охлаждения) кинетическая энергия (температура) ионов имеет существенное различие для продольной и поперечной степени свободы:

$$T_{\perp} \gg T_{\parallel}. \quad (2)$$

Отношение между поперечным размером пучка  $\sigma_{\perp}$  и дистанцией между частицами в продольном направлении сильно зависит от состояния пучка — интенсивности и температуры ионов. Так для пучка в накопителе параметры  $\sigma_{\perp}$  и  $T_{\perp}$  связаны между собой соотношениями

$$T_{\perp} = M c^2 \beta^2 \gamma^2 \left( \frac{2\pi Q_{\text{bet}}}{C_{\text{ring}}} \sigma_{\perp} \right)^2, \quad V_{\perp} = c \beta \gamma \frac{2\pi Q_{\text{bet}}}{C_{\text{ring}}} \sigma_{\perp}, \quad (3)$$

где  $M = Am_p$  — масса иона;  $m_p$  — масса протона;  $A$  — атомный номер;  $\beta, \gamma$  — релятивистские факторы;  $Q_{\text{bet}}$  — бетатронные числа;  $C_{\text{ring}}$  — периметр накопителя;  $V_{\perp}$  — средняя поперечная температура ионов.

Продольная температура и среднее расстояние между частицами в продольном направлении (в системе частиц) для распущенного пучка могут быть записаны в следующем виде:

$$T_{\parallel} = M_i c^2 \beta^2 (\Delta p/p)^2, \quad a_{\parallel} = \frac{\gamma C_{\text{ring}}}{N_i}, \quad (4)$$

где  $\Delta p/p$  есть продольный разброс импульса в лабораторной системе;  $N_i$  — количество ионов в пучке. Столкновения ионов в основном происходят в поперечной плоскости, и прицельный параметр  $\rho$  связан с углом рассеяния  $\theta$  формулой Резерфорда

$$\rho = \frac{Z^2 e^2}{2T_{\perp}} \text{ctg} \frac{\theta}{2}. \quad (5)$$

Теперь мы можем сформулировать первый критерий упорядочения пучков: угол рассеяния в поперечном направлении должен быть достаточно большим, чтобы ионы сохраняли свою позицию (в среднем) в продольном направлении. Это означает, что  $\theta_{\min} V_{\perp} > V_{\parallel}$ , и как результат получим

$$\rho_{\min} \sim \frac{Z^2 e^2}{T_{\perp}} \frac{1}{\theta_{\min}} \approx \frac{Z^2 e^2}{M V_{\perp} V_{\parallel}}. \quad (6)$$

Подставляя это выражение для  $\rho_{\min}$  в очевидное условие  $\rho_{\min} < a_{\parallel}$ , имеем первый критерий упорядоченных пучков:

$$\Gamma_1 = \frac{Z^2 e^2}{a_{\parallel} \sqrt{T_{\parallel} T_{\perp}}} < 1. \quad (7)$$

Второй критерий упорядоченных пучков описывает состояние, в котором ионы не могут проскочить мимо друг друга в продольном направлении без соответствующего рассеяния на угол  $\theta_{\min}$ . Для этого период продольных колебаний должен превышать как минимум четверть периода бетатронных колебаний. Это условие дает

$$V_{\parallel} < \frac{2\rho_{\min}}{C_{\text{ring}}} Q_{\text{bet}} \gamma \beta c. \quad (8)$$

Подставляя  $V_{\perp}$  из (3) в (6) и используя выражение для  $\rho_{\min}$  в (8), находим второй критерий упорядоченных пучков:

$$\Gamma_2 = \frac{Z^2 e^2}{T_{\parallel} \sigma_{\perp}} > \pi. \quad (9)$$

В настоящее время существует четыре накопителя заряженных частиц, где экспериментально наблюдался процесс кристаллизации ионных пучков (см. табл. 1 [8]). Экспериментальное значение параметра  $\Gamma_2$  удовлетворяет критерию (9) для ионов тяжелее  $^{12}\text{C}^{6+}$  и  $^{20}\text{Ne}^{10+}$  (табл. 1 [8], эксперименты на ESR). Этот факт имеет хорошее согласие с экспериментом, когда резкий скачок продольного разброса по импульсам не наблюдался в экспериментах на ESR для легких ионов.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПУЧКОВ

Эксперименты по изучению упорядоченного состояния охлажденных ионных пучков были проведены на накопителях заряженных частиц ESR, SIS и CRYRING. В экспериментах на накопителе ESR с пучком изотопов урана на энергии 360 МэВ/нуклон, который

