

P2-2003-224

О. С. Космачев\*

**ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ  
ДЛЯ КВАРТЕТА НЕЙТРИНО**

Направлено в журнал «Письма в ЭЧАЯ»

---

\*E-mail: [kos@thsun1.jinr.ru](mailto:kos@thsun1.jinr.ru)

# 1 Введение

Ранее на основе анализа уравнений Дирака и волнового уравнения, описывающего дублет массивных нейтрино [1] [2], было установлено существование  $P$ -, $T$ -неинвариантных (далее - сопряженных) неприводимых представлений группы Лоренца.

Выяснилось, что группа  $\gamma$ -матриц Дирака (далее группа Дирака обозначается  $D_\gamma(II)$ ) содержит 2 подгруппы 16-го порядка  $d_\gamma$  и  $b_\gamma$ . На первой из них реализуется неприводимое представление (НП) группы Лоренца [3], которое можно связывать с представлениями для стандартных или  $P$ -, $T$ -инвариантных объектов. На второй подгруппе  $b_\gamma$  реализуется  $T$ -сопряжённое неприводимое представление, которое не может быть получено из первого каноническим преобразованием.

Полагая элементы групп  $d_\gamma$  и  $b_\gamma$  образующими элементами алгебры, получаем различные коммутационные соотношения (КС).

На основе  $d_\gamma$ :

$$\begin{aligned}
 [a_1, a_2] &= 2a_3, & [a_2, a_3] &= 2a_1, & [a_3, a_1] &= 2a_2, \\
 [b_1, b_2] &= -2a_3, & [b_2, b_3] &= -2a_1, & [b_3, b_1] &= -2a_2, \\
 [a_1 b_1] &= 0, & [a_2, b_2] &= 0, & [a_3, b_3] &= 0, \\
 [a_1, b_2] &= 2b_3, & [a_1, b_3] &= -2b_2, \\
 [a_2, b_3] &= 2b_1, & [a_2, b_1] &= -2b_3, \\
 [a_3, b_1] &= 2b_2, & [a_3, b_2] &= -2b_1.
 \end{aligned} \tag{1}$$

На основе  $b_\gamma$ :

$$\begin{aligned}
 [a_1, a_2] &= 2a_3, & [a_2, a_3] &= 2a_1, & [a_3, a_1] &= 2a_2, \\
 [b'_1, b'_2] &= 2a_3, & [b'_2, b'_3] &= 2a_1, & [b'_3, b'_1] &= 2a_2, \\
 [a_1 b'_1] &= 0, & [a_2, b'_2] &= 0, & [a_3, b'_3] &= 0, \\
 [a_1, b'_2] &= 2b'_3, & [a_1, b'_3] &= -2b'_2, \\
 [a_2, b'_3] &= 2b'_1, & [a_2, b'_1] &= -2b'_3, \\
 [a_3, b'_1] &= 2b'_2, & [a_3, b'_2] &= -2b'_1.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Очевидно, что (1) переходит в (2) при замене

$$b_k \rightarrow b'_k = ib_k (k = 1, 2, 3). \tag{3}$$

При этом происходит переход одной группы в другую  $d_\gamma \rightarrow b_\gamma$ . Так как уравнение Дирака описывает дублет электрон- позитрон, то

второе неприводимое представление будем называть  $T$ -сопряженным по отношению к первому.

Аналогично было установлено, что группа  $\gamma$ -матриц уравнения для дублета массивных нейтральных лептонов (далее обозначается  $D_\gamma(I)$ ) содержит также две инвариантных подгруппы  $d_\gamma$  и  $c_\gamma$ . Все три подгруппы  $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$  неизоморфны друг другу. Коммутационные соотношения на основе  $c_\gamma$  имеют вид [1]:

$$\begin{aligned}
 [a_1, a'_2] &= 2a'_3, & [a'_2, a'_3] &= -2a_1, & [a'_3, a_1] &= 2a'_2, \\
 [b''_1, b''_2] &= 2a'_3, & [b''_2, b''_3] &= -2a_1, & [b''_3, b''_1] &= 2a'_2, \\
 [a_1, b''_1] &= 0, & [a'_2, b''_2] &= 0, & [a'_3, b''_3] &= 0, \\
 [a_1, b''_2] &= 2b''_3, & [a_1, b''_3] &= -2b''_2, \\
 [a'_2, b''_3] &= -2b''_1, & [a'_2, b''_1] &= -2b''_3, \\
 [a'_3, b''_1] &= 2b''_2, & [a'_3, b''_2] &= 2b''_1.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Данный вид представления будем называть  $P$ -сопряженным по отношению к  $d_\gamma$ , так как различие возникает уже в первой строке КС (4), т.е. на уровне подгруппы трехмерных вращений. Переход от группы  $d_\gamma$  к  $c_\gamma$  и соответствующим КС равносильен замене:

$$a_1 \rightarrow a'_1, \quad a_2 \rightarrow ia'_2, \quad a_3 \rightarrow ia'_3; \quad b_1 \rightarrow b''_1, \quad b_2 \rightarrow ib''_2, \quad b_3 \rightarrow ib''_3. \tag{5}$$

При анализе уравнений  $D_\gamma(II)$  и  $D_\gamma(I)$  использовалась теорема о трёх типах неприводимых матричных групп [4]. Численная характеристика трех возможных типов матричных групп была названа структурным инвариантом (СИ) [1],[2]. Так структурный инвариант уравнения Дирака  $\mathbf{In}[D_\gamma(II)] = -1$ , а для дублета нейтрино  $\mathbf{In}[D_\gamma(I)] = 1$ . Главным предметом данной работы является уравнение, для которого  $\mathbf{In}[D_\gamma(III)] = 0$ .

Если по отношению к упомянутым подгруппам  $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$  воспользоваться этой же теоремой, то получим такие числа:

$$\mathbf{In}[d_\gamma] = 0, \quad \mathbf{In}[b_\gamma] = -1, \quad \mathbf{In}[c_\gamma] = 1. \tag{6}$$

Именно эти три конструкции содержатся во вновь предлагаемом уравнении.

## 2 Двойственность группы $d_\gamma$

Если преобразование перехода от (1) к (2) обозначить как  $\langle T \rangle$ , то можно записать такие равенства

$$b_\gamma = \langle T \rangle d_\gamma, \quad d_\gamma = \langle T^{-1} \rangle b_\gamma, \quad (7)$$

где  $\langle T^{-1} \rangle$  соответствует преобразованиям  $b'_1 = ib_1, b'_2 = ib_2, b'_3 = ib_3$ .

Для перехода от (1) к (3) введём обозначение  $\langle P \rangle$ , тогда

$$c_\gamma = \langle P \rangle d_\gamma, \quad d_\gamma = \langle P^{-1} \rangle c_\gamma. \quad (8)$$

Здесь  $\langle P^{-1} \rangle$  соответствует преобразованиям:  $a'_2 = ia_2, a'_3 = ia_3, b'_2 = ib_2, b'_3 = ib_3$ .

Введём обозначение для совместного последовательного действия двух указанных преобразований  $\langle P \rangle \langle T \rangle \equiv \langle PT \rangle$  и  $\langle T \rangle \langle P \rangle \equiv \langle TP \rangle$ . Тогда очевидно, операция

$$\langle TP \rangle d_\gamma = \langle PT \rangle d_\gamma \equiv f_\gamma \quad (9)$$

даёт новый тип коммутационных соотношений, связанных с  $f_\gamma$ :

$$\begin{aligned} [a_1, a'_2] &= 2a'_3, & [a'_2, a'_3] &= -2a_1, & [a'_3, a_1] &= 2a'_2, \\ [b'_1, b'_2] &= -2a'_3, & [b'_2, b'_3] &= 2a_1, & [b'_3, b'_1] &= -2a'_2, \\ [a_1 b'_1] &= 0, & [a'_2, b'_2] &= 0, & [a'_3, b'_3] &= 0, \\ [a_1, b'_2] &= 2b'_3, & [a_1, b'_3] &= -2b'_2, \\ [a'_2, b'_3] &= -2b'_1, & [a'_2, b'_1] &= -2b'_3, \\ [a'_3, b'_1] &= 2b'_2, & [a'_3, b'_2] &= 2b'_1, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $a'_2 = a_2 c, \quad a'_3 = a_1 a_2 c$

Три предыдущих набора КС связаны с уже упомянутыми группами  $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$ . Иное положение в случае КС (10). Выяснилось, что  $d_\gamma$  обладает двойственностью. Выражается это в том, что помимо подгруппы  $Q_2$  в  $d_\gamma$  содержится ещё одна подгруппа восьмого порядка  $q_2$  и её расширение тем же самым элементом  $c$  даёт погруппу  $d_\gamma$  с иной циклической структурой [1],[5]:

$$d_\gamma = Q_2[a_1, a_2][e + c] = q_2[a_1, a'_2][e + c]. \quad (11)$$

Если построить алгебру на  $d_\gamma$  с таким изменённым набором генераторов, мы получим КС (10). С другой стороны, последовательное

применение операций  $\langle T \rangle$  и  $\langle P \rangle$  равносильно такому преобразованию операторов при переходе от КС (1) к КС (10):

$$a_2 = ia'_2, \quad a_3 = ia'_3, \quad b_1 = -b'_1, \quad b_2 = -ib'_2, \quad b_3 = -ib'_3. \quad (12)$$

Легко проверить, что все 4 возможных преобразования  $\langle T \rangle, \langle P \rangle, \langle TP \rangle = \langle PT \rangle$  образуют замкнутую систему преобразований в пространстве четырёх типов КС или в пространстве трёх групп с учётом двойственности  $d_\gamma$ . Исходя из определений (7), (8), и результата (12) можно записать следующий ряд равенств:

$$\langle T \rangle d_\gamma = b_\gamma, \quad \langle P \rangle d_\gamma = c_\gamma, \quad \langle PT \rangle d_\gamma = f_\gamma, \quad (13)$$

$$\langle T^{-1} \rangle b_\gamma = d_\gamma, \quad \langle P \rangle b_\gamma = f_\gamma, \quad \langle T^{-1} P^{-1} \rangle b_\gamma = c_\gamma, \quad (14)$$

$$\langle T \rangle c_\gamma = f_\gamma, \quad \langle P^{-1} \rangle c_\gamma = d_\gamma, \quad \langle TP \rangle c_\gamma = b_\gamma, \quad (15)$$

$$\langle T^{-1} \rangle f_\gamma = c_\gamma, \quad \langle P^{-1} \rangle f_\gamma = b_\gamma, \quad \langle P^{-1} T^{-1} \rangle f_\gamma = d_\gamma. \quad (16)$$

### 3 Графическое отображение групповой структуры уравнений

Имеется ещё один аспект структуры рассмотренных дублетных уравнений. Каждому из них, учитывая свойство двойственности подгруппы  $d_\gamma$ , можно сопоставить свою собственную диаграмму. Так для уравнения Дирака она представлена на рис.1. Аналогичная диаграмма для  $D_\gamma(I)$  представлена на рис.2. Оба рисунка показывают, что каждое из уравнений содержит по две неизоморфных подгруппы. Таковыми являются  $d_\gamma$  и  $b_\gamma$  в случае  $D_\gamma(II)$ ,  $d_\gamma$  и  $c_\gamma$  в случае  $D_\gamma(I)$ . Кроме того, становится наглядной своеобразная симметрия уравнений, т.е. инвариантность относительно вновь определённых преобразований. Так в случае уравнения Дирака  $\langle T \rangle$ -сопряжены между собой подгруппы  $d_\gamma$  и  $b_\gamma$ , а в случае нейтринного дублета таковыми являются  $f_\gamma$  и  $c_\gamma$ . Это означает, что  $\langle T \rangle$ -операция переставляет местами подгруппы в вершинах треугольников, которые она соединяет, оставляя неизменным тип уравнения. Сказанное справедливо для любой операции и для каждой диаграммы.

С другой стороны, оба дублетных уравнения в некотором смысле незамкнуты. Как видно из равенств (13)-(16), любая из операций,

действуя на подгруппу, расположенную в противоположной вершине треугольника, разрушает исходное уравнение. Это можно интерпретировать как переход дублетного состояния в такое, которое уже не описывается данным уравнением. Например, аннигиляция  $e^+e^-$  в фотоны. Формально-математические свойства двух дублетных уравнений весьма схожи. Они дают основания считать, что дублет нейтрино также образует систему частица-античастица. При этом нет запретов на их аннигиляцию. Поэтому рассматриваемая пара нейтрино будет именоваться в последующем как аннигиляционные нейтрино.

Рассматриваемые лептонные уравнения описывают дублеты и имеют в своей структуре необходимые элементы, ответственные за обе компоненты. Однако в каждом случае в явном виде в уравнении содержится только одна из них. Вторая присутствует, но не явно, она скрыта в определяющих соотношениях. В случае уравнения Дирака [6] и стандартной записи определяющих соотношений для  $\gamma$ -матриц

$$[i(\gamma_\mu p_\mu) + mc]\Psi = 0,$$

$$\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \quad (17)$$

мы имеем явную запись уравнения на основе подгруппы  $d_\gamma$ . Это означает, что первые три матрицы  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  являются генераторами, порождающими подгруппу  $d_\gamma$ . Чтобы записать уравнение, когда в явном виде представлена подгруппа  $b_\gamma$ , необходимо в рамках этой же группы перейти к другому набору генераторов. Первые три из них находятся из соотношений (3), после чего вычисляется  $\gamma_4$  исходя из соответствующей циклической структуры  $D_\gamma(II)$  [2]. В результате будем иметь:

$$[(\gamma'_\mu p'_\mu) + mc]\Psi' = 0,$$

$$\gamma'_\mu \gamma'_\nu + \gamma'_\nu \gamma'_\mu = -2\delta_{\mu\nu}, \quad \mu, \nu = 1, 2, 3, 4, \quad (18)$$

где коэффициенты типа  $\pm i$  при  $p'_\mu$  выбираются из требования редукции данного уравнения к уравнению Клейна - Гордона.

В равной степени всё сказанное относится и к уравнению для  $D_\gamma(I)$  с тем отличием, что определяющие соотношения имеют другой вид [1]:

$$\begin{aligned} \gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s &= 2\delta_{st}, & \gamma_{s,t}^2 &= 1 & (s, t = 1, 2, 3), \\ \gamma_s \gamma_4 + \gamma_4 \gamma_s &= 0, & (s &= 1, 2, 3), \\ \gamma_4^2 &= -1. \end{aligned} \quad (19)$$

Равенство (11) и определяющие соотношения для трёх подгрупп  $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$  [1] делают очевидным ещё одно утверждение. Для выполнения лоренц-инвариантности любого типа достаточно трёх антикоммутационных соотношений. Действительно, каждая из четырёх подгрупп порождается тремя генераторами и является расширением либо подгруппы  $Q_2$ , либо подгруппы  $q_2$ . В свою очередь, каждая из этих двух подгрупп порождается двумя генераторами, которые антикоммутируют. Последующее расширение до группы Лоренца в любом из четырёх случаев можно осуществить с помощью элемента, относящегося к центру группы. Тогда произведение первых двух генераторов и элемента центра тоже антикоммутирует с двумя первыми генераторами и может играть роль третьего генератора. Различие между группами, в частности, заключается в том, что порядок (минимальная степень элемента, равная единице) генераторов  $g_1, g_3, g_3$  получается при этом различным. Конкретно для каждого случая:  $d_\gamma - g_1^4 = g_2^4 = I, g_3^2 = I; b_\gamma - g_1^4 = g_2^4 = g_3^4 = I; c_\gamma - g_1^4 = I, g_2^2 = g_3^2 = I; f_\gamma - g_1^4 = 1, g_2^2 = I, g_3^4 = I$ . Оставшийся четвёртый генератор совместно с тремя первыми определяет в итоге тип уравнения, состав группы в целом, т.е. количество максимальных инвариантных подгрупп и их принадлежность к различным НП группы Лоренца. Фактически это означает, что четвёртый генератор регулирует характер отношений между подсистемами, которые физически интерпретируются как частицы и античастицы.

## 4 Квартетное уравнение

Вопрос о существовании и построении группы  $\gamma$ -матриц со структурным инвариантом  $\mathbf{In}[D_\gamma(III)] = 0$  был решен ранее [2]. Её циклическая структура (сумма всех элементов, записанная в мультипликативной форме) имеет вид

$$D_\gamma(III) = D_\gamma[a_1, a_2, c_1, b_5] = Q_2[a_1, a_2][e + c_1][e + b_5]. \quad (20)$$

Здесь  $Q_2[a_1, a_2]$  – подгруппа кватернионов с генераторами  $a_1, a_2$ . Очевидно, что (20) представляет полупрямое произведение двух подгрупп 16-го порядка

$$d_\gamma[a_1, a_2, c_1] = Q_2[a_1, a_2][e + c_1], \quad b_\gamma[a_1, a_2, b_5] = Q_2[a_1, a_2][e + b_5].$$

Все 4 генератора  $a_1, a_2, c_1, b_5$  имеют порядок 4.

Если выполнить построение так, чтобы элемент  $c_1$  стал элементом центра не только подгруппы  $d_\gamma[a_1, a_2, c_1]$ , но и всей группы  $D_\gamma(III)$ , то с учетом определений  $Q_2, d_\gamma$  и  $b_\gamma$  получаем следующий набор соотношений между генераторами:

$$\begin{aligned} a_2 a_1 a_2^{-1} &= a_1^{-1}, & a_1 a_2 a_1^{-1} &= a_2^{-1}, & b_5 c_1 b_5^{-1} &= c_1, \\ c_1 a_1 c_1^{-1} &= a_1, & c_1 a_2 c_1^{-1} &= a_2, & c_1 b_5 c_1^{-1} &= b_5, \\ b_5 a_1 b_5^{-1} &= a_1^{-1}, & b_5 a_2 b_5^{-1} &= a_2^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Порядок группы  $D_\gamma(III)$  равен 32. Данная группа, как и обе предыдущие, устроена так, что квадраты любых элементов 4-го порядка совпадают. Обозначим этот элемент ( $k$ ):

$$(a_1)^2 = (a_2)^2 = (c_1)^2 = (b_5)^2 = (k), \quad (k)^2 = e. \quad (22)$$

Существенно изменилась структура группы. Если в двух предыдущих случаях центры групп состояли из двух элементов ( $e \sim I, k \sim -I$ ), то теперь центр содержит 8 элементов. Именно,

$$e, \quad k, \quad c_1, \quad c_1^{-1}, \quad a_3 b_5, \quad a_3 b_5^{-1}, \quad a_3 b_5 c_1, \quad a_3 b_5 c_1^{-1}. \quad (23)$$

Число сопряженных классов становится равным 20, поэтому группа имеет 16 одномерных неприводимых представлений и 4 неэквивалентных двумерных. Это означает, что решения будут не биспиорные, но спинорные. Другое важное отличие от дублетных уравнений заключается в том, что группа  $D_\gamma(III)$  содержит все три возможных подгруппы  $d_\gamma, b_\gamma, c_\gamma$ . В силу построения (20) содержит подгруппы  $d_\gamma$  и  $b_\gamma$ .

Можно заметить, что набор таких элементов

$$\{e, \quad a_1, \quad a_1^2, \quad a_1^3, \quad a_2 c, \quad a_2^3 c, \quad a_1 a_2 c, \quad a_1 a_2 c^3\}$$

образует подгруппу  $q_2$ . Дальнейшее расширение с помощью элемента  $a_1 a_2 b_5$  даёт подгруппу  $c_\gamma$ . Определяющие соотношения (21) позволяют перейти к выражениям в привычном виде, т.е. в виде соотношений между  $\gamma$ -матрицами, которые также порождают неприводимые матричные представления. В полной аналогии с уравнением Дирака получаем:

$$\begin{aligned} \gamma_s \gamma_t + \gamma_t \gamma_s &= 2\delta_{st}, & \gamma_s^2 &= 1 & (s, t = 1, 2, 3). \\ \gamma_s \gamma_4 - \gamma_4 \gamma_s &= 0, & & & (s = 1, 2, 3), \\ \gamma_4^2 &= 1. \end{aligned} \quad (24)$$



Очевидное и принципиальное отличие от условия Дирака (17) заключается в том, что  $\gamma_4$  коммутирует со всеми остальными генераторами. Прямой проверкой можно убедиться, что в группе не имеется четвертого генератора, который антикоммутирует с первыми тремя. Из условия редукции квартетного уравнения к уравнению Клейна - Гордона получаем, что масса частиц  $m = 0$ . Явная форма волнового уравнения на основе (24) зависит, как уже отмечалось, от выбора подгруппы, связанной с тем или иным неприводимым представлением. Если для явной записи выбрать  $d_\gamma$ , то получаем

$$(\gamma_s p_s)\psi - \gamma_4 \partial\psi/\partial t = 0, \quad (s = 1, 2, 3). \quad (25)$$

Здесь, следуя [7], принято  $\hbar = c = 1$ . Подобно тому, как сделан переход от уравнения (17) к (18), можно записать уравнение (25) для явного представления с подгруппами  $b_\gamma$  или  $c_\gamma$ .

Если построить диаграмму (рис.3) по аналогии с  $D_\gamma(I), D_\gamma(II)$ , то можно говорить не о треугольнике, но о тетраэдре. Ясно, что в данном случае мы имеем дело с четырьмя состояниями. В дублетных случаях вопрос о том, что считать частицей и античастицей, представляется во многом условностью. Теперь необходимо сделать выбор того критерия, по которому мы выделяем пару частица-античастица. Физическое требование, кажущееся простым и естественным, - противоположность значений так называемых квантовых чисел - в данном случае не работает. Поэтому можно исходить из аналогии с уравнением Дирака. Будем считать, что пара подгрупп, связанных между собой  $\langle T \rangle$ -преобразованием, ответственна за дублет частица-античастица. В таком случае (рис.3) имеется единственная возможность, когда одна пара связана с подгруппами  $d_\gamma$  и  $b_\gamma$ , а вторая с подгруппами  $d_\gamma$  и  $c_\gamma$ .

Выбор античастиц на основе  $\langle T \rangle$ -преобразования делает почти очевидным равенство масс частицы и античастицы и выявляет подобие их трансформационных свойств, несмотря на их несовпадение. Исходя из установленной ранее [1] физической интерпретации величин  $a_i$  и  $b_k$  ( $i, k = 1, 2, 3$ ) и методики вычисления на их основе весовых чисел неприводимых представлений группы Лоренца видно, что первое весовое число ( $\lambda = 1/2$ ) одинаково для подгруппы  $d_\gamma$  и для  $b_\gamma$ . Кроме того, собственные значения операторов  $H_+ = ia_1 - a_2$ ,  $H_- = ia_1 + a_2$ ,  $H_3 = ia_3$  не изменятся, как бы мы не переставляли  $a_1, a_2, a_3$ . Это связано с тем, что все три оператора  $a_1, a_2, a_3$  однотипны. Более определенно, это означает, что двойка является минимальной степенью,

когда  $a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = I$ . Всё сказанное верно также для операторов  $b_1, b_2, b_3$  с той разницей, что  $b_1^4 = b_2^4 = b_3^4 = I$ . Отсюда следует, что спиновые свойства пары частиц, связанные с подгруппами  $d_\gamma, b_\gamma$ , совпадают с таковыми для дублета  $e^+e^-$ .

Основные характеристики второй пары подгрупп  $d_\gamma, c_\gamma$  отчасти совпадают со свойствами той же пары подгрупп в рамках группы  $D_\gamma(I)$  [1]. В частности, не меняются собственные значения операторов  $H_+, H_-, H_3$  и  $F_+, F_-, F_3$ . Это означает совпадение спиновых свойств соответствующей пары частица-античастица. Таким образом, вторая пара частиц имеет спин, ориентированный по направлению или против импульса так же, как это имеет место в случае  $D_\gamma(I)$ .

В отличие от дублетных уравнений, как видно из рис.3, в данном случае уравнение замкнуто относительно каждого из возможных преобразований (13)-(16). Если при этом учесть, что в рамках одного уравнения мы имеем две пары частиц и античастиц, возникает принципиальная возможность перехода от одной из них к другой. Такое положение можно назвать необходимым условием для существования осцилляций. Вопрос о достаточных условиях зависит от того, будет ли найден механизм для перевода одной аннигилирующей пары в другую.

Безмассовое двухкомпонентное нейтрино не является новостью, поэтому возникает необходимость отметить различие предложенного формализма и имеющихся. Так в работе [7] для получения безмассовых нейтрино взято уравнение Дирака, в котором положено  $m = 0$ . Из четырёх генераторов оставлено три ( $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ), а  $\gamma_4$  исключается из рассмотрения. В силу сказанного в разделе 3, это означает отказ от второй составляющей решения - от античастицы. При этом группа перестаёт быть группой 32-го порядка и превращается в группу 16-го порядка, неприводимые представления последней имеют размерность два, а матричная реализация НП содержит известные матрицы Паули. Но в таком случае имеется только 8, а не 16 одномерных НП, из которых составляются 16 компонент пяти величин: S, V, T, A, P. Затем авторы "растягивают" двухкомпонентную волновую функцию нейтрино до четырёхкомпонентной, полагая две дополнительные компоненты равными нулю. Делается всё это для того, чтобы удовлетворить требованию  $\gamma_5 \psi_\nu = -\psi_\nu$ , где  $\psi_\nu$  - волновая функция, полученная вот таким "хирургическим" путём, а  $\gamma_5$  взята из уравнения Дирака.

Такая же искусственность и необоснованность характеризует более поздние модели описания нейтрино. Вызвано это тем обстоятельством, что уравнение Дирака, которым фактически ограничиваются все модели, не содержит полного набора  $\langle T \rangle$ -,  $\langle P \rangle$ -,  $\langle TP \rangle$  - сопряжённых неприводимых представлений группы Лоренца для формулировки замкнутой модели, свободной от излишних произвольных предположений. Отличие предложенной расчётной схемы от прежних носит концептуальный характер.

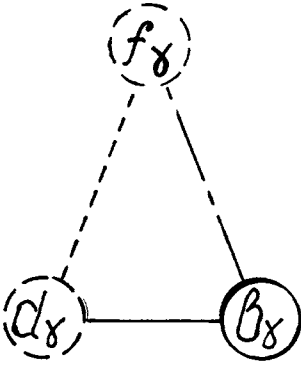


Рис. 1

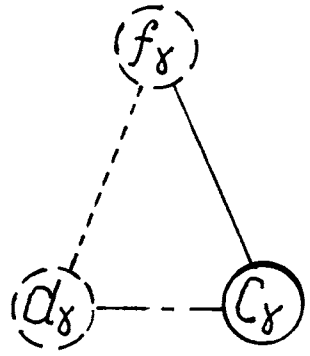


Рис. 2

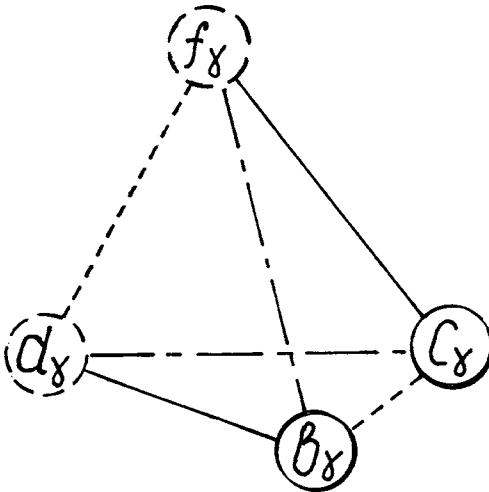


Рис. 3

⟨T⟩ —————

⟨P⟩ - - - - -

⟨TP⟩ - - - - -

## Список литературы

- [1] *Космачёв О.С.* Ковариантная формулировка волнового уравнения для дублета массивных нейтральных лептонов: Препринт ОИЯИ, Р4-2003-127, Дубна 2003.
- [2] *Космачёв О.С.* Об инвариантах уравнений типа Дирака: Препринт ОИЯИ, Р2-2002-217, Дубна 2002.
- [3] *Наймарк М.А.* Линейные представления группы Лоренца. М: ФМ, 1958, с.88.
- [4] *Lomont J.S.* Applications of finite groups. New York, London. Academic Press, 1959, p.51.
- [5] *Космачёв О.С.* Об инфинитезимальном анализе на основе конечных групп: Сообщения ОИЯИ, Р2-97-175, Дубна 1997.
- [6] *Dirac P.A.M.* The quantum theory of the electron// Proc.Roy. Soc. A vol.117, 610-624 (1928).
- [7] *Lee T.D., Yang C.N.,* Parity Nonconservation and a Two-Component Theory of the Neutrino, // Phys. Rev. v.105, 1671-1675 (1957).

Получено 10 ноября 2003 г.

Космачев О. С.

P2-2003-224

Волновое уравнение для квартета нейтрино

На основе известных  $P$ -,  $T$ -инвариантных и найденных ранее  $P$ -,  $T$ -сопряженных неприводимых представлений группы Лоренца получено волновое уравнение, описывающее квартет нейтрино. Простым следствием квартетных состояний является качественное объяснение нейтринных осцилляций.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2003

Перевод автора

Kosmachev O. S.

P2-2003-224

Wave Equation for a Quartet of Neutrinos

A wave equation, which describes a neutrino quartet, is obtained on the basis of known  $P$ -,  $T$ -invariant and previously found  $P$ -,  $T$ -conjugate irreducible representations of Lorentz group. Qualitative explanation of neutrino oscillations is a simple corollary of quartet states.

The investigation has been performed at the Veksler–Baldin Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2003

Редактор *М. И. Зарубина*  
Макет *Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 26.12.2003.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,75. Уч.-изд. л. 0,94. Тираж 415 экз. Заказ № 54247.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)