ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2003-54

На правах рукописи
УДК 530.12; 531.51

ИВАЩУК
Владимир Дмитриевич

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В МНОГОМЕРНЫХ МОДЕЛЯХ ГРАВИТАЦИИ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Дубна 2003

Работа выполнена во Всероссийском научно-исследовательском институте метрологической службы (ВНИИМС)

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук
профессор — И.Л. Бухбиндер

доктор физико-математических наук
профессор — Д.В. Гальцов

доктор физико-математических наук
профессор — В.И. Денисов

Ведущее научно-исследовательское учреждение: Институт ядерных исследований РАН, г. Москва

Защита состоится "______" __________________________ 2003 г. в _______ час. на заседании диссертационного Совета Д 720.001.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований по адресу: 141980, Московская обл., г. Дубна, ЛТФ ОИЯИ

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "______" __________________________ 2003 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физико-математических наук

С.В. Голоскоков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Достижения современной астрофизики и космологии (наблюдения компактных космических объектов, анализ реликтового микроволнового фона, данные по ускоренному расширению Вселенной) обуславливают актуальность теоретических исследований физических явлений в сильных гравитационных полях в различных теориях гравитации, а также построение непротиворечивых космологических моделей. Можно выделить следующие основные направления такого рода исследований:
1) поиск точных решений уравнений гравитационного поля с материальными источниками в различных теориях гравитации; 2) исследование свойств точных решений, включая их поведение вблизи сингулярности; 3) изучение квантовых свойств гравитационного поля, в т.ч. на примере "космологических" метрик; 4) анализ свойств квантовых полей, взаимодействующих с гравитацией. Первые три направления представлены в данной диссертационной работе; особое внимание уделяется сферически-симметричным решениям и решениям космологического типа.

Фундаментальной задачей современной теоретической физики, как полагают, является объединение взаимодействий, включая гравитацию. Современные теории объединения предполагают существование дополнительных измерений пространства-времени и различных физических полей, прежде всего скалярных и векторных, помимо метрического поля. Это, а также некоторые известные трудности, присущие общей теории относительности (ОТО) (проблема энергии гравитационного поля, неперенормируемость квантового варианта ОТО), привело к появлению целого ряда альтернативных ОТО теорий гравитации — многомерных, скалярно-тензорных, биметрических и т. д. Возникает необходимость получения точных решений в альтернативных теориях, а также сравнения свойств точных решений различных теорий и их наблюдательных предсказаний, включая прямые наблюдательные следствия "многомерия". Ряд задач такого рода рассматривается в данной диссертации, в частности, гравитационные аспекты наиболее актуальных теорий объединения взаимодействий — суперструнных и супермембранных теорий, гипотетической "М-теории" и их возможных обобщений.

Целью диссертации

является разработка сигма-модельного и лагранжевого подходов для широкого класса моделей многомерной гравитации с блок-диагональной метрикой, а также поиск новых ~~точных~~ решений (с источниками в виде скалярных, полей форм и многокомпонентной "идеальной" жидкости) и анализ поведения решений вблизи сингулярности.

Научная новизна диссертации.

Центральным результатом диссертации является разработка сигма-модельного и лагранжевого подходов для поиска точных решений в моделях многомерной гравитации с блок-диагональной метрикой и цепочкой "внутренних" пространств Эйнштейна и применение этих подходов при нахождении новых классов точных решений в многомерных гравитационных моделях.

В диссертации найдены новые семейства точных (классических и квантовых) решений на многообразиях с цепочкой риччи-плоских внутренних пространств в задачах космологии и сферической симметрии в случае материальных источников в виде скалярных полей, полей форм и многокомпонентной "идеальной" жидкости, а также получен ряд семейств решений, управляемых гармоническими функциями.

При решении задач космологии и сферической симметрии, в диссертации развит весьма общий подход сведения многомерной модели к лагранжевой системе типа (псевдоевкидовой) цепочки Тоды. Потенциал лагранжевой системы определяется некоторым набором векторов U^r. Интегрируемость лагранжевой системы (и, как следствие, исходных полевых уравнений) определяется скалярными произведениями векторов по отношению к минисуперметрике: (U^r, U^s). При определенных значениях (U^r, U^s) возможно сведение рассматриваемой системы к евклидовой цепочке Тоды, отвечающей некоторой полупростой конечномерной алгебре Ли. Для точных решений с полями форм и скалярными полями предложенный метод "скалярных произведений" дает простое объяснение известных правил пересечений p-бран и позволяет обобщить их на случай произвольных (конечномерных) полупростых алгебр Ли. Сведение задачи о сферически-симметричных решениях в модели с p-бранами к евклидовым цепочкам Тоды при пересечениях p-бран, отвечающих алгебрам Ли A_m и C_{m+1} $(m = 1, 2, ..)$, приводит к обнаружению семейства решений с горизонтом, которые управляются набором полиномиальных функций. Число полиномов равно рангу алгебры Ли, а их степени вычисляются по матрице Картана.

Важным результатом диссертации является также разработка бильярдного подхода в многомерной космологии (с многокомпонентной идеальной жидкостью и p-бранами). Вблизи особой точки (сингулярности) динамика космологической модели эффективно сводится к движению точки в бильярде, построенном в пространстве Лобачевского. Это позволяет описывать осциллирующее поведение масштабных факторов вблизи сингулярности, подобно тому, как это имеет место в модели типа Бьянки-IX.

Научная и практическая ценность работы.

Полученные точные решения и примененные методы решения могут быть в дальнейшем использованы для построения и изучения новых многомерных моделей с различными симметриями. Многие результаты получены для моделей достаточно общего вида с произвольными размерностями, сигнатурами фактор-многообразий, в широком классе полей и других материальных источников. Изложенные точные решения, сигма-модельный подход, сведение к системам типа цепочек Тоды, анализ групп симметрий пространства мишеней, бильярдный подход к исследованию поведения вблизи сингулярности, и другие результаты могут быть включены в университетские курсы классической и квантовой теории гравитации.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту.

1. Получено сигма-модельное представление со связями для гравитирующей системы композитных p-бран в многомерной гравитационной модели со скалярными полями и внешними формами. Исходная модель определена на многообразии $M_0 \times M_1 \times \ldots \times M_n$, где "внутренние" пространства M_i, $i \geq 1$, суть пространства Эйнштейна, метрика берется в блок-диагональном виде, и все поля и масштабные факторы метрики являются функциями на M_0. В "чисто" электрическом и магнитном случаях число связей равно $m(m-1)/2$, где m – число одномерных внутренних пространств. В "электромагнитном" случае, когда размерность M_0 равна 1 или 3, возникает m дополнительных связей. Сформулированы ограничения на пересечения p-бран, при которых связи удовлетворяются тождественно. Доказано, что пространство потенциалов (мишеней) сигма-модели в модели с p-бранами, является однородным пространством, причем, оно симметрично тогда и только тогда, когда U-векторы, задающие метрику сигма-модели, либо совпадают, либо взаимно ортогональны. Для ненулевых несовпадающих U-векторов решены уравнения Киллинга, отвечающие метрике сигма-модели.

2. Для риччи-плоских внутренних пространств и базового многообразия M_0 получено семейство решений "типа Маджумдара-Папапетру", определяемых набором гармонических функций, для "блок-ортогональных" пересечений p-бран.

Эти решения обобщены на случай не-риччи-плоского M_0, когда семейство внутренних пространств дополнено рядом пространств Эйнштейна ненулевой кривизны. Выделены специальные классы решений с пересечениями p-бран, отвечающими алгебрам Ли. В частном случае плоского пространства M_0 размерности $d_0 > 2$ и гармонических функций с конечными множествами особых точек сформулированы критерии существования горизонта и сингулярности квадрата тензора Римана для полученных решений. В случае зависимости от одной гармонической функции получено семейство решений, отвечающее нулевым геодезическим метрики сигма-модели. Выделен подкласс решений, отвечающих цепочке Тоды для алгебры A_m, $m = 1, 2 \ldots$.

3. Получено общее решение полевых уравнений в модели, описывающей "космологическую эволюцию" и сферически-симметричные конфигурации системы композитных p-бран в случае нескольких риччи-плоских пространств. В квантовом случае получено многомерное обобщение уравнения Уилера-ДеВитта, имеющее ковариантный и конформно-ковариантный вид. Это уравнение проинтегрировано для "ортогональных" пересечений p-бран. Найдено семейство статических p-бранных решений, заданных на произведении нескольких пространств Эйнштейна и являющихся композитным p-бранным обобщением решений Фройнда-Рубина.

4. Получены обобщенные p-бранные аналоги чернодырных решений для широкого класса пересечений в случае риччи-плоских "внутренних" пространств. Они определяются с точностью до набора функций, являющихся решениями системы нелинейных дифференциальных уравнений, эквивалентных уравнениям типа цепочки Тоды, с наложенными граничными условиями. Высказана гипотеза о полиномиальной структуре управляющих функций в случае пересечений, отвечающих полупростым алгебрам Ли. Эта гипотеза проверена для алгебр Ли A_m, C_{m+1}, $m = 1, 2, \ldots$. Получено выражение для температуры Хокинга. Выделены частные случаи решений, отвечающие ортогональным и "блок-ортогональным" правилам пересечений. Приведены явные формулы для решений, отвечающих алгебре A_2. Вычислены пост-ньютоновские параметры β и γ, отвечающие 4-мерному сечению метрики. Показано, что параметр β не зависит от пересечений p-бран.