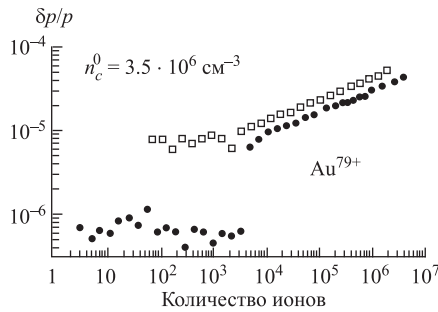


Рис. 1. Зависимость продольного разброса частиц по импульсам для различного уровня стабильности источников питания системы электронного охлаждения. Энергия 360 МэВ (●) является более стабильной, чем 50 МэВ (□) (эксперимент на ESR)

охлаждался электронным пучком с током 0,25 А, количество ионов уменьшалось со временем вследствие радиоактивного распада. При снижении количества частиц, примерно до порядка 1000, наблюдался резкий скачок продольного разброса импульса с  $\Delta p/p = 5 \cdot 10^{-6}$  до  $5 \cdot 10^{-7}$ , что соответствует падению продольной температуры на два порядка (рис. 1) [4].

После кристаллизации пучка продольный разброс импульса достиг уровня  $\Delta p/p \sim 5 \cdot 10^{-7}$ , что соответствует уровню пульсаций частоты обращения, определяемой стабильностью источников питания магнитов накопителя. Результаты экспериментов с быстрым усреднением по времени показали, что продольный разброс по времени может достигать еще меньшего значения  $\Delta p/p \sim 2 \cdot 10^{-7}$ .

Нагрев пучка вследствие внутривидового рассеяния (intra-beam scattering IBS) имеет хорошо известную зависимость для боль-

шого количества частиц и устремляется в бесконечность с уменьшением шестимерного фазового объема пучка. В эксперименте количество частиц и продольный разброс по импульсу уменьшаются со временем (рис. 1) и ионный пучок переходит в упорядоченное состояние, когда удовлетворяются критерии кристаллизации (7) и (9). При этом зависимость IBS от температуры приобретает форму колокола (рис. 2) [9]. Последняя точка равновесия между IBS и электронным охлаждением (рис. 2, точка A) соответствует температуре ионов перед резким падением продольного разброса по импульсам (рис. 1). Далее температура ионов резко падает до точки равновесия между электронным охлаждением и другими эффектами нагрева (рис. 2, точка B) такими, например, как стабильность источников питания, рассеяние на остаточном газе и т. п.

Данные рассуждения позволяют описать эксперимент, в котором из-за большого дополнительного нагрева системы питания электронного охлаждения резкий скачок продольного разброса по импульсам не наблюдался. Это означает, что равновесие между электронным охлаждением и нагревом от источника питания достигается раньше, чем исчезает равновесие между IBS и электронным охлаждением.

Итак, мы сформулировали условия, когда экспериментально может наблюдаться резкое падение продольного разброса по импульсам:

1. Необходимо удовлетворить критериям упорядоченных пучков (нижний предел для количества частиц).
2. Мощность внутрипучкового нагрева должна стать меньше мощности электронного охлаждения (нижний предел на количество частиц).
3. Дополнительный нагрев частиц от других эффектов должен быть меньше нагрева от внутрипучкового рассеяния перед резким скачком продольного разброса по импульсам.

Как следует из рис. 2, некоторый гистерезис можно наблюдать в эксперименте с резким изменением продольного разброса по импульсам. В эксперименте нет возможности увеличивать количество упорядоченных частиц во времени. Однако данный феномен может быть проверен экспериментально путем изменения тока системы электронного охлаждения в состоянии, когда достигается резкий скачок продольного разброса по импульсам. Например, когда будет достигнут скачок продольного разброса по импульсам частиц для тока системы электронного охлаждения 250 мА (рис. 2, переход от точки A к B), необходимо уменьшить ток электронного пучка до 50 мА (рис. 2, переход от точки B к C). В этом случае будет получена другая точка равновесия при тех же параметрах системы в отличие от точки равновесия, при начальном токе электронного пучка 50 мА (рис. 2, точка D).

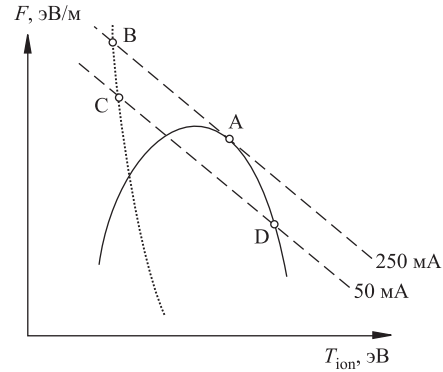


Рис. 2. Зависимость мощности охлаждения и нагрева от температуры ионов. Сплошная линия соответствует внутрипучковому рассеянию, пунктирная — значение для электронного охлаждения с обратным знаком, точечная — дополнительные эффекты нагрева

