

P11-2004-25

Н. Ю. Теряева*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ
МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ

*Дубненский филиал Московского государственного института
радиотехники, электроники и автоматики, Дубна, Россия

Теряева Н. