

R11-2003-111

И. В. Амирханов, Е. В. Земляная, И. В. Пузынин,
Т. П. Пузынина, Н. Р. Саркар, И. Сархадов*

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ
НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ ВОЛН
В ОБРАЗЦЕ МЕТАЛЛА, ОБЛУЧАЕМОГО
ИМПУЛЬСНЫМИ ПУЧКАМИ ИОНОВ**

Направлено на IV Национальную конференцию
по применению рентгеновского, синхротронного излучений,
нейтронов и электронов для исследования материалов (РСНЭ-2003),
Москва, 17–22 ноября 2003 г.

*Таджикский государственный национальный университет, Душанбе

1. Введение

На современном этапе развития науки и техники изучаются возможности использования концентрированных потоков энергии (пучки ионов и электронов, лазерное излучение) для создания материалов, обладающих заданными физико-химическими свойствами. Воздействие мощных пучков заряженных частиц приводит к сверхбыстрому нагреванию поверхностных слоев мишени, плавлению и испарению материала с поверхности. Процесс термического расширения материала может привести к возникновению ударных волн напряжения. Тепловые процессы в поверхностных слоях облучаемых материалов, а также возникающие при этом волны напряжения приводят к серьезным структурным и фазовым изменениям и, как следствие, к изменению свойств облучаемого образца.

Таким образом, перспектива технологического применения импульсных потоков ионов для модификации и формирования новых физико-химических свойств материалов делает актуальным теоретическое и численное моделирование взаимодействия таких пучков со средой. Подобные исследования активно проводятся на протяжении уже более тридцати лет [1]-[8].

В наших работах [9]-[13] было проведено численное моделирование распространения термоупругих волн в образце металла под действием мощного потока заряженных частиц. В работах [14, 15] моделировалось влияние характеристик источника ионов на фазовые переходы в облучаемом образце (плавление и затвердевание).

В настоящей работе мы рассматриваем влияние вязкости среды на образование и эволюцию термоупругих волн в образце под действием импульсного ионного пучка.

Тела, для которых напряжения определяются деформациями и скоростями деформации (или более высокими производными по времени от деформации), характеризуют процесс деформации как идеально-упругого, так и идеально-вязкого тела, поэтому они получили название вязкоупругих тел. Когда между компонентами напряжения, деформации и скоростей деформации существует линейная зависимость, тело проявляет линейное вязкоупругое поведение [16, 17]. Диссипация энергии источника происходит по двум каналам. Первый канал связан с диффузией тепла из-за неоднородности температуры среды, а второй – с внутренним движением среды – вязкостью [18].

Мы рассматриваем сложную среду, которая носит название вязкоупругой среды Фойхта. Она состоит из параллельного соединения двух элементов: (1) упругий элемент, подчиняющийся закону Гука,

т.е. $\sigma = E\varepsilon$, где σ – одноосное напряжение, ε – относительное удлинение, E – модуль Юнга; и (2) вязкий элемент, следующий закону вязкости Ньютона, т.е. $\sigma = \mu\dot{\varepsilon}$, где μ – коэффициент вязкости. Таким образом, полное напряжение в среде будет складываться из напряжения, соответствующего упругой деформации, напряжения, вызываемого вязким сопротивлением, и напряжения, вызываемого тепловым расширением тела, т.е.

$$\sigma = E\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon} - \alpha_T E(T - T_0),$$

где α_T – коэффициент объемного расширения, T – температура образца, T_0 – начальная температура образца.

2. Постановка задачи

Моделирование влияния вязкости на динамику термоупругой волны под действием интенсивных импульсных потоков ионов будем проводить на основе системы уравнений

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = v_s^2 \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} - \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \tilde{\mu} \frac{\partial^3 \sigma}{\partial t \partial x^2}, \quad (1)$$

$$(1 + g_0 T) \frac{\partial T}{\partial t} = k_0^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta T \frac{\partial \sigma}{\partial t} + q(x, t) \quad (2)$$

при $0 < x < 1$, $t > 0$ со следующими начальными и граничными условиями:

$$T(x, 0) = const; \quad \sigma(x, 0) = \frac{\partial \sigma(x, 0)}{\partial t} = 0; \quad 0 \leq x \leq 1; \quad (3)$$

$$\sigma(0, t) = \sigma(1, t) = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=1} = 0; \quad t \geq 0, \quad (4)$$

которые означают, что до включения источника в образце отсутствует упруговязкая волна и образец термоизолирован. Система уравнений (1),(2) с начальными и граничными условиями (3),(4) написана в безразмерных величинах и отличается от системы, ранее изученной в работе [12], только наличием в первом уравнении дополнительного члена, учитывающего вязкость среды. Здесь $\sigma = \sigma(x, t)/\sigma_0$ ($\sigma_0 = 2,2 \cdot 10^6$ Па) – напряжение, $T = T(x, t)/T_0$ ($T_0 = 293$ K) – температура, $x = x/l_0$ – расстояние от поверхности образца, l_0 – толщина образца, время $t = t/\tau$ (τ – время действия источника; при $t = 1$ источник выключается), $x_1 = R_0/l_0$ (R_0 – длина свободного пробега ионов) – глубина проникновения ионов в образце.

Безразмерные постоянные v_s^2 , α , k_0 , β , g_0 , $\tilde{\mu}$ определяются физическими свойствами образца по формулам

$$v_s^2 = \frac{E\tau^2}{\rho_0 l_0^2}, \quad \alpha = \frac{E\alpha_T T_0}{\sigma_0}, \quad k_0 = \frac{\lambda_0 \tau}{c_0 \rho_0 l_0^2}, \quad \beta = \frac{\alpha_T \sigma_0}{c_0 \rho_0}, \quad g_0 = \frac{E\alpha_T^2 T_0}{c_0 \rho_0}, \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu\tau}{\rho_0 l_0^2}, \quad (5)$$

где ρ_0 – плотность, c_0 – теплоемкость, λ_0 – теплопроводность, μ – коэффициент вязкости металла.

Функция $q(x, t)$, описывающая влияние пучка заряженных частиц на образец (функция источника), будет определяться следующим выражением [12]:

$$q(x, t) = q_0 \tilde{q}(x, t),$$

где

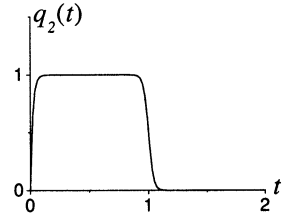
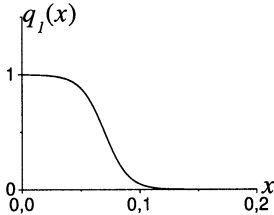
$$q_0 = \frac{E_0 j_{\max} \tau}{2ZeR_0 c_0 \rho_0 T_0} \quad (6)$$

– безразмерная постоянная, которая выражает мощность теплового источника; E_0 , j_{\max} , Ze – энергия, плотность тока и заряд ионов соответственно.

Функция $\tilde{q}(x, t)$ описывает форму и способ воздействия источника и задается из физических соображений, с учетом характеристик пучка и свойств мишени. Как и в работе [13], мы будем пользоваться следующим источником $\tilde{q}(x, t)$:

$$\tilde{q}(x, t) = q_1(x)q_2(t), \quad (7)$$

где $q_1(x)$ – потери энергии ионом как функция от координаты x , $q_2(t)$ – временная зависимость плотности тока ионов:



$$q_1(x) = \frac{1}{1 + e^{\mu_1(x-x_1)}}, \quad 0 \leq x \leq 1; \quad (8)$$

$$q_2(t) = \frac{1 - e^{-\mu_2 t}}{1 + e^{\mu_3(t-1)}}, \quad 0 < t < \infty. \quad (9)$$

Параметры μ_2 , μ_3 определяют способ включения и выключения источника. В дальнейшем, оставляя $q_1(x)$ без изменений ($\mu_1 = 100$), мы будем задавать по-разному функцию $q_2(t)$ (варьируем μ_2 , μ_3).

В настоящей работе, как и в работах [10]-[13], мы будем моделировать условия эксперимента [4] по облучению образца железа мощным импульсным пучком ионов углерода. Поэтому мы полагаем $l_0 = 10^{-5}$ м, $R_0 = 7 \cdot 10^{-7}$ м, $\tau = 3 \cdot 10^{-7}$ с (время действия источника).

Остальные параметры задачи также выбираем для мишени из железа, а именно: $\rho_0 = 7870 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 456 \text{ Дж/кгК}$, $\lambda_0 = 78,2 \text{ Вт/мК}$, $\mu = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ и для ионного пучка углерода, для которого

$$E_0 = 250 - 350 \text{ кэВ}; j_{\max} = 200 - 1000 \text{ А/см}^2; Z = 1; e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Тогда постоянные α , β , g_0 , q_0 , v_s , k_0 , $\bar{\mu}$ принимают следующие приближенные значения:

$$\alpha \simeq 319,64; \beta \simeq 7,36 \cdot 10^{-6}; g_0 \simeq 2,35 \cdot 10^{-3}; q_0 \simeq 59,44;$$

$$v_s \simeq 151,23; k_0 \simeq 6,54 \cdot 10^{-2}; \bar{\mu} \simeq 1,68 \cdot 10^{-3}.$$

Глубина проникновения ионов в образец x_1 составляет 0,07 ($x_1 = R_0/l_0$).

Отметим, что значения коэффициента μ известны не для всех материалов. В частности, для железа таких данных нет. Указанное выше значение $\mu = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$, которое в основном использовалось в расчетах, было выбрано по аналогии с известными данными для других металлов [19].

При изучении влияния вязкости на эволюцию термоупругих волн и распределение температуры мы рассматривали μ как параметр и варьировали его значение.

3. Метод численного решения

Для численного решения системы (1),(2) можно использовать вычислительную схему, описанную в работе [13].

Рассмотрим другой, более экономичный способ решения этой задачи. Как показано в работах [12], систему уравнений (1)-(4) удобно исследовать путем перехода к новой величине $S(x, t)$, определяемой формулой

$$S(x, t) = \int_0^t \sigma(x, \xi) d\xi.$$

Исходная система в таком случае принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = v_{1s}^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} - \alpha \left(k_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^3 S}{\partial t \partial x^2}, \quad (10)$$

$$(1 + g_0 T) \frac{\partial T}{\partial t} = k_0^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta T \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + q \quad (11)$$

при $0 < x < 1$, $t > 0$ с начальными и граничными условиями:

$$T(x, 0) = const; S(x, 0) = \frac{\partial S(x, 0)}{\partial t} = 0; 0 \leq x \leq 1; \quad (12)$$

$$S(0, t) = S(1, t) = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=1} = 0; \quad t \geq 0, \quad (13)$$

где $v_{1s}^2 = v_s^2(1 + g_0T)$; $\bar{\mu} = \tilde{\mu}(1 + g_0T)$.

После решения задачи (10),(11) с начальными и граничными условиями (12),(13) на каждом временном слое можно определить напряжение $\sigma(x, t)$ по формуле

$$\sigma = \frac{\partial S}{\partial t}.$$

Введем равномерную прямоугольную сетку $\{x_i = ih_x (i = 0, 1, \dots, m), t_j = jh_t (j = 0, 1, \dots, n)\}$; h_x и h_t — соответственно шаги по переменным x и t . Для решения системы уравнений (10)-(13) будем использовать следующую трехслойную неявную конечно-разностную схему точности $O(h_t^2 + h_x^2)$ [20]:

$$\begin{aligned} \frac{S_i^{j+1} - 2S_i^j + S_i^{j-1}}{h_t^2} &= v_{i1s}^2 \Lambda (\xi S^{j+1} + (1 - 2\xi)S^j + \xi S^{j-1}) - \alpha(k_0 \Lambda T^j + q_i^j) + \\ &+ \frac{\bar{\mu}_i^j}{2h_t} \Lambda (S^{j+1} - S^{j-1}); \quad i = 1, 2, \dots, m-1; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} (1 + g_0 T_i^j) \frac{T_i^{j+1} - T_i^{j-1}}{2h_t} &= k_0 \Lambda (\eta T^{j+1} + (1 - 2\eta)T^j + \eta T^{j-1}) - \\ - \beta T_i^j \frac{S_i^{j+1} - 2S_i^j + S_i^{j-1}}{h_x^2} + q_i^j; \quad i = 1, 2, \dots, m-1; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1; \end{aligned} \quad (15)$$

$$S_i^{-1} = S_i^0 = 0; \quad T_i^{-1} = T_i^0 = 1; \quad i = 1, 2, \dots, m-1; \quad (16)$$

$$S_0^j = S_m^j = 0; \quad T_1^j = T_{-1}^j; \quad T_{m-1}^j = T_{m+1}^j; \quad j = 1, 2, \dots, n-1, \quad (17)$$

где $\Lambda F = (F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1})/h_x^2$, $\bar{\mu}_i^j = \tilde{\mu}(1 + g_0 T_i^j)$, $F_i^j = F(x_i, t_j)$, ξ и η — весовые коэффициенты.

Из системы уравнений (14),(15) с учетом начальных и граничных условий (16),(17) можно получить:

$$S_0^{j+1} = S_m^{j+1} = 0; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1;$$

$$-\frac{A_i}{2}(S_{i+1}^{j+1} + S_{i-1}^{j+1}) + (1 + A_i)S_i^{j+1} = Q_{1i}; \quad i = 1, 2, \dots, m-1; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1; \quad (18)$$

$$T_0^{j+1} = \frac{BT_1^{j+1} + Q_{20}}{1 + g_0 T_0^j + B}; \quad T_m^{j+1} = \frac{BT_{m-1}^{j+1} + Q_{2m}}{1 + g_0 T_m^j + B}; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$-\frac{B}{2}(T_{i+1}^{j+1} + T_{i-1}^{j+1}) + (1 + g_0 T_i^j + B)T_i^{j+1} = Q_{2i}; \quad i = 1, 2, \dots, m-1; \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1, \quad (19)$$

где

$$Q_{1i} = 2S_i^j - S_i^{j-1} + \gamma_i^2(1 - 2\xi)\Lambda_1 S^j + (\xi\gamma_i^2 - \frac{\bar{\mu}h_t}{2h_x^2})\Lambda_1 S^{j-1} - \alpha h_t^2(k_0\Lambda T^j + q_i^j),$$

$$Q_{2i} = (1 + g_0 T_i^j) T_i^{j-1} + \frac{B}{2} [(1 - 2\eta)\Lambda_1 T^j + \eta\Lambda_1 T^{j-1}] - 2\beta T_i^j (S_i^{j+1} - 2S_i^j + S_i^{j-1}) / h_t + 2q_i^j h_t,$$

$$Q_{20} = (1 + g_0 T_0^j) T_0^{j-1} + B[(1 - 2\eta)(T_1^j - T_0^j) + \eta(T_1^{j-1} - T_0^{j-1})] + 2q_0^j h_t,$$

$$Q_{2m} = (1 + g_0 T_m^j) T_m^{j-1} + B[(1 - 2\eta)(T_{m-1}^j - T_m^j) + \eta(T_{m-1}^{j-1} - T_m^{j-1})] + 2q_m^j h_t,$$

$$\Lambda_1 F = F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1}, \quad \Lambda F = \frac{F_{i+1} - 2F_i + F_{i-1}}{h_x^2},$$

$$A_i = 2\xi\gamma_i^2 + \frac{\bar{\mu}h_t}{h_x^2}, \quad B = \frac{4k_0 h_t}{h_x^2}, \quad \gamma_i^2 = \frac{v_{i1s}^2 h_t^2}{h_x^2}.$$

Полученная схема (18),(19) позволяет по известным значениям температуры на временном слое j , (T_i^j , $i = 0, 1, \dots, m$) и значениям величины S на двух предыдущих временных слоях (S_i^j , S_i^{j-1} , $i = 0, 1, \dots, m$) определить значения S на следующем временном слое $j+1$ методом прогонки (уравнение (18)), а затем по известным значениям S_i^{j+1} , S_i^j , S_i^{j-1} , T_i^j , T_i^{j-1} ($i = 0, 1, \dots, m$) определить значения температуры T^{j+1} на слое $j+1$ путем повторного применения метода прогонки (уравнение (19)). Значения σ_i^j на каждом j -м слое определяются по формуле

$$\sigma_i^j = \frac{S_i^{j+1} - S_i^{j-1}}{2h_t}.$$

При решении волнового уравнения оптимальный параметр ξ^* подбирается по формуле [20]

$$\xi^* = (1 - 1/\gamma^2)/12. \quad (20)$$

При этом шаг по времени h_t должен удовлетворять условию Куранта [20, 21]

$$\gamma = \frac{v_s h_t}{h_x} \leq 1,$$

т.е. схема является условно устойчивой.

4. Проверка точности вычислительной схемы

Система уравнений (1),(2) с начальными и граничными условиями (3),(4) решалась двумя способами: а) на основе разностной схемы, предложенной в работе [13] и б) с использованием изложенного в предыдущем разделе подхода. Тестовые расчеты показали, что оба метода дают близкие результаты. Так, в момент времени $t = 0,12$

максимальные разности температуры и напряжения в этих двух методах следующие:

$$\max |\sigma_b(x, t) - \sigma_a(x, t)| \simeq 5,16 \cdot 10^{-4} \text{ при } x = 0, 155;$$

$$\max |T_b(x, t) - T_a(x, t)| \simeq 3,13 \cdot 10^{-6} \text{ при } x = 0.$$

Для проверки точности схемы (14),(15) проводился численный эксперимент на последовательности сгущающихся сеток. В таблице 1 приведены максимальные разности отклонений температуры T при фиксированном шаге $h_t = 10^{-6}$ и вдвое сгущающихся шагах $h_x, h_x/2, h_x/4$ ($h_x = 10^{-3}$) в соответствующих точках x_T в момент времени $t = 0, 21$. Аналогичные результаты приведены в таблице 2 при фиксированном шаге $h_x = 10^{-3}$ и вдвое сгущающихся шагах $h_t, h_t/2, h_t/4$ ($h_t = 4 \cdot 10^{-6}$) в точке $x = 0, 1$.

Таблица 1. $\Delta F_h = \max |F_h(x, t) - F_{h/2}(x, t)|$

h	x_{σ_h}	$\Delta \sigma_h$	x_{T_h}	ΔT_h	x_{S_h}	ΔS_h
h_x	0,248	$1,3860 \cdot 10^{-4}$	0,044	$3,0428 \cdot 10^{-5}$	0,210	$2,9958 \cdot 10^{-8}$
$h_x/2$	0,248	$3,5264 \cdot 10^{-5}$	0,044	$7,6069 \cdot 10^{-6}$	0,210	$7,6588 \cdot 10^{-9}$

Таблица 2. $\Delta F_h = \max |F_h(x, t) - F_{h/2}(x, t)|$

h	t_{σ_h}	$\Delta \sigma_h$	t_{T_h}	ΔT_h	t_{S_h}	ΔS_h
h_t	0,0404	$8,1127 \cdot 10^{-5}$	0,0668	$1,6503 \cdot 10^{-7}$	0,0124	$1,8687 \cdot 10^{-8}$
$h_t/2$	0,0404	$2,0553 \cdot 10^{-5}$	0,0668	$4,1263 \cdot 10^{-8}$	0,0124	$4,6721 \cdot 10^{-9}$

Для подтверждения указанной выше точности аппроксимации на сгущающихся сетках проверялось выполнение правила Рунге для температуры $T(x, t)$ и величины $S(x, t)$ по формуле

$$K_h^F = \frac{F_h - F_{h/2}}{F_{h/2} - F_{h/4}},$$

где h – начальный шаг вычисления величины F для одной переменной при постоянном шаге по другой переменной.

На рис.1 приведены графики изменения этих коэффициентов от соответствующей переменной при постоянном шаге $h_t = 10^{-6}$ и начальном шаге $h_x = 10^{-3}$ для температуры $T(x, t)$ и величины $S(x, t)$ (рис. 1(а,с)) в момент времени $t = 0, 21$ и при постоянном шаге $h_x = 10^{-3}$, начальном шаге $h_t = 4 \cdot 10^{-6}$ (рис. 1(б,д)) в точке $x = 0, 1$.

Как видно из рис. 1, $K_{h_x}^T, K_{h_t}^T, K_{h_x}^S, K_{h_t}^S \sim 4$, что соответствует теоретическому порядку аппроксимации $O(h_x^2 + h_t^2)$. Только в области расположения волны в нескольких точках наблюдаются некоторые отклонения. Небольшие отклонения $K_{h_t}^S$ в точке $x = 0,1$ наблюдаются только в те моменты времени, когда волна проходит через эту точку.

Представленный в разд.3 алгоритм оказался более эффективным по сравнению с [13] с точки зрения экономии компьютерного времени: он работает почти в два раза быстрее при одинаковом выборе дискретной сетки по x и t . Кроме того, предложенная схема позволяет воспользоваться формулой (20) из [20] для вычисления оптимального веса ξ^* , обеспечивая тем самым устойчивый счет с более крупными (сравнительно с [13]) шагами h_x и h_t .

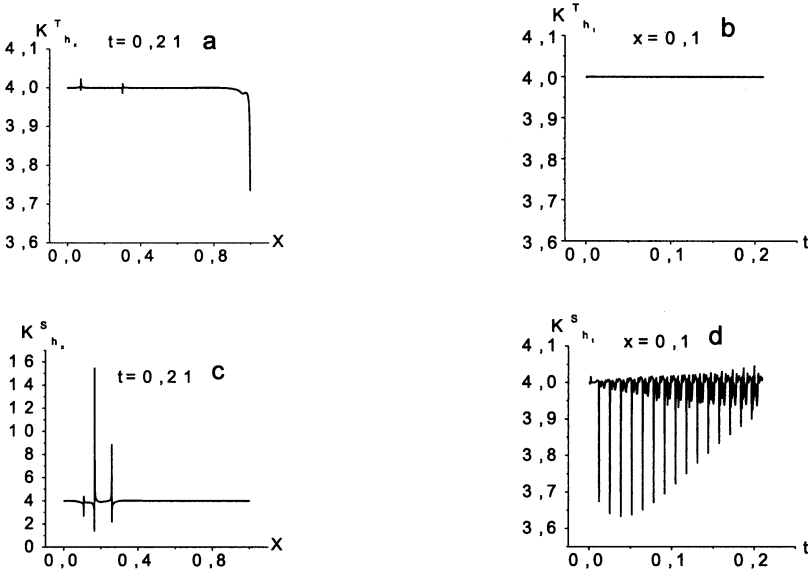


Рис. 1

Все результаты, представленные в следующем разделе, получены при $h_x = 10^{-3}$, $h_t = 4 \cdot 10^{-6}$; в большинстве случаев $\mu_2 = \mu_3 = 4000$.

5. Численный эксперимент и обсуждение его результатов

Исследуем влияние вязкости на распространение термоупругой волны. Для этого при разных значениях μ (коэффициент вязкости) будем следить за формой и амплитудой волны в момент времени $t^* = 0,906356$, когда волна находится в середине образца, и его амплитуда положительна.

На рис. 2а показаны профили волны в момент времени t^* при разных значениях коэффициента вязкости μ (1 - $\mu = 0$ Па \cdot с; 2 - $\mu = 1,1 \cdot 10^{-3}$ Па \cdot с; 3 - $\mu = 2,2 \cdot 10^{-3}$ Па \cdot с; 4 - $\mu = 3,3 \cdot 10^{-3}$ Па \cdot с; 5 -

$\mu = 4,4 \cdot 10^{-3}$ Па · с). Здесь мы предполагали, что вязкость не зависит от температуры, т.е. $\mu = const.$

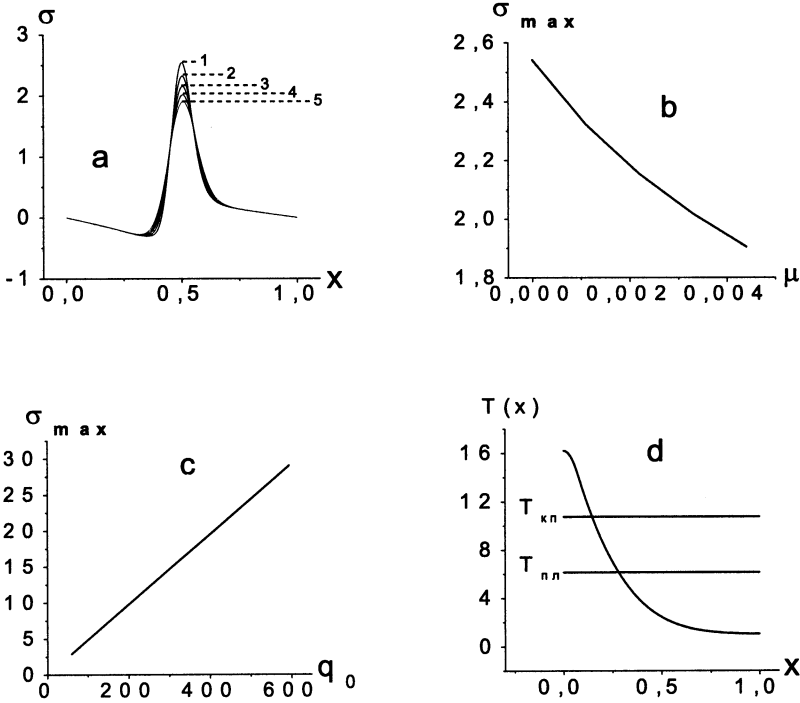


Рис. 2

Максимум амплитуды волны при $t = t^*$ и $x = 0,5$ с увеличением коэффициента вязкости уменьшается (рис. 2b). При увеличении интенсивности источника q_0 максимум амплитуды волны растет (рис. 2c). Рис.2d показывает, что максимальное значение температуры превышает значения температур плавления $T_{пл}$ и кипения $T_{кп}$ образца металла.

Рассмотрим, как влияет учет зависимости вязкости от температуры на распространение волны. На рис. 3а приведены профили волны при постоянном значении коэффициента вязкости (кривая 2 - $\mu = 4,4 \cdot 10^{-3}$ Па · с) и переменном значении μ с учетом зависимости $\mu(T)$ в момент времени $t = 0,21$. Поскольку данных для железа в литературе нет, мы в методических целях в качестве функции $\mu(T)$ брали кривую (рис. 3b), построенную по аналогии

с функциями $\mu(T)$, известными для других металлов [19]. Из рис. 3а видно, что волна с переменным коэффициентом $\mu(T)$ опережает волну при $\mu = const$, т.е. учет зависимости вязкости от температуры ($\mu = \mu(T)$) приводит к изменению средней скорости волны. При этом существенного изменения формы волны не происходит.

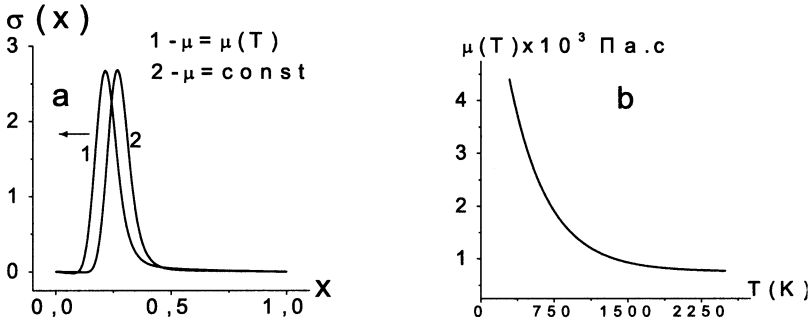


Рис. 3

Наличие вязкости приводит к затуханию волны. Рассмотрим, как влияет затухание волны на профиль температуры. Для этого в момент времени $t = t^*$ найдем разность профилей температуры при нулевом и отличном от нуля значениях коэффициента вязкости:

$$\Delta T_\mu = T_{\mu \neq 0} - T_{\mu = 0}.$$

На рис. 4а представлен график волны при $\mu = 0$. На рис. 4б приведен профиль разности температур $\Delta T_\mu(x)$ при $\mu = 4,4 \cdot 10^{-3}$ Па.с. Из рисунка видно, что данный профиль напоминает профиль $\sigma_{xx}(x) = \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2}$ (рис. 4с) и расположен в области расположения волны (рис. 4а), т.е. волна, двигаясь с затуханием в среде, возмущает температуру среды в области своей локализации. Аналогичная зависимость приведена на рис. 4д для того же момента времени t^* при нулевом и отличном от нуля значении постоянной β в уравнении теплопроводности

$$\Delta T_\beta = T_{\beta = 0} - T_{\beta \neq 0}.$$

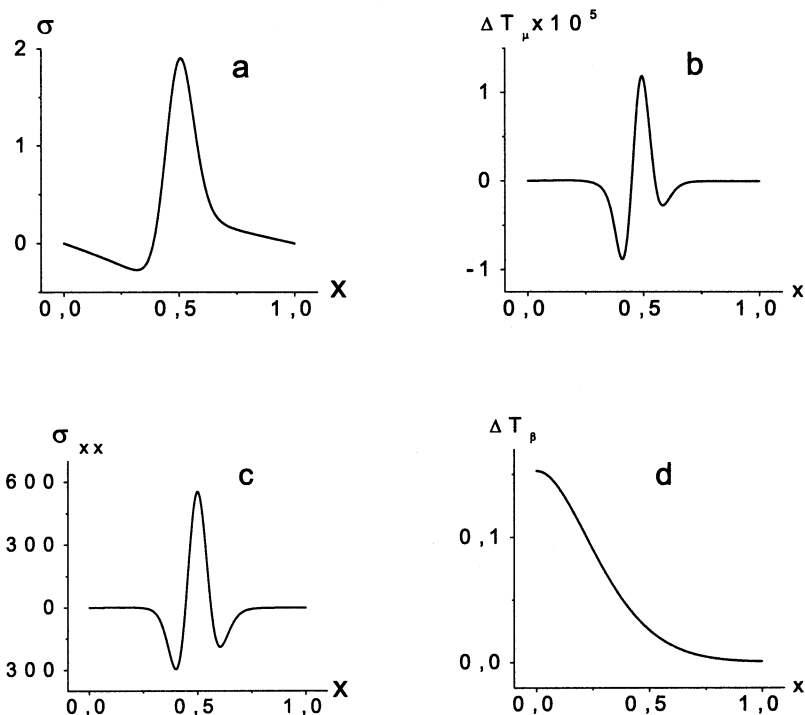


Рис. 4

Рассмотрим влияние волны на температуру при малых временах, когда тепло от источника еще не успело дойти до точки $x = 0,5$. На рис. 5 приведены профиль волны σ (рис. 5a) и профиль разности температур ΔT_{β} (рис. 5b) (то же самое в более крупном масштабе – на рис. 5(c,d)) при $t = 0,01$, когда волна с положительной амплитудой находится в середине образца. В области расположения источника ΔT_{β} намного больше по сравнению с ее значением в области локализации волны. Такое поведение ΔT_{β} объясняется тем, что в системе уравнений (1),(2) присутствует член $-\beta T \frac{\partial \sigma}{\partial t}$. Малость ΔT_{β} связана с малостью β ($\beta \sim 10^{-5}$). Температура в области источника растет быстрее, чем вдали от нее, поэтому ΔT_{β} больше в этой области. Форма возмущения температуры в области локализации волны совпадает с формой самой волны (ср. рис. 5a и 5d).

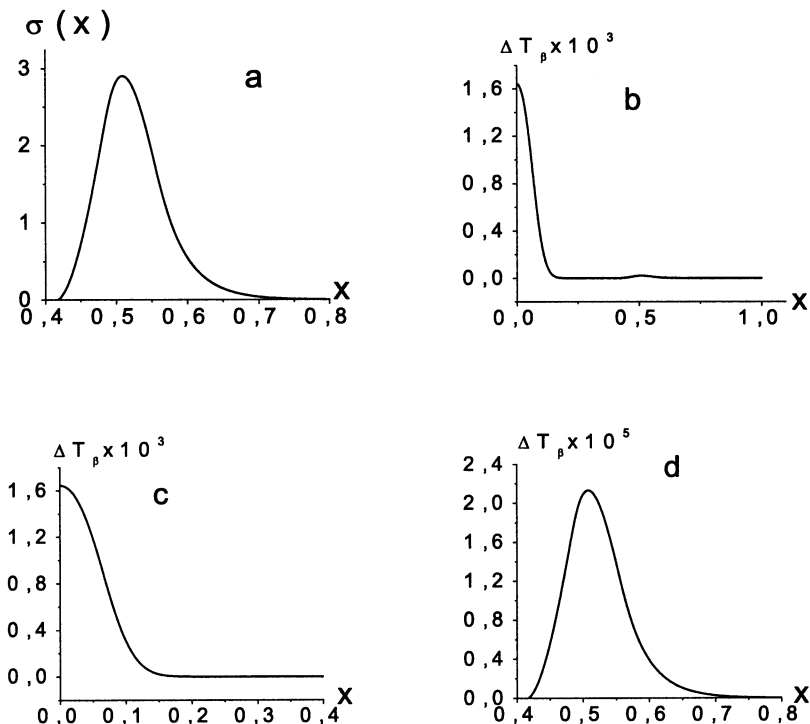


Рис. 5

Таким образом, при небольших значениях времени влияние волны на профиль температуры отчетливо видно. При больших значениях $t \sim 1$ из-за диффузии тепла из области источника в область расположения волны возмущение температуры обнаружить не удастся.

В работах [12] исследовалось влияние места расположения источника на форму волны. В настоящей работе рассмотрим, как влияет скорость включения источника на форму термоупругой волны. Для этого выберем различные значения параметра μ_2 ($\mu_2 = \mu_3$) и будем следить за формой и локализацией волны в момент времени $t = 0,012$, когда волна уже сформирована.

На рис. 6а показаны профили волны при разных значениях μ_2 (1 - $\mu_2 = 500$; 2 - $\mu_2 = 1000$; 3 - $\mu_2 = 2000$; 4 - $\mu_2 = 4000$; 5 - $\mu_2 = 6000$; 6 - $\mu_2 = 8000$; 7 - $\mu_2 = 15000$). Как видно, при меньших значениях μ_2 (медленное включение источника) сформированная

термоупругая волна оказывается расплывчатой, несимметричной, а ее амплитуда мала. По мере увеличения μ_2 волна сужается, ее амплитуда увеличивается, а потом происходит насыщение увеличения амплитуды и сужения ширины волны. На рис. 6b изображены те же кривые, что и на рис. 6a, но для случая, когда функция $q_2(t)$ заменена на $[q_2(t)]^2$. В первом случае (рис. 6a) скорость изменения в начальный момент времени $\dot{q}(0) = \mu_2$, а для второго источника $\dot{q}(0) = 0$. В обоих случаях при больших значениях μ_2 профили волны близки, а при меньших значениях μ_2 заметно отличаются.

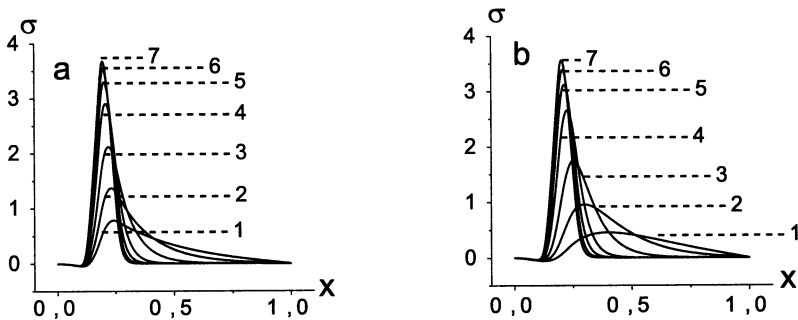


Рис. 6

Рис.7 демонстрирует, как влияет скорость распространения волны на величину ее амплитуды. Фактически, коэффициент v_s в уравнении (1) приближенно совпадает со скоростью волны. Поэтому, меняя значение v_s , можно оценить зависимость амплитуды волны от ее скорости. Вообще говоря, при изменении v_s остальные параметры (α , β , g_0 , k_0) также должны согласованно меняться, но, поскольку в данном случае расчеты носят методический характер, мы оставляем эти параметры фиксированными. На рис. 7a приведены профили волны $\sigma = \sigma(x)$ при четырех значениях v_s ($v_s = kv^*$, $k = 1; 2; 3; 4$, $v^* = 37,808$) в моменты времени $t = 0,04; 0,03; 0,02; 0,01$, когда амплитуды этих волн локализованы в середине образца и положительны. Видно, что чем меньше скорость волны, тем больше ее амплитуда, причем зависимость максимума амплитуды σ_{max} от скорости v_s/v^* нелинейная (рис.7b). Таким образом, если бы включение вязкости в исходное уравнение уменьшало скорость распространения волны, то это уменьшение привело бы, в свою очередь, к увеличению ее амплитуды. Однако, как мы уже видели (рис.3), учет вязкости не привел к заметному изменению скорости распространения волны, и, соответственно, возрастания амплитуды не происходит.

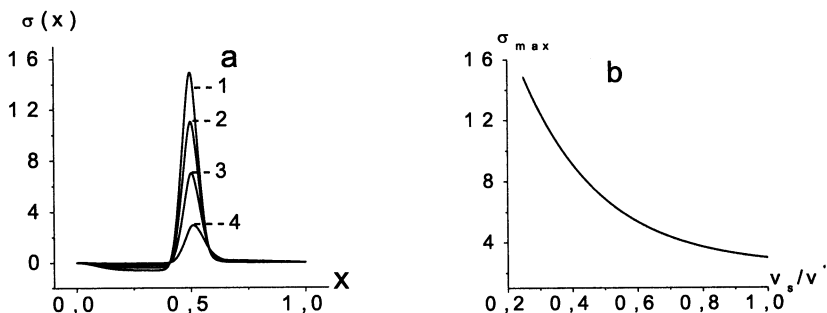


Рис. 7

6. Заключение

В работе представлены результаты численного моделирования влияния вязкости на распространение термоупругих волн в металлическом образце, облучаемом сильноточным источником ионов углерода. Разработана вычислительная схема второго порядка для численного решения соответствующей системы уравнений. Проведен численный анализ ее точности. Выполнено численное исследование зависимости формы волны от коэффициента вязкости среды, интенсивности и скорости включения источника. Исследовано также влияние волны на температуру среды.

По результатам численного анализа можно сделать следующие выводы:

1. Установлено, что наличие вязкости приводит к затуханию волны, и в области расположения волны температура среды возмущается.

2. Изменение температуры среды (образца) в области локализации волны при малых временах связано с членом $-\beta T \frac{\partial \sigma}{\partial t}$ в уравнении теплопроводности. Несмотря на малость β ($\beta \sim 10^{-5}$), этим членом пренебрегать нельзя.

3. Форма и амплитуда волны при заданной интенсивности источника зависят от скорости включения источника $\frac{\partial q}{\partial t}$ и достигают насыщения при ее увеличении.

4. Максимум амплитуды волны при увеличении интенсивности источника $\sigma(q_0)$ и неизменности других его параметров растет.

5. Учет зависимости коэффициента вязкости от температуры приводит к изменению средней скорости распространения термоупругой волны.

Отметим, что одной из целей численного моделирования была попытка описать структурные изменения в облучаемом образце, наблюдавшиеся в эксперименте [4]. В терминах рассматриваемой модели ожидалось замедление скорости движения термоупругой волны с одновременным ростом ее амплитуды до величин, превышающих порог прочности материала. Однако, как уже было сказано, в наших численных экспериментах такого эффекта не наблюдалось.