5. Модель многомерной космологии с цепочкой из n пространств Эйнштейна и материей в виде m-компонентной "идеальной жидкости" сведена к лагранжевой системе в случае, когда давления во всех пространствах пропорциональны плотности и коэффициенты пропорциональности, зависящие от масштабных

факторов, для каждой компоненты образуют потенциальное векторное поле. Получено многомерное уравнение Уилера-ДеВитта (УДВ), имеющее ковариантный и конформно-ковариантный вид. В случае, когда коэффициенты пропорциональности не зависят от масштабных факторов и все внутренние пространства риччи-плоские, уравнения Эйнштейна и УДВ проинтегрированы в однокомпонентном случае $m = 1$. Для однокомпонентной "идеальной жидкости" получено обобщение классических и квантовых решений на случай безмассового скалярного поля с минимальной связью. Выделены классы решений "инфляционного" типа. В вакуумном случае найдено обобщение решения Казнера на случай n риччи-плоских пространств. Получено точное космологическое решение, описывающее "эволюцию" пространства Эйнштейна ненулевой кривизны и $n-1$ риччи-плоских пространств в скалярно-вакуумном случае – с материей в виде безмассового скалярного поля с минимальной связью.

6. Показано, что многомерная космология с материей в виде многокомпонентной идеальной жидкости, описывающая эволюцию n пространств Эйнштейна, вблизи особой точки сводится к бильярду в пространстве Лобачевского. Сформулированы и доказаны критерии конечности объема бильярда и его компактности в терминах задачи об освещении казнеровской сферы точечными источниками света, а также в терминах неравенств на казнеровские параметры. Найден квантовый аналог биллиардного представления, т.е. выписаны асимптотические решения уравнения УДВ вблизи особой точки. Получено бильярдное представление в космологической модели с p-бранами.

7. Получено обобщение решения Тангерлини на случай цепочки из нескольких риччи-плоских пространств в вакуумном и скалярно-вакуумном случаях. Доказано, что чернодырное решение имеет место только, если масштабные факторы внутренних пространств и скалярное поле постоянны, а остальные конфигурации отвечают голым сингулярностям. Получено решение для многомерной заряженной дилатонной черной дыры с цепочкой из n "внутренних" риччи-плоских пространств. Найдено ограничение (снизу) на массу черной дыры. Обнаружена независимость температуры Хокинга от размерности внутреннего риччи-плоского пространства при струнном значении дилатонной константы связи. Экстремальное решение обобщено на случай нескольких черных дыр, а также на случай ненулевой космологической постоянной.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались автором на Международных конференциях по общей теории относительности и гравитации: на Советско-американской школе молодых космологов (СССР – 1990, США – 1991), на Международной научной конференции "Лобачевский и современная геометрия" (Казань – 1992), на 58-ом съезде немецкого физического общества (Гамбург – 1994), на VII и VIII международных семинарах им. Марселя Гроссмана (Стэнфорд – 1994, Иерусалим – 1997), на международной конференции "Астрофизика и космология после Гамова" (Одесса — 1994), на международных школах-семинарах "Многомерная гравитация и космология" (Ярославль — 1994) и "Основания гравитации и космологии" (Одесса — 1995), на Всесоюзных и Всероссийских конференциях "Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации" (Пущино — 1993, Новгород — 1996, Владимир – 1999), на I Ионовской школе (Ярославль – 1995), на V Международном семинаре "Квантовая теория гравитации", посвященном памяти М.А. Маркова (Москва – 1995), на семинаре "Гравитационная энергия и гравитационные волны" в ЛТФ ОИЯИ (Дубна — 1996), на Международной летней школе в Центре им. Софуса Ли (Нордфйордейд – 1996), на Международном совещании "Современные теории гравитации и космологии" (Бер-Шева – 1997), на Международной конференции по космомикрофизике "Космион - 97", посвященной памяти Я.Б. Зельдовича (Москва – 1997), на Фридмановском международном семинаре по гравитации и космологии (С.-Петербург – 1998), на Международном семинаре по математической космологии (Потсдам – 1998), на II Зимней школе по бранам, полям и математической физике (Сеул – 1999), на Гамовской мемориальной конференции (Одесса – 1999), на I и II Международных школах-семинарах "Проблемы теоретической космологии" (Ульяновск – 1997, 2000), на Международной конференции "Квантование, калибровочные теории и струны" памяти Е.С. Фрадкина (Москва – 2000), на III и IV Международных совещаниях-школах "Квантовая гравитация и суперструны" (Дубна – 2001, 2002), на V Международной конференции по гравитации и астрофизике стран азиатско-тихоокеанского региона (Москва – 2001), на научных семинарах в МГУ, ГАИШ, ИТЭФ, ВНИИМС, в ряде университетов в Германии, США, Южной Корее, Японии.

Публикации. Диссертация написана на основе 55 работ автора, указанных в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения (гл. 1), десяти глав основного текста, заключения (гл. 12), приложений и списка цитируемой литературы, включающего 345 наименований. Объем диссертации составляет 220 страниц текста.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Глава 1 - введение – содержит мотивировку исследований, изложенных в диссертации, и описание ее структуры.