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПУЧКОВ

Эволюция параметров ионного пучка может быть объяснена с помощью трехмерной диаграммы скорости нагрева вследствие внутripучкового рассеяния. Значения продольных

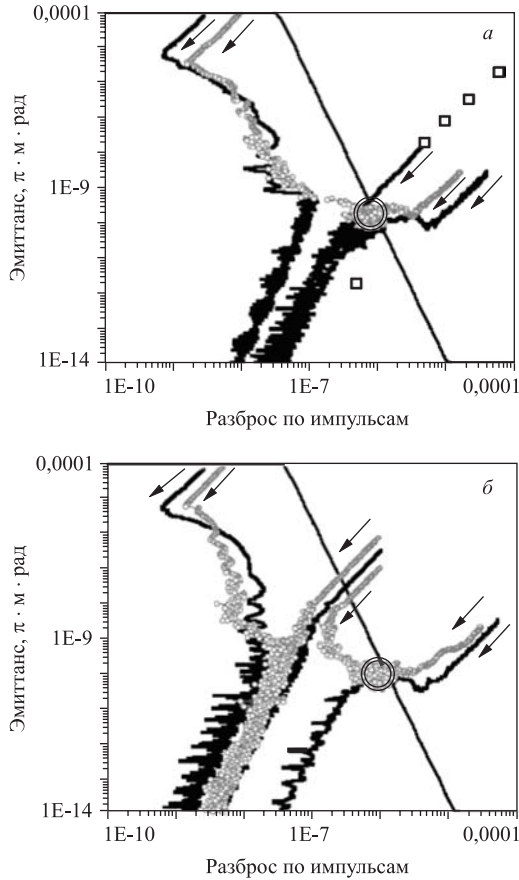


Рис. 3. Эволюция параметров ионного пучка в процессе охлаждения для различных начальных значений эмиттансов, продольного разброса и силы электронного охлаждения: *a)* ESR-параметры; *б)* параметры ионного кольца проекта MUSES. Сплошная линия соответствует  $\eta = 2 \cdot 10^{-2}$ ; серые точки —  $\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ ; прямая линия — критерий  $\Gamma_2 = \pi$ ; квадраты — эксперимент ESR.  $^{197}\text{Au}^{79} + 360$  МэВ/нуклон,  $N = 5 \cdot 10^5$ . Двойная окружность показывает равновесную точку, когда упорядоченное состояние не было достигнуто

и поперечных компонент скорости нагрева под действием IBS как функции эмиттанса пучка и продольного разброса по импульсам были рассчитаны в соответствии со стандартной моделью Пивински [10].

Условие  $\Gamma_2 = \pi$  описывает соотношение между эмиттансом и продольным разбросом:  $\varepsilon \sim (\Delta p/p)^{-4}$ . В дважды логарифмической шкале эта зависимость представлена как сплошная линия на рис. 3. Экспериментальные точки, полученные в экспериментах на ESR и описывающие равновесие между электронным охлаждением и IBS, лежат выше этого порога, пока количество частиц больше порогового значения, соответствующего резкому скачку продольного импульса. Количество частиц уменьшается со временем, и, когда параметр  $\Gamma_2$  превышает значение  $\pi$ , электронное охлаждение подавляет внутripучковое рассеяние, ионный пучок переходит в упорядоченное состояние (последняя экспериментальная точка на рис. 3, *a*).

Результаты численного моделирования с использованием молекулярной динамики (рис. 3) находятся в хорошем согласии с трехмерной диаграммой эволюции параметров ионного пучка [10]. Все расчеты приведены для одного количества частиц  $5 \cdot 10^5$  и для различных значений силы электронного охлаждения и начальных параметров пучка. В начале процесса охлаждения все фазовые траектории имеют одинаковый угол наклона, который определяется соотношением между компонентами скорости охлаждения в поперечном и продольном направлениях. Это означает, что для большого значения фазового эмиттанса внутripучковое рассеяние слабо влияет на процесс охлаждения.

Значения скорости нагрева от IBS, вычисленные исходя из теоретической модели Пивински [10], находятся в хорошем согласии с результатами численного моделирования в области перехода в упорядоченное состояние. Однако численные расчеты показывают, что в упорядоченном состоянии скорости нагрева от IBS значительно меньше, чем предсказано теорией. В этом случае эмиттанс пучка и продольный разброс по импульсам продолжают уменьшаться до очень маленьких значений.

#### 4. ПРОЕКТ НАКОПИТЕЛЬНОГО КОЛЬЦА MUSES

Целью проекта электрон-ионного коллайдера MUSES [7] является определение распределения заряда в нейтрон- и протон-избыточных радиоактивных ядрах, для которых предсказывается существование таких экзотических структур, как нейтронное гало и скин. Преимущества и новые возможности такого коллайдера связаны с его высокой светимостью и большим акцептансом, а также с высокой разрешимостью электронного спектрометра.

Пучок с упорядоченной структурой мог бы повысить светимость в экспериментах на встречных пучках на несколько порядков величины [11]. Пока, к сожалению, из результатов, полученных в эксперименте ESR, можно сделать выводы, что для существующих систем охлаждения упорядоченное состояние пучка может существовать только для небольшого числа частиц  $\sim 10^3$ . В этом случае пучок в упорядоченном состоянии с небольшим разбросом по импульсам и маленьким поперечным размером не имеет заметного преимущества в сравнении с обычным пучком, в котором большое количество частиц. Для решения этой проблемы предлагается новая стратегия процесса охлаждения, позволяющая достичь упорядоченного состояния для большого количества частиц, вплоть до  $10^6$ .

Эта идея проверена с помощью численного моделирования динамики пучка в накопительном кольце проекта MUSES. В отличие от эксперимента на ESR, конечное состояние параметров пучка зависит от начальных значений эмиттанса и разброса по импульсам. При большом начальном эмиттансе и небольшом значении разброса по импульсам ионный пучок может прийти в упорядоченное состояние при меньшей силе охлаждения (рис. 3, б,  $\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ ). Поиск критерия выбора оптимальной структуры накопителя является основной задачей дальнейших исследований.

Для достижения упорядоченного состояния пучка с большим числом частиц и с реальной силой охлаждения необходима разработка особой стратегии процесса охлаждения. Когда ионный пучок находится в состоянии равновесия между внутривпучковым рассеянием и охлаждением, можно применить дополнительный нагрев в поперечном направлении. Например, может быть использован нагрев с помощью ВЧ-кикера. Поначалу разброс по импульсам и эмиттансы будут одновременно расти. В момент, когда параметры пучка достигнут максимума продольной компоненты внутривпучкового рассеяния, разброс по импульсам вновь уменьшится. После этого можно отключить дополнительный нагрев, ионный пучок продолжит охлаждаться и может достичь упорядоченного состояния.

Данную идею можно проверить экспериментально, если будет подобрана оптическая структура накопителя, в которой конечное состояние охлажденного ионного пучка зависит от начальных значений разброса по импульсам и эмиттансов. Подтвержденная

экспериментально, новая стратегия для достижения упорядоченного состояния пучка с большой плотностью открывает новые возможности для ускорительной физики.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены новые критерии упорядоченного состояния ионного пучка. Показано, что эти критерии находятся в хорошем согласии с результатами моделирования с использованием техники молекулярной динамики. Параметры ионного пучка до того момента, когда наблюдается резкий скачок продольного разброса по импульсам, определяются равновесием между электронным охлаждением и внутripучковым рассеянием. Когда сила охлаждения превышает максимум внутripучкового рассеяния, ионный пучок может перейти в упорядоченное состояние. Для типичных параметров существующих накопительных колец и реальных систем электронного охлаждения максимальное число частиц, при котором может быть достигнуто упорядоченное состояние, составляет  $10^3$ – $10^4$  частиц. Предлагается новая стратегия, которая может позволить повысить число частиц в упорядоченном ионном пучке до уровня  $10^6$  частиц.

Работа поддержана РФФИ (грант № 02-02-16911).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Budker G. I. et al.* // Proc. of the 4th All-Union Conf. on Charged-Particle Accelerators. M., 1975. V. 2. P. 309 (in Russian); Part. Accel. 1976. V. 7. P. 197; Atom. Energ. 1976. V. 40. P. 49; *Dementev E. et al.* Preprint CERN/PS/AA 79-41. Geneva, 1979.
2. *Steck M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 3803.
3. *Hasse R. W., Steck M.* Ordered Ion Beams // Proc. of EPAC'2000.
4. *Danared H. et al.* // Proc. of PAC'2001.
5. *Schramm U., Schats T., Habs D.* // Proc. of the Conf. on Appl. of Acc. in Research and Industry / Ed. J.L. Duggan. AIP Conf. Proc. P. 576 (to be published).
6. *Meshkov I. N. et al.* // Proc. of Beam Cooling and Related Topics, Bad Honnef, Germany, 2001.
7. *Katayama T. et al.* MUSES Conceptual design report. RIKEN. 2001.
8. *Meshkov I. et al.* Ordered state of ion beams. Preprint RIKEN-AF-AC-34. 2002.
9. *Wei J., Okamoto H., Sessler A.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80, No. 12. P. 2606.
10. *Katayama T. et al.* MD simulation of beam ordering // Rep. at the V Scientific Seminar in Memory of V.P. Sarantsev, Dubna, Sept. 23–24, 2003.
11. *Katayama T., Mohl D.* Luminosity of an electron-ion collider with an ordered ion beam. Preprint RIKEN-AF-AC-39. 2002.