По-видимому, необходимо включение в исходную модель нелинейной зависимости напряжения от деформации, а также учет фазовых переходов в образце (плавление, затвердевание и испарение). Необходимость учёта фазовых переходов становится очевидной, если проанализировать динамику изменения температуры образца под действием источника. Из рис.2d видно, что температура в приповерхностном слое существенно превышает температуру плавления и кипения. Здесь наши результаты находятся в качественном согласии с результатами работы [22], где проводились расчёты температурных полей образцов меди, ниобия и стали, облучаемых мощными импульсными электронными пучками.

В дальнейшем мы планируем учесть в нашей модели влияние фазовых переходов на распространение термоупругих волн.

Авторы благодарны Т.Л.Бояджиеву за полезные обсуждения и помощь. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты N 03-01-00657, N 02-01-00606.

Список литературы

- [1] В.И. Бойко, А.Н. Валяев, А.Д. Погребняк. УФН, 1999, т.169, N11, с.1243.
- [2] R.W. Stinet et.al. Thermal surface treatment using intense, pulsed ion beams. Proc. Materials Research Society Symp.: Materials Synthesis and Processing Using Ion Beams. Boston, 1994, v.316. p.521-532.
- [3] А.Н.Диденко, А.Е.Лигачев, И.Б.Куракин. Воздействие пучков заряженных частиц на поверхность металлов и сплавов. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- [4] С.А. Корнев. Сообщение ОИЯИ Р13-89-615, Дубна, 1989.
- [5] С.И. Анисимов, Я.А. Имас, Г.С. Романов, Ю.В. Ходько. Действие излучения большой мощности на металлы. М.: Наука, 1970.

- [6] Ю.А. Быковский, В.Н. Неволин, В.Ю. Фоминский. Ионная и лазерная имплантация металлических материалов. М.: Энергоатомиздат, 1991.
- [7] В.И. Бойко, В.В. Евстигнеев. Введение в физику взаимодействия сильноточных пучков заряженных частиц с веществом. М.: Энергоатомиздат, 1988, с.137.
- [8] В.И. Мажуркин, А.А. Самохин. Математическое моделирование. Под ред. А.А. Самарского, С.П. Курдюмова, В.И. Мажуркина. М.: Наука, 1987, с.191-244.
- [9] И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, И. Сархадов. Сообщение ОИЯИ Р11-2001-164, Дубна, 2001.
- [10] Э.А. Айрян, И.В. Амирханов, Б.Ф. Костенко, Я. Прибиш, И. Сархадов. Сообщение ОИЯИ Р11-2000-271, Дубна, 2000.
- [11] И.В. Амирханов, И.В. Пузынин, В.Н. Самойлов, В.К. Федянин, Х.Т. Холмуродов. Сообщение ОИЯИ Р2-98-63, Дубна, 1998; Сообщение ОИЯИ Р2-98-201, Дубна, 1998.
- [12] I.V. Amirkhanov, E.V. Zemlyanaya, I.V. Puzynin, T.P. Puzynina, I. Sarhadov. JCMSE, Vol.2, №1s-2s, 2002, p. 213-224; Сообщение ОИЯИ Р11-2000-263, Дубна, 2000.
- [13] И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, И. Сархадов. Сообщение ОИЯИ Р11-2002-24, Дубна, 2002.
- [14] И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, И. Сархадов. Сообщение ОИЯИ Р11-2001-164, Дубна, 2001.
- [15] И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, И. Сархадов. Сообщение ОИЯИ Р11-2002-78, Дубна, 2002.
- [16] Д. Бленд. Теория линейной вязко-упругости. М.: Мир, 1965.
- [17] Л.М. Качанов. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
- [18] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория упругости. М.: Наука, 1987.
- [19] Физические величины. М.: Энергоатомиздат, 1991 с.373.
- [20] А.А. Самарский. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983, с.258-276.
- [21] Н.Н. Калиткин. Численные методы. М.: Наука, 1978, с.370-374.
- [22] В.А. Беленко. Влияние потоков заряженных частиц высокой плотности на структуру и механические свойства конструкционных материалов. Автореферат дисс. на соис. уч. ст. к.ф.-м.н., Белгород, 2002.

Получено 16 июня 2003 г.

Амирханов И. В. и др.

P11-2003-111

Численное моделирование влияния вязкости на распространение термоупругих волн в образце металла, облучаемого импульсными пучками ионов

Представлены результаты численного исследования влияния вязкости на распространение термоупругих волн в образце, облучаемом импульсными ионными пучками. Приведен численный анализ зависимости формы волны от коэффициента вязкости среды, интенсивности и скорости включения источника. Изучено влияние волны на температуру среды. Установлено, что термоупругая волна возмущает температуру среды. Наличие вязкости среды приводит к затуханию волны, а затухание волны, в свою очередь, приводит к изменению температуры среды. Показано, что учет зависимости коэффициента вязкости от температуры приводит к изменению средней скорости распространения термоупругой волны.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

Перевод авторов

Amirkhanov I. V. et al.

P11-2003-111

Numerical Simulation of the Influence of Viscosity on the Propagation of Thermoelastic Waves in Metals Exposed to Pulsed Ion Beams

Results of the numerical research on the influence of viscosity on the thermoelastic wave propagation in the sample exposed to pulsed ion beams, are presented. The numerical analysis of dependence of the wave form on the viscosity factor and the properties of the ion source (intensity and speed of switching on) has been performed. The influence of the wave on the surrounding temperature is studied. It is established that the thermoelastic wave disturbs the ambient temperature in place of its location. It is shown that the presence of viscosity of the environment leads to decay of the wave; the decay of the wave, in turn, leads to the change of temperature of environment. It is found that including into the model the temperature dependence of the viscosity factor leads to changing the average speed of propagation of the thermoelastic wave.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2003

Редактор *М. И. Зарубина*
Макет *Е. В. Сабоевой*

Подписано в печать 26.06.2003.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,13. Уч.-изд. л. 1,16. Тираж 315 экз. Заказ № 53989.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/