В **Главе 2** изучается сигма-модельное представление со связями, описывающее гравитирующую систему композитных p-бран в многомерной модели гравитации с действием следующего вида

$$S = \frac{1}{2\kappa^2}\int_M d^Dz\sqrt{|g|}\{R[g] - 2\Lambda - h_{\alpha\beta}g^{MN}\partial_M\varphi^\alpha\partial_N\varphi^\beta - \sum_{a\in\Delta}\frac{\theta_a}{n_a!}\exp[2\lambda_a(\varphi)](F^a)^2\} + S_{GH}, \tag{1}$$

где g – метрика произвольной сигнатуры, заданная на многообразии M размерности $\dim M = D$, φ^α – дилатонные скалярные поля, $\alpha = 1,\ldots,l$; $(h_{\alpha\beta})$ – невырожденная матрица, $\theta_a \neq 0$, $F^a = dA^a$ – внешние формы, $\mathrm{rang}F^a = n_a \geq 2$, Λ – космологическая постоянная и $\lambda_a(\varphi) = \lambda_{a\alpha}\varphi^\alpha$ – 1-формы дилатонных констант связи, $a \in \Delta$; Δ – непустое конечное множество, и S_{GH} – стандартный граничный член.

При определенных составах полей с выделенными значениями общей размерности D, сигнатуры метрики, рангов n_a, констант дилатонных связей λ_a и $\Lambda = 0$ такого рода модели возникают в "усеченных" бозонных секторах (т.е. без слагаемых типа Черна-Саймонса) различных теорий супергравитации и в низкоэнергетическом пределе суперструнных моделей. Так, например, для $D = 11$ супергравитации, которая рассматривается сейчас как низкоэнергетический предел некоторой гипотетической M-теории, бозонный сектор содержит метрику и 4-форму (скалярные поля отсутствуют). Простейшая D-мерная теория со скалярным полем, 2-формой и константой дилатонной связи $\lambda^2 = (D-1)/(D-2)$ может быть получена размерной редукцией из $(D+1)$-мерной теории Калуцы-Клейна.

В разделе 2.1. выписаны уравнения движения, отвечающие действию (1). В разделе 2.2. сформулирован анзатц для так называемых композитных p-бранных решений, определенных на многообразии

$$M = M_0 \times M_1 \times \ldots \times M_n, \tag{2}$$

с метрикой "блочного вида"

$$g = e^{2\gamma(x)}g^0 + \sum_{i=1}^{n} e^{2\phi^i(x)}g^i, \tag{3}$$

где $g^0 = g^0_{\mu\nu}(x)dx^\mu \otimes dx^\nu$ – метрика на многообразии M_0 и (M_i, g^i) – пространства Эйнштейна: $\mathrm{Ric}[g^i] = \xi_i g^i$, $i = 1,\ldots,n$. Масштабные факторы и скалярные поля суть (гладкие) функции на M_0, и поля форм также определяются набором скалярных функций на M_0. Всякая форма F^a является суммой (линейно независимых) мономов, отвечающих электрическим и магнитным p-бранам (p-мерным аналогам мембран).

В разделе 2.3 получено сигма-модельное представление со связями. В "чисто" электрическом и магнитном случаях число связей равно $m(m-1)/2$, где m – число одномерных внутренних пространств. В "электромагнитном" случае, когда размерность M_0 равна 1 или 3, возникает m дополнительных связей. Сформулированы ограничения на пересечения p-бран, при которых связи удовлетворяются тождественно (п. 2.3.1).

В **Главе 3** рассматриваются решения с гармоническими функциями. В разделе 3.1 для риччи-плоских внутренних пространств и M_0 получено семейство решений "типа Маджумдара-Папапетру", определяемых набором гармонических функций, для "блок-ортогональных" пересечений p-бран. В п. 3.1.2 выделены специальные классы новых решений с пересечениями p-бран, отвечающими алгебрам Ли: конечномерным и гиперболическим, в т.ч. решения в 10-мерной IIA и 11-мерной моделях супергравитации, и в так называемых B_D-моделях в размерностях $D \geq 12$. В п. 3.1.3 в частном случае плоского пространства M_0 размерности $d_0 > 2$ и гармонических функций с конечными множествами особых точек сформулированы критерии существования горизонта и сингулярности квадрата тензора Римана для полученных решений. В п. 3.1.4 получено обобщение этих решений на случай не риччи-плоского M_0, когда семейство внутренних пространств дополнено рядом пространств Эйнштейна ненулевой кривизны. В разделе 3.2 в случае зависимости от одной гармонической функции получено общее семейство решений, отвечающее нулевым геодезическим метрики сигма-модели. В п. 3.2.3 выделен подкласс решений, отвечающих цепочкам Тоды для алгебр A_m, $m = 1, 2 \ldots$.

Глава 4 посвящена классическим и квантовым решениям космологического типа с p-бранами. В раздел 4.1 рассмотрено сведение космологических уравнений к лагранжевой динамике. В разделе 4.2 получено общее решение полевых уравнений в модели, описывающей "космологическую эволюцию" и сферически-симметричные конфигурации системы композитных p-бран в случае нескольких риччи-плоских внутренних пространств. Решения определены с точностью до решений уравнений типа цепочки Тоды. В п. 4.2.3 выделен подкласс решений для "блок-ортогональных" пересечений p-бран. В разделе 4.3 получено семейство статических p-бранных решений, заданных на произведении нескольких пространств Эйнштейна. Решения являются композитным p-бранным обобщением решений Фройнда-Рубина. Здесь рассматривается ряд примеров решений, определенных на произведении сфер, пространств Лобачевского и анти-де-ситтеровских пространств. Раздел 4.4. посвящен квантовой космологии с p-бранами. В п. 4.4.1 получено уравнение Уилера-ДеВитта, имеющее ковариантный и конформно-ковариантный вид. Это уравнение проинтегрировано для "ортогональных" пересечений p-бран (п. 4.4.2). Проведено сравнение с "полуквантовым" подходом, в котором поля форм классические (п. 4.4.3).

В **Главе 5** рассматриваются чернодырные решения и их p-бранные аналоги. В разделе 5.1 получены обобщенные p-бранные аналоги чернодырных решений для широкого класса пересечений в случае риччи-плоских "внутренних" пространств. Они определяются с точностью до набора функций, являющихся решениями системы нелинейных дифференциальных уравнений (эквивалентных уравнениям типа цепочки Тоды) с наложенными граничными условиями. Получено выражение для температуры Хокинга. В разделе 5.1 рассмотрены частные случаи решений, отвечающие ортогональным и блок-ортогональным правилам пересечений и выдвинута гипотеза о полиномиальной структуре управляющих функций в случае пересечений, отвечающих полупростым алгебрам Ли (п. 5.2.1). Эта гипотеза проверена для алгебр Ли A_m, C_{m+1}, $m = 1, 2, ...$ (п. 5.2.2). Получены явные формулы для решений, отвечающих алгебре A_2 (п. 5.3.1), в т.ч. дионного решения в 11-мерной супергравитации (п. 5.3.2). В разделе 5.4 вычислены пост-ньютоновские параметры β и γ, отвечающие 4-мерному сечению метрики. Показано, что параметр β не зависит от пересечений p-бран. В разделе 5.5 рассмотрены экстремальные p-бранные конфигурации и получены их обобщения "типа Маджумдара-Папапетру".

В **Главе 6** изучаются симметрии пространства мишеней сигма-модели из Главы 2. В разделе 6.1 доказано, что пространство потенциалов (мишеней) для сигма-модели, возникающей в модели с p-бранами, является однородным пространством, причем, оно (локально) симметрично тогда и только тогда, когда U-векторы, задающие метрику сигма-модели, либо совпадают, либо взаимно ортогональны. В разделе 6.2 для ненулевых несовпадающих U-векторов решены уравнения Киллинга. Показано, что при достаточно общих допущениях алгебра векторных полей Киллинга является прямой суммой нескольких копий алгебры $A_1 = sl(2, \mathbb{R})$, нескольких разрешимых алгебр Ли и алгебры Киллинга плоского пространства. В разделе 6.3 показано, что при допущениях из 6.2 пространство потенциалов разлагается в произведение плоского пространства, нескольких двумерных пространств постоянной кривизны, в частности, пространства Лобачевского, части анти-деситтеровского пространства и нескольких многообразий разрешимых групп Ли.

В **Главе 7** рассматриваются многомерные космологические модели с "идеальной жидкостью". В разделе 7.1. описывается многомерная модель с цепочкой из n пространств Эйнштейна и материей в виде m-компонентной "идеальной жидкости". В п. 7.1.1 модель сводится к лагранжевой системе в случае, когда давления во всех пространствах (для каждой компоненты) пропорциональны плотности, и коэффициенты пропорциональности, зависящие от масштабных факторов, для каждой компоненты образуют потенциальное векторное поле. В п. 7.1.2 уравнения Эйнштейна проинтегрированы в ряде случаев, когда коэффициенты пропорциональности не зависят от масштабных факторов, и все внутренние пространства риччи-плоские. Здесь рассматривается однокомпонентный случай $m = 1$, а также интегрируемые случаи с m-компонентной материей специального вида. В п. 7.1.3 записано уравнение Уилера-ДеВитта (УДВ), имеющее ковариантный и конформно-ковариантный вид. Это уравнение проинтегрировано в однокомпонентном случае и для m-компонентной материи из п. 7.1.2. Здесь также выделены решения типа квантовых "кротовых нор". В разделе 7.2 изучается космологическая модель с цепочкой из n риччи-плоских пространств и материей в виде 1-компонентной "идеальной жидкости" и безмассового скалярного поля с минимальной связью. В п. 7.2.1 рассматриваются классические решения. В пп. 7.2.1.1 рассматриваются решения с вещественным скалярным полем, в т.ч. особые классы решений "инфляционного" типа. Особые решения отвечают постоянному значению скалярного поля и могут быть, как экспоненциального, так и степенного типов. Они являются аттракторами для неособых решений при больших значениях синхронного времени, либо при малых (в зависимости от уравнения состояния материи). Показано также, что неособые решения имеют казнеровское поведение при малых, либо больших значениях синхронного времени (в зависимости от уравнений состояния). Здесь также рассмотрен ряд частных случаев уравнений состояния, отвечающих Λ-члену, пыли и др. В пп. 7.2.1.2 рассматриваются решения с чисто мнимым скалярным полем, среди которых содержатся решения типа "кротовых нор". Также рассмотрена "третично-квантованная" космологическая модель.

Глава 8 посвящена бильярдному представлению для многомерной космологии вблизи сингулярности. В разделе 8.1 изучается многомерная космологическая модель с материей в виде многокомпонентной идеальной жидкости, описывающая эволюцию n пространств Эйнштейна. В п. 8.1.1 определяется исходная модель. В п. 8.1.2 динамика модели вблизи особой точки при определенных ограничениях на параметры сводится к бильярду в пространстве Лобачевского. Сформулирован и доказан критерий конечности объема бильярда и его компактности в терминах задачи об освещении казнеровской сферы точечными источниками света. Источники освещают сферу тогда, и только тогда, когда бильярд имеет конечный объем. В этом случае космологическая модель обладает осциллирующим (и возможно стохастическим) поведением решений вблизи особой точки. В случае бесконечного объема бильярда космологическая модель имеет казнеровское поведение вблизи сингулярности. Показано, что введение безмассового скалярного поля "разрушает" возможное осциллирующее поведение вблизи сингулярности. В пункте 8.1.3 рассматривается пример модели Бьянки-IX и ее расширения на случай цепочки внутренних пространств Эйнштейна. Получена казнеровская параметризация асимптотических решений. В 8.1.4 рассматриваются некоторые обобщения, в том числе обобщение на квантовый случай, получено асимптотическое решение ("вблизи сингулярности") уравнения УДВ в специальной временной калибровке. В разделе 8.2 рассматривается бильярдное представление в космологической модели с p-бранами. Здесь описаны бильярды со стенками p-бранного происхождения (п. 8.2.2) и выделен ряд примеров бильярдов с конечным объемом. Среди них квадратные и треугольные двумерные бильярды (п. 8.2.3) и 4-мерный бильярд в "усеченной" $D = 11$ супергравитации без слагаемого Черна-Саймонса (п. 8.2.3). Показано, что слагаемое Черна-Саймонса "снимает" некоторые стенки и разрушает удерживающий бильярд.

В **Главе 9** изучаются многомерные вакуумные и скалярно-вакуумные космологические решения, т.е. решения с безмассовым скалярным полем с минимальной связью. В разделе 9.1 рассматривается обобщение решения Казнера на случай n риччи-плоских пространств и его скалярно-вакуумный аналог (п. 9.1.1), а также получено точное решение, описывающее "эволюцию" пространства Эйнштейна ненулевой кривизны и нескольких риччи-плоских пространств в скалярно-вакуумном случае (п. 9.1.2). В разделе 9.2 рассматривается семейство вакуумных решений с казнеровским асимптотическим поведением при $t_s \to 0$, где t_s – синхронное время, и изучается поведение квадрата тензора Римана при $t_s \to 0$. В п. 9.2.1 рассматривается простейшее обобщение решения Казнера на случай n одномерных пространств, и доказано, что квадрат тензора Римана положителен и расходится при $t = t_s \to 0$ для всех нетривиальных (не "милновско-подобных") конфигураций. В п. 9.2.2 этот результат обобщается на случай n риччи-плоских пространств. В п. 9.2.3 доказана теорема о расходимости квадрата тензора Римана для широкого класса космологических метрик с неособым казнеровским поведением масштабных факторов при $t_s \to 0$.

Глава 10 посвящена сферически-симметричным решениям в многомерной гравитации. Получено обобщение решения Тангерлини на случай цепочки из нескольких $(n-1)$ риччи-плоских пространств в вакуумном и скалярно-вакуумном случаях. Доказано, что чернодырное решение имеет место только, если масштабные факторы внутренних пространств и скалярное поле постоянны, а остальные конфигурации отвечают голым сингулярностям. В вакуумном случае для n-временного обобщения решения Тангерлини проинтегрированы уравнения геодезических. Получено обобщение закона (тяготения) Ньютона на многовременной случай.

В **Главе 11** рассматриваются заряженные дилатонные черные дыры с цепочкой из n "внутренних" риччи-плоских пространств. Получено ограничение (снизу) на массу черной дыры. Найдено выражение для температуры Хокинга и обнаружена ее независимость от размерности внутреннего риччи-плоского пространства при струнном значении дилатонной константы связи. Экстремальное решение обобщено на случай нескольких черных дыр, а также на случай ненулевой космологической постоянной.

В **Главе 12** – заключении – формулируются основные результаты, выносимые на защиту.

В **Приложениях** приведены некоторые вспомогательные формулы, используемые в диссертации (компоненты тензоров Риччи, Римана, решения дифференциальных уравнений, отвечающих системам типа цепочек Тоды, формулы для "произведений" форм), некоторые сведения о простых конечномерных алгебрах Ли (диаграммы Дынкина; матрицы, обратные матрицам Картана), уравнениях Киллинга, а также рассмотрены примеры суперсимметричных решений в $D = 11$ супергравитации, пояснено происхождение дробных суперсимметрий $N = 2^{-k}$ для пересекающихся p-бран и приведен пример решения полиномиального типа для алгебры A_3.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах

1. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional gravity with Einstein internal spaces, *Grav. Cosmol.* **2**, 3 (7), 211-220 (1996).

2. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Intersecting p-brane solutions in multidimensional gravity and M-theory, *Grav. Cosmol.* **2**, 4 (8), 297-305 (1996).

3. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Generalized intersecting p-brane solutions from the σ-model approach, *Phys. Lett.* **B 403**, 23-30 (1997).

4. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Sigma-model for the generalized composite p-branes, *Class. Quantum Grav.*, **14**, 3001-3029 (1997); *Corrigenda* **15** (12), 3941 (1998).

5. Ivashchuk V.D., Rainer M., Melnikov V.N., Multidimensional sigma-models with composite electric p-branes, *Grav. Cosmol.* **4**, 1 (13), 73-82 (1998).

6. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Madjumdar-Papapetrou type solutions in sigma-model and intersecting p-branes, *Class. Quantum Grav.* **16**, 849-869 (1999).

7. Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Sigma-model solutions and intersecting p-branes related to Lie algebras, *Phys. Lett.* **B 442**, 125-135 (1998).

8. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Exact solutions in sigma-model with p-branes, *J. Korean Phys. Soc.* **35**, S638-S648 (1999).

9. Ivashchuk V.D., Kim S.-W., Melnikov V.N., Hyperbolic Kac-Moody algebra from intersecting p-branes, *J. Math. Phys.* **40**, 4072-4083 (1999); *Erratum ibid.* **42**, 11 (2001).

10. Ivashchuk V.D., Kim S.-W., Solutions with intersecting p-branes related to Toda chains, *J. Math. Phys.* **41**, 444-460 (2000).

11. Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Integrable multidimensional quantum cosmology for intersecting p-branes, *Grav. Cosmol.* **3**, 3(11), 243-249 (1997).

12. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional classical and quantum cosmology with intersecting p-branes, *J. Math. Phys.* **39**, 2866-2889 (1998).

13. Bronnikov K.A., Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Integrable multidimensional cosmology for intersecting p-branes, *Grav. Cosmol.* **3**, 2 (10), 105-112 (1997).

14. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional quantum cosmology with intersecting p-branes, *Hadronic J.* **21**, 319-335 (1998).

15. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Cosmological and spherically symmetric solutions with intersecting p-branes. *J. Math. Phys.* **40** (12), 6558-6576 (1999).

16. Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Triay R., On some cosmological models with fields of forms, *Grav. Cosmol.* **5**, 3(19), 229-236 (1999).

17. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional cosmological and spherically symmetric solutions with intersecting p-branes. In Lecture Notes in Physics, Vol. 537, "Mathematical and Quantum Aspects of Relativity and Cosmology Proceedings of the Second Samos Meeting on Cosmology, Geometry and Relativity held at Pythagoreon, Samos, Greece, 1998, eds: S. Cotsakis, G.W. Gibbons., Berlin, Springer, 2000.

18. Ivashchuk V.D., Kenmoku M., Melnikov V.N., On quantum analogues of p-brane black hole, *Grav. Cosmol.* **6**, 3 (23), 225-232 (2000).

19. Ivashchuk V.D., Composite p-branes on product of Einstein spaces, *Phys. Lett.* **B** **434**, 28-35, (1998).

20. Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional cosmology for intersecting p-branes with static internal spaces, *Grav. Cosmol.* **4**, 2 (14), 145-150 (1998).

21. Cotsakis S., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., P-brane black holes and post-Newtonian approximation, *Grav. Cosmol.* **5**, 1 (17), 52-57 (1999).

22. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., P-brane black holes for general intersections, *Grav. Cosmol.* **5**, 4 (20) 313-318 (1999).

23. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Black hole p-brane solutions for general intersection rules, *Grav. Cosmol.* **6**, 1 (21), 27-40 (2000).

24. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Toda p-brane black holes and polynomials related to Lie algebras. *Class. Quantum Grav.*, **17**, 2073-2092 (2000).

25. Ivashchuk V.D., Manko V.S., Melnikov V.N., Post-Newtonian parameters for general black hole and spherically symmetric p-brane solutions, *Grav. Cosmol.* **6**, 3 (23), 219-224 (2000).

26. Ivashchuk V.D., On the structure of target space for a σ-model of p-brane origin, In : Proceedings of the International seminar "Curent topics in mathematical cosmology", (Potsdam, Germany , 30 March - 4 April 1998), Eds. M. Rainer M. and Schmidt H.-J., p. 267-274.

27. Ivashchuk V.D., On symmetries of target space for σ-model of p-brane origin, *Grav. Cosmol.* **4**, 3(15), 217-220 (1998).

28. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Perfect-fluid type solution in multidimensional cosmology, *Phys. Lett.* **A 135**, 9, 465-467 (1989).

29. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Zhuk A.I., On Wheeler-DeWitt equation in multidimensional cosmology, *Nuovo Cimento* **B 104**, 5, 575-581 (1989).

30. Иващук В.Д., Мельников В.Н., Точные решения в многомерной космологии с космологической постоянной, *ТМФ* **98**, 312-319 (1994).

31. Bleyer U., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Zhuk A.I., Multidimensional classical and quantum wormholes in models with cosmological constant, *Nucl. Phys.* **B 429**, 177-204 (1994).

32. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional cosmology with m-component perfect fluid, *Int. J. Mod. Phys.* **D 3**, 4, 795-811 (1994).

33. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multidimensional classical and quantum cosmology with perfect fluid, *Grav. Cosmol.*, **1**, 2, 133-148 (1995).

34. Иващук В.Д., Кириллов А.А., Мельников В.Н., О стохастическом поведении многомерных космологических моделей вблизи сингулярности, *Изв. Вузов. Физика* **11**, 107-111 (1994).

35. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Billiard representation for multidimensional cosmology with multicomponent perfect fluid near the singularity, *Class. Quantum Grav.* **12**, 809-826 (1995).

36. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Billiard representation for pseudo-Euclidean Toda-like systems of cosmological origin, *Regular and Chaotic Dynamics* **1**, 2, 23-35 (1996).

37. Ivashchuk V.D., Melnikov V.D., Billiard representation for multi-dimensional cosmology with intersecting p-branes near the singularity, *J. Math. Phys.* **41**, 8, 6341-6363 (2000).

38. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Billiard representation for multidimensional cosmology with p-branes near the singularity. In Advanced Series in Astrophysica and Cosmology-Vol. 10. "The Chaotic Universe", Proc. of the Second ICRA Network Workshop, Eds. Gurzadyan V.G. and Ruffini R., 1999, World Scientific, Singapore, p. 509-524.

39. Ivashchuk V.D., Multidimensional cosmology and Toda-like systems, *Phys. Lett.*, **A** **170**, 16-22 (1992).

40. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., On singular solutions in multidimensional gravity, *Grav. Cosmol.* **1**, 3, 204-210 (1995).

41. Fadeev S.B., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Variations of constants and exact solutions in multidimensonal gravity, In: Gravitation and Modern Cosmology, Plenum, N.-Y., 1991, p. 37-49.

42. Fadeev S.B., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., On black holes in multidimensional theory with Ricci-flat internal spaces, *Phys. Lett.* **A** **161**, 2, 98-100 (1991).

43. Иващук В.Д., Мельников В.Н., Фадеев С.Б., Черные дыры в многомерной теории с риччи-плоскими внутренними пространствами, *Изв. Вузов. Физика*, **9**, 62-65 (1991).

44. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multi-temporal generalization of the Tangherlini solution, *Class. Quantum Grav.* **11**, 1793-1805 (1994).

45. Иващук В.Д., Мельников В.Н., Многовременное обобщение решения Шварцшильда, *Изв. Вузов. Физика* **6**, 111-112 (1994).

46. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Multitemporal generalization of the Schwarzschild solution, *Int. J. Mod. Phys.* , **D** **4**, 2 (1995) 167-173.

47. Fadeev S.B., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., On charged black hole in multidimensional theory with Ricci-flat internal spaces, *Chinese Phys. Lett.* **8**, 9, 439-441 (1991).

48. Иващук В.Д., Мельников В.Н., Фадеев С.Б. Сферически-симметричное решение уравнений Эйнштейна-Максвелла с риччи-плоскими внутренними пространствами, *Изв. Вузов. Физика* **10**, 113-114 (1994).

49. Bleyer U., Ivashchuk V.D., Mass bounds for multidimensional charged dilatonic black holes, *Phys. Lett.* **B 332**, 292-296 (1994).

50. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Extremal dilatonic black holes in string-like model with cosmological term, *Phys. Lett.* **B 384**, 58-62 (1996).

51. Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Exact solutions in multidimensional gravity with antisymmetric forms, topical review, *Class. Quantum Grav.* **18**, R87-R152 (2001).

52. Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Kim S.-W., Black-brane solutions for C_2 algebra, *J. Math. Phys.* **43**, 6016-6023 (2002).

53. Grebeniuk M.A., Ivashchuk V.D., Melnikov V.N., Black-brane solution for A_3 algebra, *Phys. Lett.* **B 543**, 98-106 (2002).

54. Ivashchuk V.D., Composite fluxbranes with general intersections, *Class. Quantum Grav.* **19**, 3033-3048 (2002).

55. Ivashchuk V.D., Composite S-brane solutions related to Toda-type systems, *Class. Quantum Grav.* **20**, 261-276 (2003).

Получено 25 марта 2003 г.

Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 31.03.2003.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 1,12. Тираж 100 экз. Заказ № 53833.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/