

P2-2003-52

А. И. Голохвастов\*

**НЕЗАВИСИМОЕ РОЖДЕНИЕ  $\pi^-$ -МЕЗОНОВ  
В  $pp$ -ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ**

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

\*E-mail: [golokhv@sunhe.jinr.ru](mailto:golokhv@sunhe.jinr.ru)

## 1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

В физике множественных процессов часто встречается утверждение, что при независимом рождении частиц или других объектов множественного рождения (кланов, кластеров, струй и т.д.) распределение по их числу должно быть пуассоновым (например, [1, 2]).

Это утверждение “доказывается” с помощью факторизации инклюзивных сечений — если все частицы рождаются независимо друг от друга, то их двух-, трех- и многочастичные спектры можно представить в виде произведений одночастичных спектров [3, 4]:

$$\rho(y_1, y_2 \dots y_i) = \rho(y_1)\rho(y_2) \dots \rho(y_i), \quad (1)$$

$$\text{где } \rho(y) = \frac{1}{\sigma_{\text{in}}} \frac{d\sigma}{dy}; \quad \rho(y_1, y_2 \dots y_i) = \frac{1}{\sigma_{\text{in}}} \frac{d^i\sigma}{dy_1 dy_2 \dots dy_i}. \quad (2)$$

А поскольку интегралы от этих величин равны соответственно

$$\int \rho(y) dy = \langle n \rangle; \quad \int \rho(y_1, y_2 \dots y_i) dy_1 dy_2 \dots dy_i = \langle n(n-1) \dots (n-i+1) \rangle, \quad (3)$$

то интегрирование системы равенств (1) приводит к системе уравнений, эквивалентной распределению Пуассона [5–7]:

$$\langle n(n-1) \dots (n-i+1) \rangle = \langle n \rangle^i. \quad (4)$$

Этот результат не зависит от того, какая переменная обозначена буквой  $y$ . Это может быть быстрота частицы, ее импульс, угол или просто случайное число, приписанное каждой частице.

Однако (4) уже не получится, если, например, в правые части (1) ввести какие-либо множители (одинаковые, или зависящие от  $i$ , или от  $y_i$ ), хотя на факторизуемость это не повлияет. Получится система уравнений, эквивалентная какому-то другому распределению.

На самом же деле, независимость событий в теории вероятностей связана с факторизуемостью не каких-либо произвольно выбранных величин, а именно плотностей вероятности [8, 9]. *Плотность вероятности совместного события равна произведению плотностей вероятности составляющих его частных событий, если они независимы.*

Величины (2) не являются плотностями вероятности хотя бы потому, что интегралы от них не равны единице [8, 9]. Если их отнормировать к 1, т.е. поделить на (3), а потом уже подставить в (1),

то система уравнений (4) сведется к  $1=1$ , и распределение Пуассона исчезнет. Более того, равенства (1) не смогут служить определением независимости частиц даже после нормировки [8, 9] — сомножители в правой части (1) не являются проекциями левой части (см. разд. 7б).

Дело в том, что правая и левая части (1) строятся на разных статистических ансамблях. Например, в левую совсем не входят взаимодействия с числом частиц  $n < i$ . Взаимодействия с  $n \geq i$  тоже входят в правую и левую части (1) в разных пропорциях (см. также разд. 7б).

Таким образом, система равенств (1), а значит, и распределение Пуассона никак не связаны с независимостью частиц.

При интегрировании величины  $\rho(y)$  по любому интервалу  $y$  получается (3) — средняя множественность в этом интервале. То есть  $\rho(y)$  — это плотность множественности частиц.  $\rho(y_1, y_2)$  — это двумерная плотность множественности пар частиц, когда первая частица попадает в  $y_1$ , а вторая в  $y_2$ .  $\rho(y_1, y_2, y_3)$  — это трехмерная плотность троек и т.д. [10]. При интегрировании этих плотностей множественности получается (3) — множественность пар, троек и т.д.

То есть равенства (1) означают факторизацию плотностей средней множественности, а не вероятности [11].

Можно смоделировать ансамбль событий с заведомо независимыми кинематическими характеристиками частиц, задав какое-либо распределение по множественности и разыграв каждую частицу случайным образом по какому-то спектру. При этом, очевидно, останутся тривиальные причины для скоррелированности множественности в разных точках фазового объема (см. также разд. 5). Если у нас широкое распределение по множественности, то, отбирая из полного ансамбля событий подансамбль с большой множественностью в  $y_1 \pm \Delta y$ , мы тем самым отбираем события с большой полной множественностью, и значит, увеличиваем множественность в  $y_2 \pm \Delta y$ .

С другой стороны, если у нас полная множественность фиксирована, то, отбирая события с большой множественностью в  $y_1$ , мы оставляем меньшую множественность для  $y_2$ . То есть при очень узком распределении по множественности корреляция плотностей множественности отрицательна, а при очень широком — положительна. При  $\langle n(n-1) \rangle = \langle n \rangle^2$  (см. (4)) эти противоположные тенденции компенсируются, и двухчастичная корреляция множественностей зануляется.

Пуассоново распределение по множественности можно, однако, получить стандартным способом — как предел биномиального [8, 9]. В событиях с фиксированной множественностью при независимом рождении частиц их распределение в ограниченной части фазового объема — биномиальное (см. также разд. 3). Если эта часть мала, т.е. если для случайно выбранной частицы вероятность попасть в эту часть объема очень мала, то распределение там становится пуассоновым. Точная аналогия для этого случая — распределение по числу распадов радиоактивного источника за некоторый интервал времени, *если этот интервал гораздо меньше времени жизни источника.*

Конечно, какие-то интуитивные или модельные соображения могут привести к связи независимого рождения с каким-либо конкретным распределением по множественности, хотя бы и с распределением Пуассона, например [12–15]. Но непосредственно из теории вероятностей, как ожидалось в (1)–(4), ничего подобного не следует [16].

## 2. НЕЗАВИСИМОЕ РОЖДЕНИЕ

Рассмотрим независимое рождение частиц какого-либо сорта, когда кинематические характеристики (например, быстрота) каждой из них не зависят от характеристик остальных частиц этого сорта [11].

Плотность вероятности того, что одна частица, случайным образом выбранная из случайного события, содержащего ровно  $n$  вторичных частиц этого сорта, имеет быстроту  $y$ , равна

$$\tilde{\rho}_n(y) \equiv \frac{1}{n\sigma_n} \frac{d\sigma_n}{dy}; \quad \int \tilde{\rho}_n(y) dy = 1, \quad (5)$$

где  $\sigma_n$  — сечение рождения  $n$  частиц. Знак ( $\sim$ ) над  $\rho_n(y)$  обозначает нормированность на 1 [17, 18]. Выбрать случайное событие и номер трека в событии можно, например, с помощью случайных чисел. В эксперименте этот спектр получается по всем измеренным трекам.

Плотность вероятности того, что 2 случайные частицы, последовательно выбранные из случайного события с  $n$  частицами ( $n \geq 2$ ), имеют соответственно  $y_1$  и  $y_2$ , равна

$$\tilde{\rho}_n(y_1, y_2) \equiv \frac{1}{n(n-1)\sigma_n} \frac{d^2\sigma_n}{dy_1 dy_2}; \quad \int \tilde{\rho}_n(y_1, y_2) dy_1 dy_2 = 1 \quad (6)$$

(вторая частица выбирается из  $n-1$  частицы, оставшейся в событии).

Если быстроты частиц в одном событии попарно независимы, т.е. если быстротный спектр второй случайно выбранной частицы  $\tilde{\rho}_n(y_2)$  не зависит от значения быстроты первой, то двухчастичная плотность вероятности равна произведению одночастичных [11]:

$$\tilde{\rho}_n(y_1, y_2) = \tilde{\rho}_n(y_1)\tilde{\rho}_n(y_2), \quad (7)$$

являющихся проекциями двухчастичной плотности вероятности (необходимое условие независимости [8, 9]):

$$\tilde{\rho}_n(y_1) = \int \tilde{\rho}_n(y_1, y_2) dy_2; \quad \tilde{\rho}_n(y_2) = \int \tilde{\rho}_n(y_1, y_2) dy_1. \quad (8)$$

Плотность вероятности, что  $i$  случайных частиц, последовательно выбранных из события с  $n$  частицами ( $n \geq i$ ), имеют  $y_1, y_2 \dots y_i$ :

$$\tilde{\rho}_n(y_1, y_2 \dots y_i) \equiv \frac{1}{n(n-1) \dots (n-i+1) \sigma_n} \frac{d^i \sigma_n}{dy_1 dy_2 \dots dy_i}. \quad (9)$$

Если быстроты всех частиц в событии независимы, т.е. если в подансамбле событий, в котором первая случайно выбранная частица имеет быстроту  $y_1$ , вторая —  $y_2$  и т.д. до  $y_{i-1}$ , распределение  $i$ -й частицы по  $y$  такое же, как в полном ансамбле событий, то

$$\tilde{\rho}_n(y_1, y_2 \dots y_i) = \tilde{\rho}_n(y_1)\tilde{\rho}_n(y_2) \dots \tilde{\rho}_n(y_i). \quad (10)$$

В следующих разделах получим следствия этой независимости и сравним их с экспериментальными данными по различным корреляциям отрицательных частиц (практически  $\pi^-$ -мезонов) в  $pp$ -взаимодействиях. Частично такое сравнение приведено в [19].

Исследование корреляций отрицательных частиц (по сравнению со всеми заряженными) в  $pp$ -взаимодействиях существенно чище в отношении “динамических” корреляций. Здесь гораздо меньше вклад тривиальных, но трудно учитываемых корреляций и фона от: распадов резонансов и долгоживущих частиц; пар Далица и конверсий  $\gamma$ -квантов; законов сохранения импульса (его могут компенсировать как нейтральные, так и положительные частицы) и заряда (в событии всегда только четное число заряженных частиц); первичных частиц (они и после столкновения продолжают лететь в противоположных направлениях) и их неправильной идентификации по массе (например, при  $E_{\text{лаб}}=400$  ГэВ отношение  $\pi^+$ -мезонов и протонов  $\sim 3:1$ ).

Для сравнения с экспериментом используем две аппроксимации полуинклюзивных одночастичных быстротных спектров  $\pi^-$  [20]:

$$\tilde{\rho}_n(y) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi Y_G}} \left[ \exp \frac{-(y - Y_G)^2}{2Y_G} + \exp \frac{-(y + Y_G)^2}{2Y_G} \right]; \quad (11)$$

$$\tilde{\rho}_n(y) = \frac{1}{2Y_F} \left[ \left( \exp \frac{y - Y_F}{0.37} + 1 \right)^{-1} - \left( \exp \frac{y + Y_F}{0.37} + 1 \right)^{-1} \right]; \quad (12)$$

$$Y_G = l - l^{0.64} + 0.26; \quad Y_F = l + l^{0.19} - 1.60; \quad l = \ln(\sqrt{s}/\sqrt{n} M_p c^2) \quad (13)$$

( $M_p$  — масса протона). Аппроксимация (11) при больших  $Y_G$  представляет собой двугорбое распределение, а (12) при больших  $Y_F$  — плоское, но обе они неплохо описывают спектры при рассматриваемых здесь энергиях [20]. Обе аппроксимации сужаются с ростом множественности. В разд. 9 будет также использована стандартная аппроксимация для поперечных импульсов  $\pi^-$ -мезонов.

### 3. МНОЖЕСТВЕННОСТЬ В ИНТЕРВАЛАХ

Вероятность, что 1  $\pi^-$ -мезон, случайным образом выбранный из события с  $N$   $\pi^-$ , попадет в заданный интервал  $y$ , равна (см. (5)):

$$p = \int_{y_1}^{y_2} \tilde{\rho}_N(y) dy \quad (14)$$

( $p$  зависит от  $N$ ). Если все  $\pi^-$ -мезоны независимы (10), то вероятность каждому следующему  $\pi^-$ , выбранному из того же события, попасть в этот интервал, такая же. Значит, вероятность, что ровно  $n$   $\pi^-$  из события с  $N$   $\pi^-$  попадут в этот интервал:

$$P_{n|N} = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n} \quad (15)$$

(биномиальное распределение [9]). Вероятность, что ровно  $n$   $\pi^-$  из случайного события попадут в этот интервал (усредняем по  $N$ ):

$$P_n = \sum_N P_N P_{n|N} = \sum_N P_N \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}, \quad (16)$$

где  $P_N$  — распределение по полной множественности  $\pi^-$  в событии.

На рис. 1 приведено сравнение распределений по множественности  $\pi^-$  внутри разных быстротных интервалов [21, 22] с точками, вычисленными по этой формуле (точки соединены прямыми). Точечные

линии на этом и на следующих рисунках соответствуют аппроксимации (11), штриховые — (12). Экспериментальные данные взяты из  $\pi^+p$ -взаимодействий (при 250 ГэВ/с), но в этих быстройных интервалах они, по утверждению авторов, совпадают с  $pp$ -взаимодействиями. В эксперименте использовались только события без однократной дифракции (NSD) и приводятся только результаты фита полного распределения по множественности  $\pi^-$  отрицательным биномиальным распределением (NBD):

$$P_n = \frac{k(k+1)\dots(k+n-1)}{n!} \left(\frac{\bar{n}}{\bar{n}+k}\right)^n \left(\frac{k}{\bar{n}+k}\right)^k. \quad (17)$$

Это распределение и было использовано для получения  $P_N$  в (16) с параметрами  $\bar{n}=3,47$  и  $1/k=0,013$ , приведенными в [22].

На рис. 2 показаны средние значения и дисперсии распределений по множественности  $\pi^-$  в  $pp$ -взаимодействиях 200 и 250 ГэВ/с внутри заданных интервалов быстроты, симметричных (250 ГэВ/с [22]) и несимметричных (200 ГэВ/с [23]) относительно с.д.м. Здесь тоже использовались только события NSD, и результаты приведены только в виде параметров фита (17). Точки на рис. 2 получены по формулам, справедливым в случае точного описания данных распределением (17)

$$\langle n \rangle \equiv \sum n P_n = \bar{n}; \quad D \equiv \sqrt{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2} = \sqrt{\bar{n} + \bar{n}^2/k}. \quad (18)$$

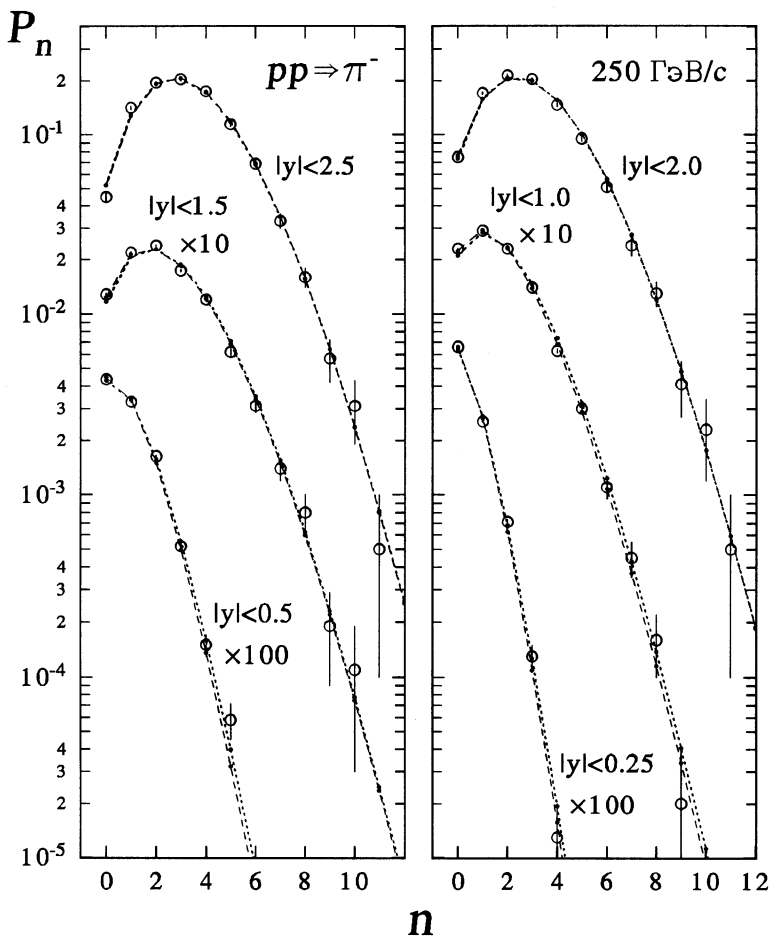
Кривые на рис. 2 можно получить прямо из (16), а можно несколько сократить вычисления, что пригодится в следующих разделах. Средняя множественность и средний квадрат множественности  $\pi^-$ -мезонов в заданном интервале быстроты для событий с  $N$   $\pi^-$ , т.е. среднее и средний квадрат биномиального распределения (15) равны [9]:

$$\langle n \rangle_N \equiv \sum_n n P_{n|N} = Np; \quad \langle n^2 \rangle_N \equiv \sum_n n^2 P_{n|N} = Np(1-p+Np). \quad (19)$$

Эти величины можно усреднить по  $N$  ввиду их линейности по  $P_{n|N}$ :

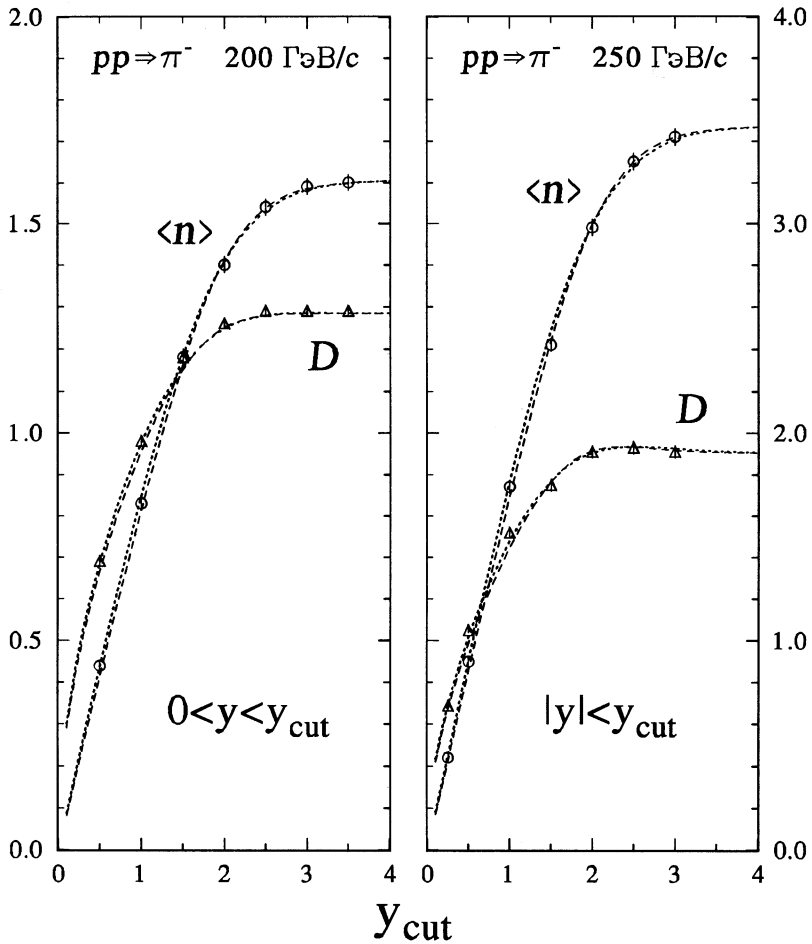
$$\begin{aligned} \langle n \rangle &\equiv \sum_n n P_n = \sum_n n \sum_N P_N P_{n|N} = \sum_N P_N \sum_n n P_{n|N} = \sum_N P_N Np; \\ \langle n^2 \rangle &\equiv \sum_n n^2 P_n = \sum_n \sum_N n^2 P_N P_{n|N} = \sum_N P_N Np(1-p+Np) \end{aligned} \quad (20)$$

( $D$  получается из этих равенств согласно (18)).

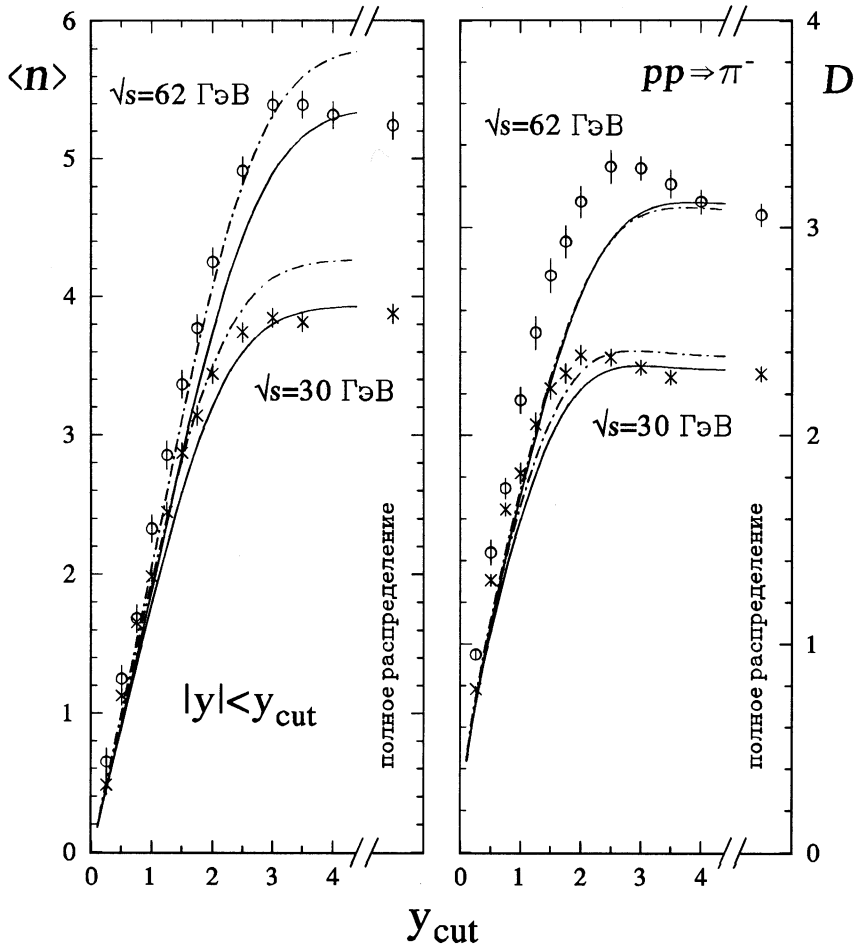


**Рис. 1.** Распределения по множественности  $\pi^-$ -мезонов внутри разных быстрых интервалов в  $pp$ -взаимодействиях  $250 \text{ ГэВ/с}$ . Отрезки прямых соединяют точки (формула (16)), соответствующие независимому рождению  $\pi^-$ -мезонов (10). Точечные прямые соответствуют аппроксимации (11), штриховые — (12)





**Рис. 2.** Средние значения и дисперсии распределений по множественности  $\pi^-$ -мезонов в  $pp$ -взаимодействиях 200 и 250 ГэВ/с внутри заданных интервалов быстроты, симметричных (250 ГэВ/с) и несимметричных (200 ГэВ/с) относительно с.ц.м. Кривые (20) — независимое рождение  $\pi^-$  (10). Точечные кривые соответствуют аппроксимации (11), штриховые — (12)



**Рис. 3.** Средние значения и дисперсии распределений по множественности  $\pi^-$ -мезонов в  $pp$ -взаимодействиях при  $\sqrt{s}=30$  и  $62$  ГэВ внутри заданных интервалов быстроты (симметричных). Кривые (20) — независимое рождение  $\pi^-$ -мезонов (10) — соответствуют аппроксимации (11). Сплошные кривые получены с помощью NBD-аппроксимаций полных распределений по множественности, штрихпунктирные — по экспериментальным распределениям

Данные хорошо описываются независимым рождением  $\pi^-$ -мезонов. Такая проверка — является ли попадание каждого пиона в заданный быстроеинтервал чисто случайным — должна, конечно, предшествовать фитированию распределений по множественности в разных интервалах какими-либо функциями, например (17). Результаты таких фитов объясняются обычно с помощью кланов, кластеров и других лишних сущностей. Функция (17) получается из предположения о независимом рождении кластеров с распределением Пуассона и рождении частиц в кластере с распределением Бозе-Эйнштейна [15].

Гораздо хуже описываются данные при  $\sqrt{s}=30$  и 62 ГэВ [24], тоже опубликованные только в виде параметров фита NBD (рис. 3). Кривые соответствуют аппроксимации (11) (аппроксимация (12) дает практически то же). Сплошные кривые получены с помощью NBD-аппроксимаций  $P_N$ , приведенных в [24], штрихпунктирные — по экспериментальным данным [25]. Вторые лучше описывают поведение  $\langle n \rangle$ , кроме последних точек, которые (при 62 ГэВ) описать невозможно — средняя множественность  $\pi^-$  (точнее параметр  $\bar{n}$  из NBD-фита) в этой работе при больших быстроеинтервалах уменьшается (!) с ростом интервала. Конечно, это означает только то, что данные плохо описываются этим фитом, но сами данные в [24] не приведены.

Дисперсии распределений  $D$  описываются здесь плохо.

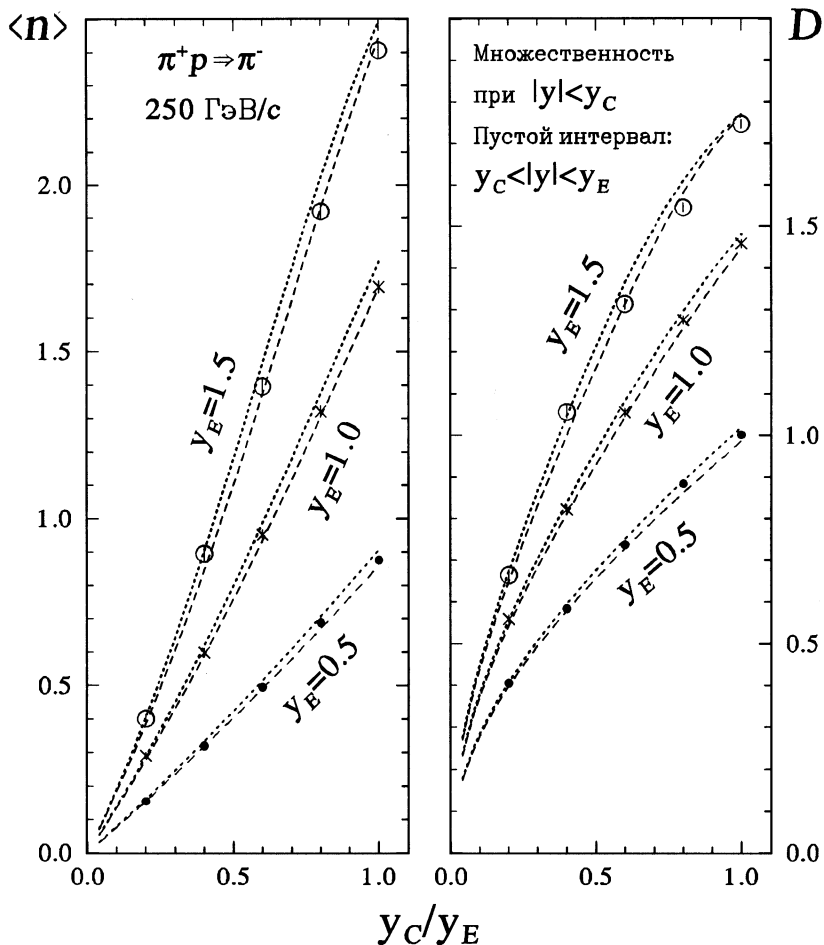
#### 4. ИЗОЛИРОВАННЫЕ ИНТЕРВАЛЫ

На рис. 4 приведены характеристики распределений по множественности  $\pi^-$ -мезонов в  $\pi^+p$ -взаимодействиях при 250 ГэВ/с в быстроеинтервале  $|y| < y_C$  при условии, что в соседние с ним быстроеинтервалы  $y_C < |y| < y_E$  не попало ни одного  $\pi^-$  [26]. Здесь точки тоже вычислены из параметров фита (17) согласно (18). Так же ведут себя результаты для  $K^+p$ -взаимодействий [26], и можно надеяться, что и в  $pp$ -взаимодействиях получится то же. Поэтому кривые (независимое рождение  $\pi^-$ ) получены с теми же аппроксимациями (11)–(13).

Вероятности, что 1  $\pi^-$ , случайно выбранный из события с  $N$   $\pi^-$ -мезонами, попадет в интервал  $|y| < y_C$  ( $p_C$ ) и в  $y_C < |y| < y_E$  ( $p_E$ ), равны

$$p_C = 2 \int_0^{y_C} \tilde{\rho}_N(y) dy; \quad p_E = 2 \int_{y_C}^{y_E} \tilde{\rho}_N(y) dy \quad (21)$$

( $p_C$  и  $p_E$  зависят от  $N$ ). Вероятность события с  $N$   $\pi^-$ -мезонами, из которых ни один не попал в запрещенные интервалы, равна  $P_N(1-p_E)^N$ .



**Рис. 4.** Средние значения и дисперсии распределений по множественности  $\pi^-$ -мезонов в изолированном быстротном интервале  $|y| < y_C$  при условии, что в соседние с ним интервалы  $y_C < |y| < y_E$  не попало ни одного  $\pi^-$ -мезона. Кривые (24) — независимое рождение  $\pi^-$  (10). Точечные кривые соответствуют аппроксимации (11), штриховые — (12)

Распределение по полной множественности  $\pi^-$ -мезонов  $N$  в подансамбле событий, где ни один  $\pi^-$  не попал в интервал  $y_C < |y| < y_E$ :

$$P'_N = \frac{P_N(1-p_E)^N}{\sum_N P_N(1-p_E)^N}; \quad \sum_N P'_N = 1. \quad (22)$$

Вероятность попадания в центральный интервал каждого  $\pi^-$ -мезона из события с  $N$   $\pi^-$ , входящего в этот подансамбль:

$$p = p_C/(1-p_E) \quad (23)$$

( $p$  зависит от  $N$ ). Среднее число и средний квадрат числа  $\pi^-$ -мезонов в этом интервале для событий с  $N$   $\pi^-$  вычисляются так же, как в (19). И усредняя их по  $N$ , как в (20), получаем

$$\langle n \rangle = \sum_N P'_N N p; \quad \langle n^2 \rangle = \sum_N P'_N N p (1-p + N p). \quad (24)$$

На рисунке видно, что распределения по множественности  $\pi^-$ -мезонов в таких обособленных “струях”, так же, как и их “существование”, прекрасно описываются совершенно случайным попаданием каждого из пионов в разные точки фазового объема.

Так же просто описать смесь всех заряженных частиц, видимо, невозможно из-за множества тривиальных корреляций (см. разд. 2).

## 5. КОРРЕЛЯЦИИ ВПЕРЕД-НАЗАД

Зависимость средней множественности  $\pi^-$ -мезонов  $\langle B \rangle$  в некотором быстротном интервале  $b$  (backward) от множественности  $F$  в неперекрывающемся с ним интервале  $f$  (forward), кроме “настоящих” корреляций и зависимости спектров от множественности, определяется еще двумя тривиальными причинами (см. разд. 1). Отбирая события с большими  $F$  мы отбираем события с большой полной множественностью  $N$  и, значит, увеличиваем  $\langle B \rangle$ . С другой стороны, отбирая большие  $F$  при фиксированном  $N$  мы уменьшаем  $\langle B \rangle$ .

На рис. 5, справа вверху, приведены экспериментальные точки  $\langle B \rangle$  в зависимости от  $F$  для полных быстротных интервалов вперед-назад в с.ц.м.  $pp$ -взаимодействий при  $p_{\text{лаб}}=250$  ГэВ/с [27]. Двумя отрезками прямых показан фит этих данных линейной аппроксимацией [27]:

$$\langle B(F) \rangle = a + (b \pm \Delta b)F. \quad (25)$$

Эти отрезки прямых соответствуют верхней и нижней границе параметра  $b \pm \Delta b$ . Ошибка параметра  $a$  ( $\Delta a = 0,03$ ) здесь не учтена.

В работе [27] были также получены зависимости  $\langle B(F) \rangle$  для ограниченных интервалов быстроты. К сожалению, они приведены только в виде параметров фита (25). На рис. 5 слева отрезками прямых показаны эти данные для центральных симметричных интервалов:  $|y| < y_{\text{cut}}$ , справа — для периферических:  $|y| > y_{\text{cut}}$ . Ошибки параметра  $a$  здесь, видимо, не меньше, чем для полных интервалов  $|y| > 0$ . Эти пары прямых обрываются при значениях  $F$ , для которых экспериментальная статистика (пропорциональная  $P_F$ , см. ниже) приблизительно такая же, как для последней экспериментальной точки при  $|y| > 0$ .

Независимому излучению пионов на рис. 5 соответствуют точечные и штриховые линии (аппроксимации (11) и (12)). Эти линии, соединяющие точки при целых  $F$ , получены следующим образом.

Вероятность случайному пиону из события с  $N$  пионами попасть в передний (задний) интервал быстроты  $p_f$  ( $p_b$ ) записывается так же, как в (14) (эти вероятности зависят от  $N$ ). Вероятность, что ровно  $F$  пионов из события с  $N$  пионами попадут в передний интервал  $P_{F|N}$ , такая же, как в (15) (биномиальное распределение):

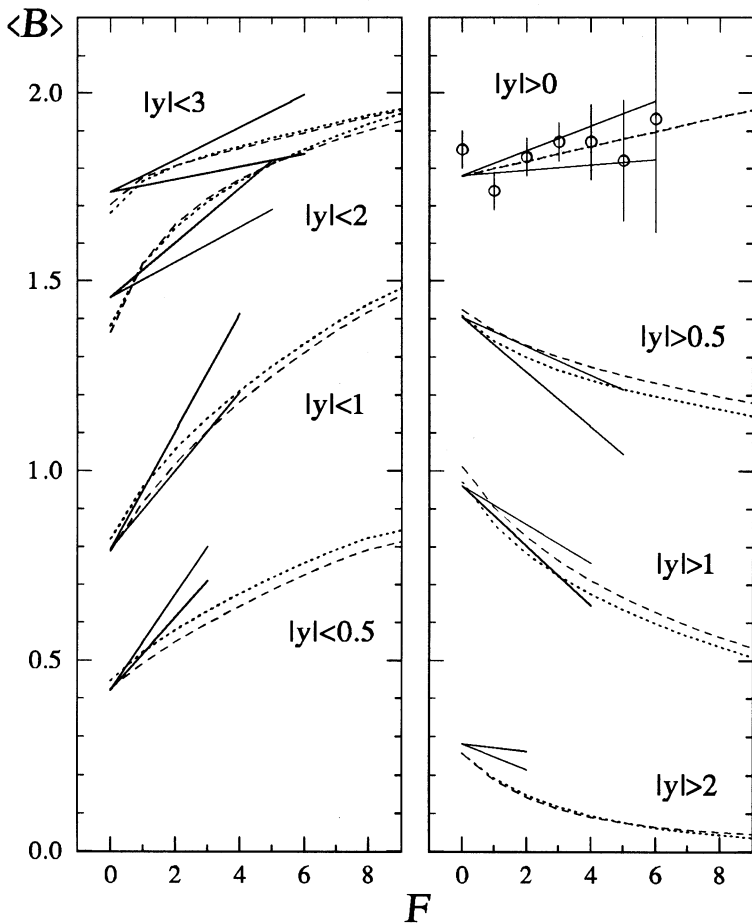
$$P_{F|N} = \frac{N!}{F!(N-F)!} p_f^F (1-p_f)^{N-F}. \quad (26)$$

Усредняя по  $N$ , как в (16), получаем вероятность, что ровно  $F$  пионов из случайного события попадут в этот интервал:  $P_F = \sum P_{F|N} P_N$ . Вероятность, что в событии, где ровно  $F$  пионов попали в передний интервал, полная множественность окажется  $N$ :  $P_{N|F} = P_{F|N} P_N / P_F$  — соотношение между обратными условными вероятностями [9].

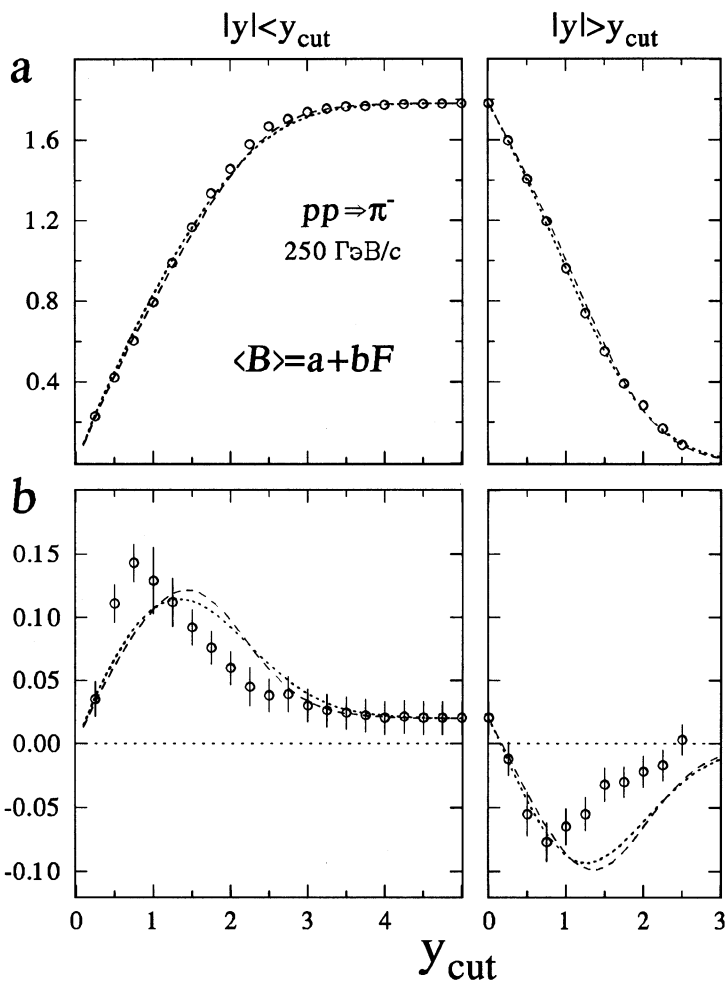
Средняя множественность  $\pi^-$ -мезонов, попавших в задний интервал, из события с  $N$   $\pi^-$ , из которых  $F$  попало в передний интервал, равна  $(N-F)p_b/(1-p_f)$ . Усредняя ее по  $N$  с весом  $P_{N|F}$ , получаем

$$\langle B(F) \rangle = \sum_N P_{F|N} P_N (N-F) p_b / P_F (1-p_f). \quad (27)$$

Вероятности  $P_N$  для этой формулы взяты из распределения (17) с параметрами, полученными из величин  $a$  и  $b$  для полных интервалов  $|y| > 0$  [27]:  $\bar{n} = 2a_{\text{full}}/(1-b_{\text{full}}) = 3,63$ ;  $1/k = b_{\text{full}}/a_{\text{full}} = 0,011$ .



**Рис. 5.** Зависимость средней множественности  $\pi^-$ -мезонов в задней полусфере ( $\langle B \rangle$ ) от множественности в передней полусфере ( $F$ ) в  $pp$ -взаимодействиях 250 ГэВ/с при разных ограничениях на быстрые интервалы. Отрезки прямых — фит экспериментальных данных. Кривые, соответствующие независимому рождению  $\pi^-$ -мезонов (10), получены по формуле (27), точечные кривые — с использованием аппроксимации (11), штриховые — (12)



**Рис. 6.** Значения параметров  $a$  и  $b$  для корреляций множественностей вперед-назад  $\langle B \rangle = a + bF$  (см. предыдущий рисунок) в центральной ( $|y| < y_{\text{cut}}$ ) и периферической ( $|y| > y_{\text{cut}}$ ) областях быстроты. Кривые (28), (32) — независимое рождение  $\pi^-$  (10). Точечные кривые соответствуют аппроксимации (11), штриховые — (12)



На рис. 6 приведены параметры  $a$  и  $b$  линейной аппроксимации (25) в зависимости от границ интервалов для тех же данных [27]. Если бы эти корреляции точно описывались линейным фитом (25), то его параметры были бы равны [27]

$$b = \frac{\langle BF \rangle - \langle B \rangle \langle F \rangle}{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}; \quad a = \langle B \rangle - b \langle F \rangle, \quad (28)$$

так как

$$\langle B \rangle = \sum_F P_F \langle B(F) \rangle = \sum_F P_F (a + bF) = a + b \langle F \rangle; \quad (29)$$

$$\langle BF \rangle = \sum_F F P_F \langle B(F) \rangle = \sum_F F P_F (a + bF) = a \langle F \rangle + b \langle F^2 \rangle. \quad (30)$$

Если  $\pi^-$ -мезоны некоррелированы, то вероятность, что в событии с  $N$   $\pi^-$ -мезонами ровно  $F$   $\pi^-$ -мезонов попали в передний интервал и ровно  $B$  — в задний, описывается триномиальным распределением  $P_{F,B|N}$ . Средние значения моментов этого распределения [9]:

$$\langle F \rangle_N = N p_f; \quad \langle F^2 \rangle_N = N p_f (1 - p_f + N p_f); \quad \langle FB \rangle_N = p_f p_b N (N - 1). \quad (31)$$

Их можно усреднить по  $N$ , как в (20), ввиду их линейности по  $P_{F,B|N}$ :

$$\langle F \rangle = \sum_N P_N N p_f; \quad \langle B \rangle = \sum_N P_N N p_b;$$

$$\langle F^2 \rangle = \sum_N P_N N p_f (1 - p_f + N p_f); \quad \langle FB \rangle = \sum_N P_N p_f p_b N (N - 1). \quad (32)$$

Кривые на рис. 6, соответствующие независимому испусканию  $\pi^-$ , получены по формулам (28) и (32), т.е. в предположении точной линейной зависимости (25). Это предположение противоречит нашим кривым на рис. 5, но по самим кривым нельзя получить параметры фита  $a$  и  $b$ , которые зависят от экспериментальных ошибок  $\langle B(F) \rangle$ .

В [19] проведено также сравнение формул (28), (32) с данными [27] при несимметричных интервалах (корреляции вправо-влево).

Для корреляций вперед-назад при полных интервалах ( $|y| > 0$ ) формулы упрощаются, вероятности  $p_f = p_b = 0,5$  не зависят от множественности, и из (28), (32) получается [28]

$$a = \langle N \rangle^2 / (D^2 + \langle N \rangle); \quad b = (D^2 - \langle N \rangle) / (D^2 + \langle N \rangle), \quad (33)$$

$\langle N \rangle$  и  $D$  — среднее и дисперсия полного распределения по множественности. В работе [28] показано, что эти корреляции для разных реакций согласуются с предположением о независимом рождении частиц.

Ясно, что при независимом испускании  $\pi^-$  в  $pp$ -взаимодействиях их корреляции вперед-назад для полных интервалов такие же, как корреляции вверх-вниз (перпендикулярно оси реакции) или в любом другом направлении в с.д.м. Для всех заряженных частиц это, конечно, не так, например, оба лидирующих протона могут иметь поперечный импульс вверх, но практически не могут оба вылетать вперед в с.д.м.

## 6. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ

Корреляционная функция — это отличие плотности вероятности совместного события от произведения плотностей вероятности составляющих его частных событий. Если быстроты частиц независимы, корреляционная функция должна быть равна нулю при всех  $y_i$ . Рассмотрим двухчастичные корреляции всех частиц данного сорта.

Двухчастичная корреляционная функция это (см. (5)–(8)) [11]:

$$\tilde{C}_n \equiv \tilde{\rho}_n(y_1, y_2) - \tilde{\rho}_n(y_1)\tilde{\rho}_n(y_2); \quad \int \tilde{C}_n dy_1 dy_2 = 0. \quad (34)$$

Знак ( $\tilde{\quad}$ ) над  $C$  здесь и далее обозначает нормированность используемых спектров на 1 [10, 17, 18]. Функцию  $\tilde{C}_n$  можно усреднить по  $n$ :

$$\tilde{C}_S \equiv \sum_{n=2}^{\infty} P_n \tilde{C}_n = \sum_{n=2}^{\infty} P_n [\tilde{\rho}_n(y_1, y_2) - \tilde{\rho}_n(y_1)\tilde{\rho}_n(y_2)]. \quad (35)$$

Индекс S (“Short range”) при  $C$  здесь и далее обозначает усреднение полуинклюзивных функций [10, 29, 30].

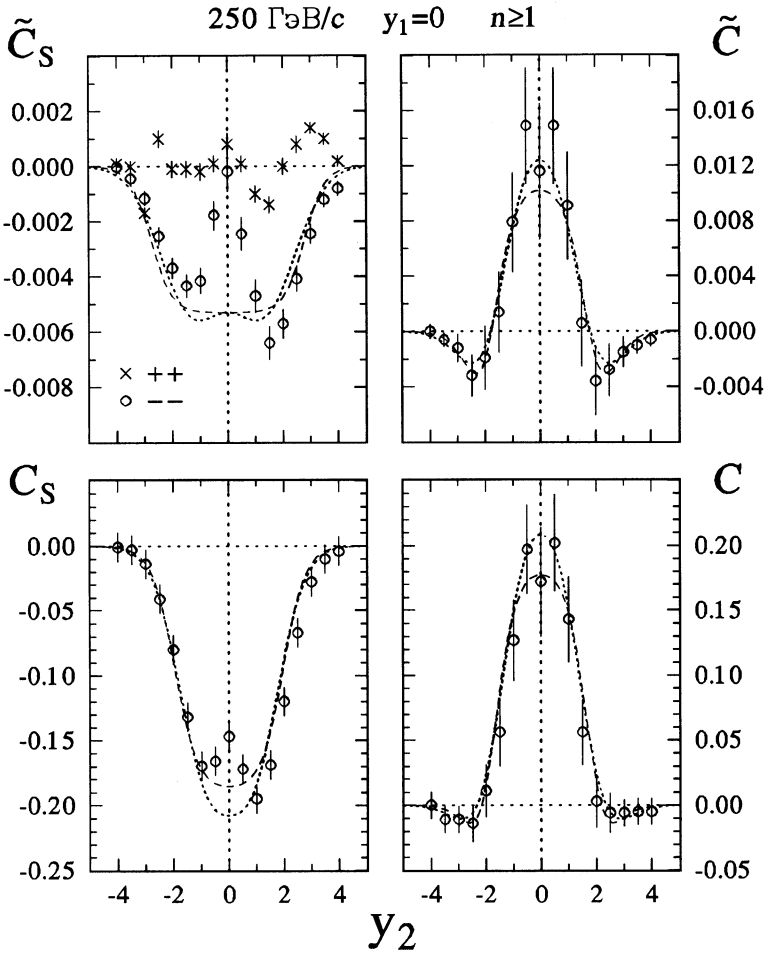
Если суммирование в (35) начинать с 1, то даже при полностью независимых частицах (7),  $\tilde{C}_S$  не может быть равной 0, из-за ничем не компенсированного второго члена при  $n=1$  (см. рис. 7 вверху слева):

$$\tilde{C}_S = -P_1 \tilde{\rho}_1(y_1)\tilde{\rho}_1(y_2). \quad (36)$$

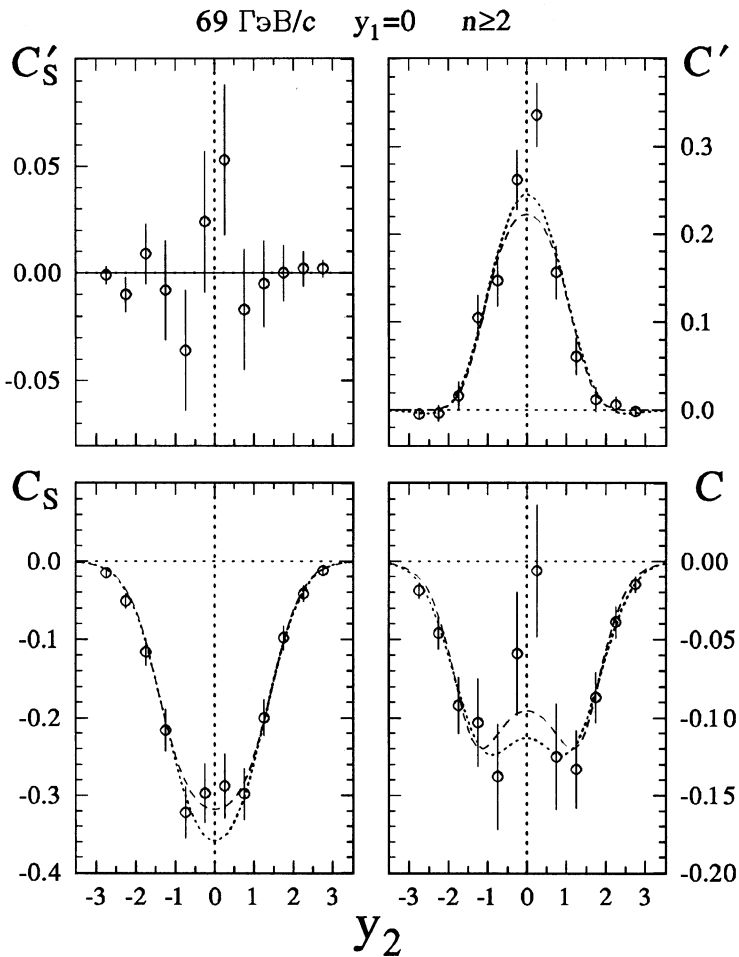
Функцию  $\tilde{C}_n$  можно также усреднить по  $n$  с весом, пропорциональным статистике пар при каждом  $n$  [29, 31]:

$$C'_S \equiv \sum_n n(n-1)P_n [\tilde{\rho}_n(y_1, y_2) - \tilde{\rho}_n(y_1)\tilde{\rho}_n(y_2)] \quad (37)$$

(см. рис. 8 вверху слева). Кстати, при этом суммирование автоматически начнется с  $n=2$ . Это выражение было бы логичнее отнормировать (разделить) на  $\langle n(n-1) \rangle$  для корректного сравнения данных при разных энергиях, но данные на рис. 8 получены в этой нормировке.



**Рис. 7.** Двухчастичные быстротные корреляции  $\pi^-$ -мезонов ( $y_1=0$ ) в  $pp$ -взаимодействиях 250 ГэВ/c при разных определениях корреляционной функции: (35), (40), (42), (46) в событиях с  $n \geq 1$ . Кривые (36), (41), (45), (48) соответствуют независимому испусканию  $\pi^-$ -мезонов (7). Точечные кривые получены с использованием аппроксимации (11), штриховые — (12)



**Рис. 8.** Двухчастичные быстротные корреляции  $\pi^-$ -мезонов ( $y_1=0$ ) в  $pp$ -взаимодействиях 69 ГэВ/с при разных определениях корреляционной функции: (37), (40), (46), (49) в событиях с  $n \geq 2$ . Кривые (41), (48), (49) соответствуют независимому испусканию  $\pi^-$ -мезонов (7) (для  $C'_S$  (37) — это прямая при  $C'_S=0$ ). Точечные кривые получены с использованием аппроксимации (11), штриховые — (12)

Корреляционная функция (37) соответствует известной процедуре исследования интерференционных корреляций, при которой двухчастичный спектр сравнивается со смешанным спектром пар частиц, где каждая частица пары выбрана случайно из разных событий (но с той же множественностью этих частиц в событии!) [32, 33]. Точнее, в интерференционных корреляциях используется нормированная на одночастичные спектры функция  $R'_S \equiv C'_S / \sum_n n(n-1)P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \tilde{\rho}_n(y_2)$ .

## 7. ПСЕВДОКОРРЕЛЯЦИИ

Часто используются другие “корреляционные” функции, формально похожие на предыдущие (см. также [34]).

а) Полуинклюзивная ненормированная функция [4]

$$C_n \equiv \rho_n(y_1, y_2) - \rho_n(y_1)\rho_n(y_2); \quad \int C_n dy_1 dy_2 = -n, \quad (38)$$

где плотности множественности в событиях с множественностью  $n$ :

$$\rho_n(y) \equiv \frac{1}{\sigma_n} \frac{d\sigma_n}{dy} = n\tilde{\rho}_n(y); \quad \rho_n(y_1, y_2) \equiv \frac{1}{\sigma_n} \frac{d^2\sigma_n}{dy_1 dy_2} = n(n-1)\tilde{\rho}_n(y_1, y_2). \quad (39)$$

Функция  $C_n$  ни при каких условиях не может равняться 0 для всех  $y$ , так как интеграл от нее не равен 0. Первый и второй члены в (38) нормированы на разное число пар частиц. Произведение одночастичных спектров здесь — это модель двухчастичного спектра с “выключенными” корреляциями, но данная модель не учитывает, что в реальном событии вторая частица выбирается уже из  $n-1$  частицы, а не из  $n$ , как первая. Конечно, когда величинам  $y_1$  и  $y_2$  соответствуют частицы разного сорта, такого недоразумения не возникает (вынимая из события положительную частицу, мы не меняем числа отрицательных).

Усредненная по  $n$  функция  $C_n$  [29, 30]:

$$C_S = \sum_n P_n [n(n-1)\tilde{\rho}_n(y_1, y_2) - n^2\tilde{\rho}_n(y_1)\tilde{\rho}_n(y_2)]; \quad \int C_S dy_1 dy_2 = -(n). \quad (40)$$

При независимом излучении (7) из (40) получается (см. рис. 7 и 8):

$$C_S = - \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \tilde{\rho}_n(y_2). \quad (41)$$

б) Инклюзивная нормированная функция [35, 36]

$$\tilde{C} \equiv \tilde{\rho}(y_1, y_2) - \tilde{\rho}(y_1)\tilde{\rho}(y_2); \quad \int \tilde{C} dy_1 dy_2 = 0, \quad (42)$$

где нормированные плотности средней множественности равны

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}(y) &\equiv \frac{1}{\langle n \rangle \sigma_{\text{in}}} \frac{d\sigma}{dy} = \sum_n \frac{n}{\langle n \rangle} P_n \tilde{\rho}_n(y); \\ \tilde{\rho}(y_1, y_2) &\equiv \frac{1}{\langle n(n-1) \rangle \sigma_{\text{in}}} \frac{d^2\sigma}{dy_1 dy_2} = \sum_n \frac{n(n-1)}{\langle n(n-1) \rangle} P_n \tilde{\rho}_n(y_1, y_2).\end{aligned}\quad (43)$$

Величину  $\tilde{\rho}(y)$  можно интерпретировать как плотность вероятности того, что частица, случайным образом выбранная из полного списка частиц, родившихся в событиях с разными  $n$ , имеет быстроту  $y$ . А величину  $\tilde{\rho}(y_1, y_2)$  — как плотность вероятности того, что пара частиц, выбранная из полного списка пар, имеет скорости  $y_1$  и  $y_2$ .

Однако равенство  $\tilde{\rho}(y_1, y_2) = \tilde{\rho}(y_1)\tilde{\rho}(y_2)$ , составленное из этих величин, похожее на (7), не может являться определением независимости частиц, так как одночастичный спектр в (43) не является (в отличие от (8)) проекцией двухчастичного (см. также разд. 1):

$$\begin{aligned}\int \tilde{\rho}(y_1, y_2) dy_2 &= \langle n(n-1) \rangle^{-1} \sum_n n(n-1) P_n \int \tilde{\rho}_n(y_1, y_2) dy_2 = \\ &= \langle n(n-1) \rangle^{-1} \sum_n n(n-1) P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \neq \tilde{\rho}(y_1).\end{aligned}\quad (44)$$

Первый и второй члены в (42) получены на разных ансамблях событий. Первый содержит больший процент событий с большим  $n$ , чем второй, так как число пар пионов в событии пропорционально  $n(n-1)$ , а число пионов — только  $n$ . Ширина быстроевого спектра падает с ростом множественности (см. (11)–(13) и [20]), поэтому первый член  $\tilde{C}$  — это более узкая и высокая функция, чем второй (при равных интегралах). И эта комбинаторная псевдокорреляция видна на рис. 7 — разность этих членов положительна при маленьких  $|y_2|$ , отрицательна при больших и равна нулю, когда  $\tilde{\rho}_n(y)$  становится равным 0.

При независимом излучении из (7) и (42) получается (рис. 7):

$$\tilde{C} = \langle n(n-1) \rangle^{-1} \sum_n n(n-1) P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \tilde{\rho}_n(y_2) - \langle n \rangle^{-2} \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_2).\quad (45)$$

При независимом рождении пионов функция  $\tilde{C}$  могла бы равняться нулю при всех  $y_1, y_2$ , если бы спектры пионов не зависели от  $n$ .

в) Ненормированная инклюзивная функция [3] (см. (1)):

$$C \equiv \rho(y_1, y_2) - \rho(y_1)\rho(y_2); \quad \int C dy_1 dy_2 = \langle n(n-1) \rangle - \langle n \rangle^2, \quad (46)$$

где плотности средней множественности частиц и пар те же, что в (2):

$$\rho(y) = \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y); \quad \rho(y_1, y_2) = \sum_n n(n-1) P_n \tilde{\rho}_n(y_1, y_2). \quad (47)$$

При независимом излучении из (7) и (46) получается (см. рис. 7, 8):

$$C = \sum_n n^2 P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \tilde{\rho}_n(y_2) - \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \tilde{\rho}_n(y_2) - \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_2). \quad (48)$$

Функция  $C$  сочетает в себе обе псевдокорреляции, присущие двум предыдущим функциям, — ошибку в нормировке, как в  $C_S$ , и комбинаторную псевдокорреляцию, как в  $\tilde{C}$ . При независимом рождении частиц (7) функция  $C$  могла бы оказаться равной 0, при двух дополнительных условиях — если бы спектр не зависел от  $n$ , а распределение по множественности имело “корреляционный” параметр  $f_2 \equiv (n(n-1)) - \langle n \rangle^2 = 0$ .

г) В работе [29] введена также функция (см. рис. 8):

$$C' = C + \sum_n P_n \rho_n(y_1) \rho_n(y_2) / n = C + \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \tilde{\rho}_n(y_2), \quad (49)$$

которая при независимом излучении отличается от  $C$  (48) отсутствием среднего члена и, таким образом, аналогична функции для частиц разного сорта, соответствующих  $y_1$  и  $y_2$  [29].

## 8. БЫСТРОТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ $\pi^-$ -МЕЗОНОВ

Данные, приведенные на рис. 7, получены при 250 ГэВ/с [30]. Точки  $C$  и  $\tilde{C}$  — из  $pp$ -взаимодействий. Точки  $C_S$  и  $\tilde{C}_S$  — из  $\pi^+p$  и  $K^+p$ , но, судя по данным [30], они должны быть близки к  $pp$ . В работе [30] при получении всех этих корреляционных функций использовались и события с одним  $\pi^-$ . Кривые на рисунках получены по формулам (36), (41), (45), (48) в предположении об отсутствии корреляций (7).

Псевдокорреляция в  $\tilde{C}_S$  получается только из-за ничем не скомпенсированного второго члена в (35) при  $n=1$ . Для положительных частиц ее нет, так как их множественность в  $pp$ -,  $K^+p$ - и  $\pi^+p$ -взаимодействиях всегда больше 1. Существенное отличие кривой от экспериментальных точек на рис. 7 наблюдается только для  $\tilde{C}_S$ . Возможно, это настоящая корреляция (например, интерференционная), хотя для положительных частиц не видно и ее.

Псевдокорреляция в  $C_S$  получается из-за разной нормировки первого и второго членов в (38). Первый всегда меньше второго.

В  $\tilde{C}$  комбинаторная псевдокорреляция происходит из-за разного усреднения одночастичного и двухчастичного спектров по ансамблю событий: в первом члене  $\tilde{C}$  (42) больше вес событий с большей множественностью, чем во втором (см. предыдущий раздел).

Функция  $C$  сочетает в себе обе предыдущие псевдокорреляции.

Данные на рис. 8 получены в  $pp$ -взаимодействиях при 69 ГэВ/с [29, 37]. Кривые (41), (48), (49) соответствуют независимому испусканию  $\pi^-$ -мезонов (7) (для  $C'_S$  (37) — это прямая при  $C'_S=0$ ). Кроме еще двух определений корреляционных функций ( $C'_S$  (37) и  $C'$  (49)) рис. 8 отличается от рис. 7 также отсутствием событий с одним  $\pi^-$ -мезоном, что еще больше разнообразит вид используемых функций. Это отличие существенно, например, функция  $C$  здесь отрицательна, хотя при  $n \geq 1$  она положительна [29] так же, как для 250 ГэВ/с на рис. 7.

На рис. 9 приведена корреляционная функция  $R$  (при  $y_1=0$ ):

$$R \equiv \sigma_{\text{in}} \frac{d^2\sigma/dy_1 dy_2}{(d\sigma/dy_1)(d\sigma/dy_2)} - 1 = \frac{\sum_n n(n-1)P_n \tilde{\rho}_n(y_1, y_2)}{\sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_1) \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(y_2)} - 1 \quad (50)$$

(нормированная на одночастичные спектры функция  $C$ ) для разных первичных энергий протонов: 21–400 ГэВ/с [18, 29, 31, 38–43]. Псевдокорреляции в  $R$ , конечно, те же, что и в  $C$ . Кривые также получены в предположении о независимости  $\pi^-$  (7).

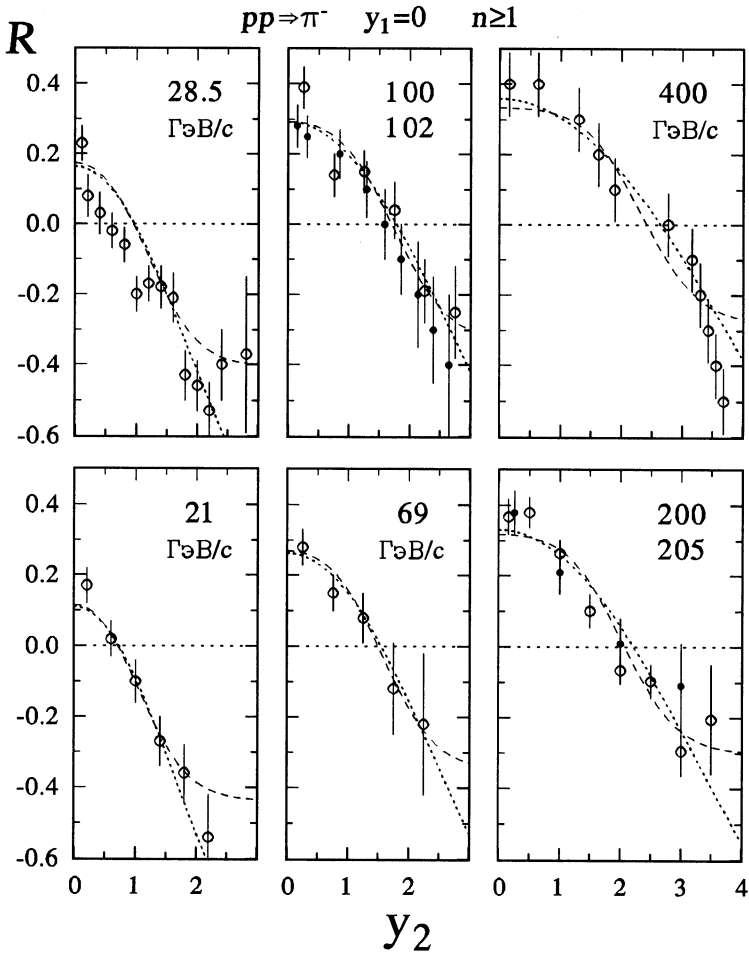
Данные, представленные на рис. 7–9, получены для всех неупругих (а не только NSD) событий. При получении кривых использовалась аппроксимация распределений по множественности  $\pi^-$ -мезонов  $P_n$  [44]:

$$P_n = \Phi\left(\frac{n}{\langle m \rangle}\right) - \Phi\left(\frac{n+1}{\langle m \rangle}\right); \quad \Phi(z) = 1.01 \exp[-0.62(z + 0.14)^2];$$

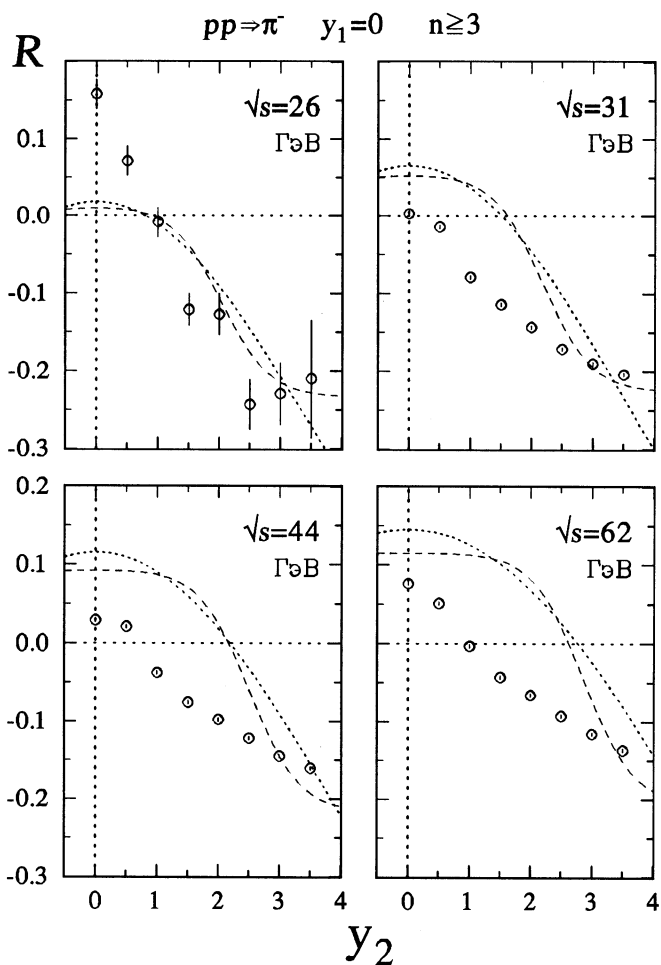
$$\langle m \rangle = 0.78 (\sqrt{s}/M_p - 2)^{3/4} (\sqrt{s}/M_p)^{-1/4}. \quad (51)$$

Конечно, корреляции, обязанные процессам с маленькими сечениями, например, интерференционным корреляциям, не заметны на фоне рассмотренной здесь общей картины. Но, вероятно, некоторое превышение положения точек над кривыми на рис. 7–9 при  $y_2 \sim 0$  происходит из этого явления. Это превышение становится больше при отборе пар частиц с близкими азимутальными углами [45]. Кстати, интерференционные корреляции часто изучаются именно с помощью псевдокорреляционной функции  $R$  (зависящей от разности импульсов





**Рис. 9.** Двухчастичные быструтные корреляции  $\pi^-$ -мезонов при  $y_1=0$ :  $R(y_1, y_2) \equiv C(y_1, y_2) / \rho(y_1)\rho(y_2)$  (50) в  $pp$ -взаимодействиях 21–400 ГэВ/с ( $n \geq 1$ ). Кривые получены в предположении о независимости рождающихся  $\pi^-$ -мезонов (7). Точечные кривые соответствуют аппроксимации (11), штриховые — (12)



**Рис. 10.** Двухчастичные быстротные корреляции  $\pi^-$ -мезонов  $R$  (50) ( $y_1=0$ ) при  $360 \text{ ГэВ}/c$  ( $\sqrt{s}=26 \text{ ГэВ}$ ) и  $\sqrt{s}=31-62 \text{ ГэВ}$  для  $n \geq 3$ . Кривые получены в предположении независимого излучения  $\pi^-$ -мезонов (7). Точечные кривые получены с аппроксимацией (11), штриховые — (12)

пионов) или функции  $\tilde{R}$  (нормированной на одночастичные спектры функции  $\tilde{C}$ ) [46], что должно приводить к искажению результатов.

На рис. 10 показаны быстротные корреляции  $\pi^-$ -мезонов ( $y_1=0$ ) из работ [47] (360 ГэВ/с;  $\sqrt{s}=26$  ГэВ) и [48] ( $\sqrt{s}=31-62$  ГэВ) для событий с числом  $\pi^-$ -мезонов больше трех. Для получения кривых использованы экспериментальные  $P_n$  [25, 49]. Эти данные плохо описываются кривыми — независимым рождением пионов. Данные при 360 ГэВ/с лежат гораздо выше кривых, данные ISR — гораздо ниже. Но и сами эти данные противоречат друг другу — точки при 26 ГэВ не должны сколько-нибудь заметно отличаться от точек при 31 ГэВ. Заметим также, что данные того же эксперимента на ISR [50] (53 ГэВ) и при  $n \geq 1$  лежат гораздо ниже данных, полученных в экспериментах с пузырьковыми камерами, например, данных при 400 ГэВ/с (не показано).

Эксперименты [47, 48, 50] (а также [24], см. рис. 3) имели ограниченный аксептанс, поэтому корректно сравнить эти данные с моделью независимых частиц можно только используя экспериментальный же материал — с помощью смешанного ансамбля событий, построенных из частиц, выбранных случайным образом из разных событий (с той же множественностью). Эта процедура совпадает с (37) — условия (7) и (10) справедливы и для неполного фазового объема.

Все данные на рис. 7–10 получены при  $y_1 \sim 0$ . На рис. 11 показано поведение функции  $C$  (46) в  $pp$ -взаимодействиях 69 ГэВ/с при других положениях “триггерного”  $\pi^-$ -мезона  $y_1$  [51]. Кривые (48) — независимое испускание  $\pi^-$ -мезонов (7). С ростом  $y_1$  уменьшается  $\tilde{\rho}_n(y_1)$  в (48), а также меняется распределение по множественности в событиях, участвующих в построении  $C$ , — уменьшается вклад событий с большой множественностью, имеющих более узкое быстротное распределение. Все кривые симметричны относительно с.ц.м.

## 9. ПОПЕРЕЧНЫЙ ИМПУЛЬС

На рис. 12 показаны двухчастичные корреляции поперечных импульсов  $\pi^-$ -мезонов в  $pp$ -взаимодействиях 69 ГэВ/с при разных значениях импульса “триггерного”  $\pi^-$ -мезона  $p_{T1}$  [51]. Рис. 12 полностью аналогичен рис. 11, а функция  $C(p_T)$  — функции  $C$  (46):

$$C(p_T) \equiv \rho(p_{T1}, p_{T2}) - \rho(p_{T1})\rho(p_{T2}) = \frac{1}{\sigma_{in}} \frac{d^2\sigma}{dp_{T1} dp_{T2}} - \frac{1}{\sigma_{in}^2} \frac{d\sigma}{dp_{T1}} \frac{d\sigma}{dp_{T2}}, \quad (52)$$

где плотности множественности записываются через плотности вероятности так же, как в (47):

$$\rho(p_T) = \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(p_T); \quad \rho(p_{T1}, p_{T2}) = \sum_n n(n-1) P_n \tilde{\rho}_n(p_{T1}, p_{T2}). \quad (53)$$

Кривые на рис. 12 получены в предположении независимого рождения пионов:  $\tilde{\rho}_n(p_{T1}, p_{T2}) = \tilde{\rho}_n(p_{T1}) \tilde{\rho}_n(p_{T2})$  — с помощью стандартной аппроксимации одночастичного распределения по поперечным импульсам в области небольших  $p_T$  (см., например, [52]), приведенной к скейлинговому виду (“скейлинг в среднем” [53]):

$$\tilde{\rho}_n(p_T) \equiv \frac{1}{n\sigma_n} \frac{d\sigma_n}{dp_T} = \frac{10}{3\sqrt{\pi} \langle p_T \rangle_n} \left( \frac{5}{2} \frac{p_T}{\langle p_T \rangle_n} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{5}{2} \frac{p_T}{\langle p_T \rangle_n}\right) \quad (54)$$

( $\int \tilde{\rho}_n(p_T) dp_T = 1$ ), где экспериментальные  $\langle p_T \rangle_n$  взяты из [54]. Точно так же, как на рис. 11, здесь при увеличении  $p_{T1}$  уменьшается  $\tilde{\rho}_n(p_{T1})$  и уменьшается вклад событий с большой множественностью, имеющих более узкое распределение по  $p_T$ , так как  $\langle p_T \rangle_n$  падает с ростом  $n$ .

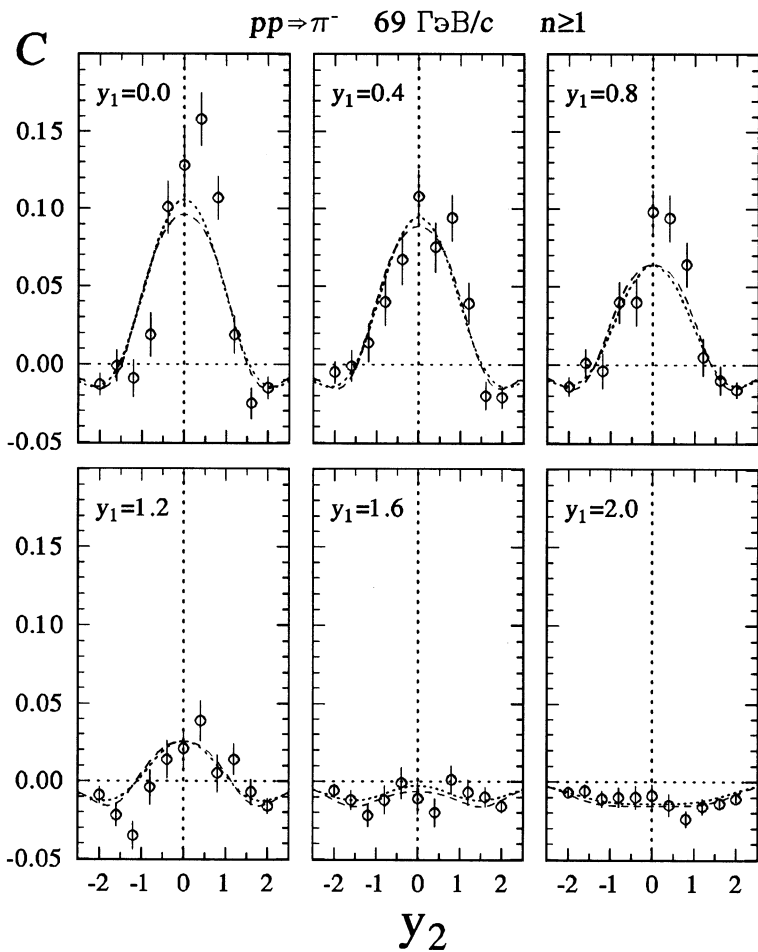
Общую картину неплохого описания экспериментальных данных независимым рождением пионов нарушает рис. 13 (205 ГэВ/с [17]), где учитываются не только абсолютные величины импульсов, но и их направление. На рис. 13 в зависимости от поперечного импульса “триггерного”  $\pi^-$ -мезона  $p_{T1}$  показано поведение средних множественностей (вверху) и средних поперечных импульсов (внизу) остальных  $\pi^-$ -мезонов, вылетающих как в той же азимутальной полуплоскости, что и “триггерный” пион ( $\varphi < 90^\circ$ ), так и в противоположной ( $\varphi > 90^\circ$ ).

Кривые на рис. 13 — независимое рождение пионов. Они не зависят от направления вылета “триггерного” пиона, так как не учитывают сохранения импульса. Их поведение диктуется только изменением эффективного распределения по множественности с увеличением  $p_{T1}$ . Вероятность, что в событии с  $n$   $\pi^-$ -мезонами найдется пион с  $p_{T1}$ , пропорциональна  $n \tilde{\rho}_n(p_{T1})$ . Значит, распределение по множественности  $\pi^-$ -мезонов в событиях, где есть пион с импульсом  $p_{T1}$ :

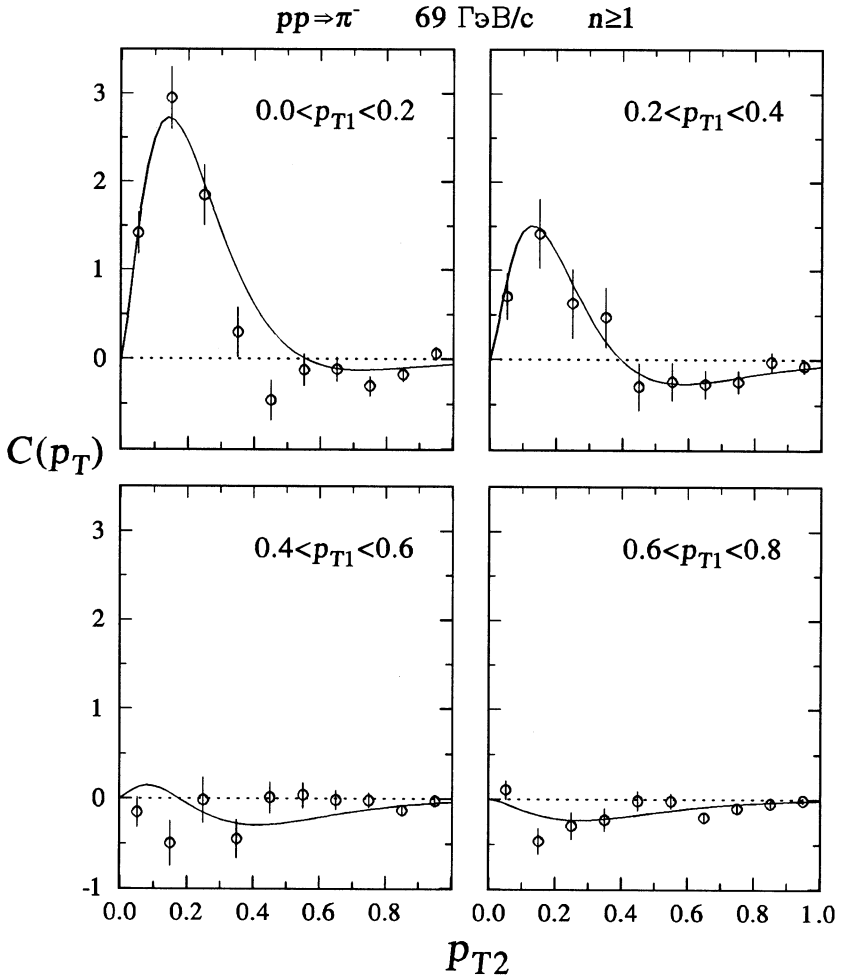
$$P'_n = n P_n \tilde{\rho}_n(p_{T1}) / \sum_n n P_n \tilde{\rho}_n(p_{T1}), \quad (55)$$

а средняя множественность в одной полуплоскости и средний поперечный импульс остальных  $\pi^-$ -мезонов:

$$\langle n_2 \rangle = \sum_n P'_n (n-1)/2; \quad \langle p_{T2} \rangle = \sum_n \langle p_T \rangle_n P'_n (n-1)/2 \langle n_2 \rangle \quad (56)$$



**Рис. 11.** Двухчастичные быструтные корреляции  $\pi^-$ -мезонов  $C$  (46) в  $pp$ -взаимодействиях  $69 \text{ ГэВ}/c$  при разных положениях “триггерного”  $\pi^-$ -мезона  $y_1$ . Кривые (48) — независимое испускание  $\pi^-$ -мезонов (7). Точечные кривые получены с аппроксимацией (11), штриховые — (12)



**Рис. 12.** Двухчастичные корреляции поперечных импульсов  $\pi^-$ -мезонов  $C(p_T)$  (52) в  $pp$ -взаимодействиях  $69 \text{ ГэВ/с}$  при разных значениях поперечного импульса “триггерного”  $\pi^-$ -мезона  $p_{T1}$ . Кривые соответствуют независимому испусканию  $\pi^-$ -мезонов. Они получены с помощью аппроксимации (54)

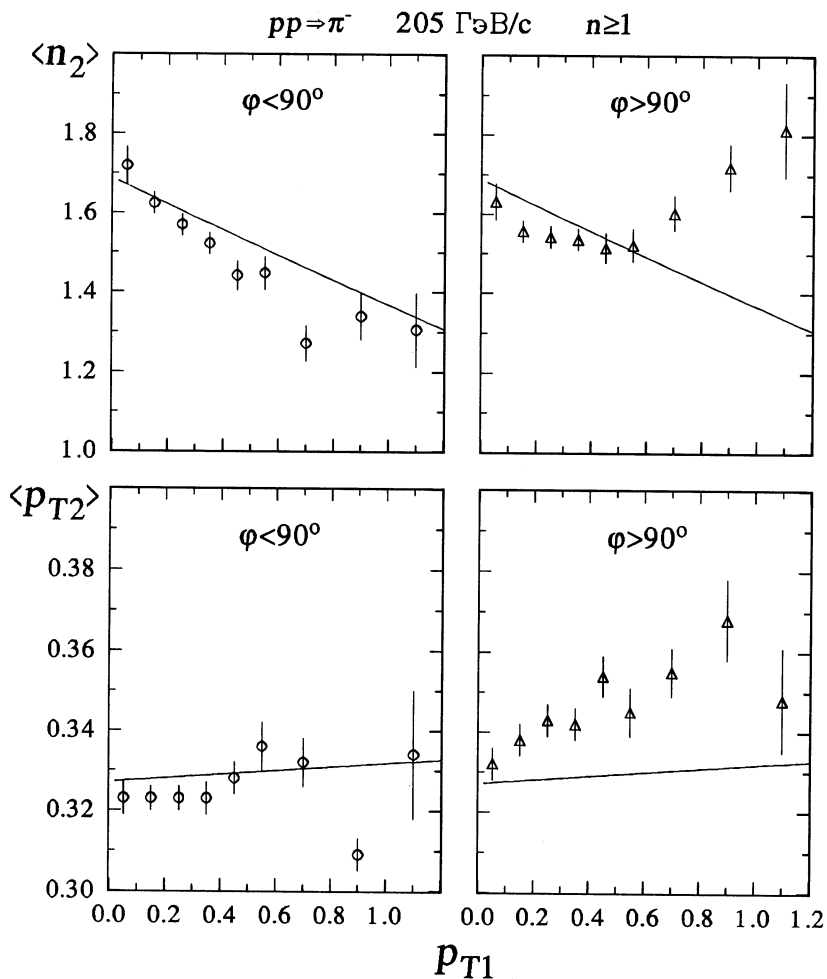


Рис. 13. Зависимости от поперечного импульса “триггерного”  $\pi^-$ -мезона  $p_{T1}$  средних множественностей (вверху) и средних поперечных импульсов (внизу) остальных  $\pi^-$ -мезонов, вылетающих как в той же азимутальной полуплоскости, что и “триггерный” пион ( $\phi < 90^\circ$ ), так и в противоположной ( $\phi > 90^\circ$ ), в  $pp$ -взаимодействиях 205 ГэВ/с. Кривые (56) соответствуют независимому испусканию  $\pi^-$ -мезонов.

(“триггерная” частица не входит в  $n_2$ ). Экспериментальные  $\langle p_T \rangle_n$  взяты из [17], полные распределения по множественности  $P_n$  получены согласно (51). Различные виды азимутальной асимметрии между по-луплоскостями  $\varphi < 90^\circ$  и  $\varphi > 90^\circ$  наблюдалась также в [40, 45, 47, 51, 55].

Возможно, более быстрый рост  $\langle B(F) \rangle$  по сравнению с кривыми на рис. 5, 6 при  $|y| > 1$  тоже связан с законом сохранения импульса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] ZEUS Coll., S.Chekanov *et al.*, Phys.Lett.B **510**, 36 (2001).
- [2] H1 Coll., C.Adloff *et al.*, Eur.Phys.J.C **5**, 439 (1998).
- [3] K.G.Wilson, Preprint CLNS-131 (Cornell, 1970).
- [4] C.E.DeTar, Phys.Rev.D **3**, 128 (1971).
- [5] A.H.Mueller, Phys.Rev.D **4**, 150 (1971).
- [6] A.Bassetto *et al.*, Nucl.Phys.B **34**, 1 (1971).
- [7] L.Caneschi, Nucl.Phys.B **35**, 406 (1971).
- [8] Г.Крамер, *Математические методы статистики* (Мир, М., 1975).
- [9] В.Идье и др., *Статистические Методы* (Атомиздат, Москва, 1976).
- [10] Э.А. Де Вольф, И.М.Дремин, В.Киттель, УФН **163**, 1 (1993).
- [11] W.Ко, Phys.Rev.Lett. **28**, 935 (1972).
- [12] G.F.Chew, A.Pignotti, Phys.Rev. **176**, 2112 (1968).
- [13] L.Stodolsky, Phys.Rev.Lett. **28**, 60 (1972).
- [14] T.T.Chou, C.N.Yang, Phys.Rev.Lett. **55**, 1359 (1985).
- [15] A.Giovannini, L.Van Hove, Z.Phys.C **30**, 391 (1986).
- [16] A.I.Golokhvastov, ЯФ **58**, 2110 (1995).
- [17] T.Kafka *et al.*, Phys.Rev.D **16**, 1261 (1977).
- [18] J.Whitmore, Phys.Rep.C **27**, 187 (1976).
- [19] A.I.Golokhvastov, Z.Phys.C **64**, 301 (1994).
- [20] А.И.Голохвастов, Препринт ОИЯИ Р2-2002-92 (Дубна, 2002).
- [21] M.Adamus *et al.*, Phys.Lett.B **177**, 239 (1986).
- [22] M.Adamus *et al.*, Z.Phys.C **37**, 215 (1988).
- [23] F.Dengler *et al.*, Z.Phys.C **33**, 187 (1986).
- [24] A.Breakstone *et al.*, Nuovo Cim.A **102**, 1199 (1989).
- [25] A.Breakstone *et al.*, Phys.Rev.D **30**, 528 (1984).



- [26] M.Adamus *et al.*, Phys.Lett.B **205**, 401 (1988).
- [27] V.V.Aivazyan *et al.*, Z.Phys.C **42**, 533 (1989).
- [28] D.Zieminska, Phys.Rev.D **27**, 502 (1983).
- [29] В.В.Аммосов и др., ЯФ **23**, 341 (1976).
- [30] V.V.Aivazyan *et al.*, Z.Phys.C **51**, 167 (1991).
- [31] J.Hanlon *et al.*, Nucl.Phys.B **52**, 96 (1973).
- [32] G.I.Копылов, Phys.Lett.B **50**, 472 (1974).
- [33] M.Adamus *et al.*, Z.Phys.C **37**, 347 (1988).
- [34] С.А.Азимов и др., Множественные процессы при высоких энергиях (Изд. "Фан", Ташкент, 1976) с. 120.
- [35] E.L.Berger *et al.*, Phys.Rev.D **6**, 2580 (1972).
- [36] M.Gyulassy *et al.*, Phys.Rev.C **20**, 2267 (1979).
- [37] В.В.Аммосов и др., Препринт ИФВЭ М-16 (Серпухов, 1975).
- [38] E.L.Berger *et al.*, Phys.Rev.Lett. **29**, 675 (1972).
- [39] J.Erwin *et al.*, Phys.Rev.Lett. **33**, 1443 (1974).
- [40] С.М.Бромберг *et al.*, Phys.Rev.D **9**, 1864; **10**, 3100 (1974).
- [41] R.Singer *et al.*, Phys.Lett.B **49**, 481 (1974).
- [42] T.Ferbel, Preprint СОО-3065-91 (Rochester, 1974).
- [43] L.Foa, Phys.Rep.C **22**, 1 (1975).
- [44] А.И.Голохвастов, ЯФ **64**, 1924 (2001).
- [45] B.Y.Oh *et al.*, Phys.Lett.B **56**, 400 (1975).
- [46] U.A.Wiedemann, U.W.Heinz, Phys.Rept. **319**, 145 (1999).
- [47] J.L.Bailly *et al.*, Z.Phys.C **40**, 13 (1988).
- [48] A.Breakstone *et al.*, Mod.Phys.Lett.A **6**, 2785 (1991).
- [49] J.L.Bailly *et al.*, Z.Phys.C **23**, 205 (1984).
- [50] A.Breakstone *et al.*, Phys.Lett.B **114**, 383 (1982).
- [51] J.Derre *et al.*, Nuovo Cim.A **33**, 721 (1976).
- [52] Е.Л.Фейнберг, УФН **104**, 539 (1971).
- [53] F.T.Dao *et al.*, Phys.Rev.Lett. **33**, 389 (1974).
- [54] V.V.Ammosov *et al.*, Nuovo Cim.A **40**, 237 (1977).
- [55] I.V.Ajinenko *et al.*, Z.Phys.C **58**, 357 (1993).

Голохвастов А. И.

P2-2003-52

Независимое рождение  $\pi^-$ -мезонов в  $pp$ -взаимодействиях

Экспериментальные данные по множественному рождению  $\pi^-$ -мезонов в  $pp$ -взаимодействиях при  $\sqrt{s} \leq 30$  ГэВ не содержат указаний на существование каких-либо корреляций между  $\pi^-$ -мезонами, кроме связанных с сохранением импульса и интерференционных. Распределения по множественности в быстротных интервалах, корреляции вперед-назад, двухчастичные корреляции по быстротам и поперечным импульсам не противоречат независимому рождению  $\pi^-$ -мезонов. Из независимого рождения частиц не следует каких-либо ограничений на их распределения по множественности.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

Перевод автора

Golokhvastov A. I.

P2-2003-52

Independent  $\pi^-$ -Meson Production in  $pp$  Interactions

The experimental data on  $\pi^-$ -meson multiple production in  $pp$  interactions at  $\sqrt{s} \leq 30$  GeV do not contain indications of the existence of some correlations among the  $\pi^-$  mesons, except correlations connected with momentum conservation and interference ones. Multiplicity distributions inside rapidity intervals, forward-backward correlations, two-particle rapidity and transverse-momentum correlations do not contradict independent  $\pi^-$ -meson production. Any restrictions on their multiplicity distributions do not follow from independent particle production.

The investigation has been performed at the Veksler-Baldin Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2003

**Редактор *М. И. Зарубина***  
**Макет *Н. А. Киселевой***

**Подписано в печать 04.04.2003.**

**Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.**

**Усл. печ. л. 2,0. Уч.-изд. л. 2,1. Тираж 415 экз. Заказ № 53846.**

**Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.**

**E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)**

**[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)**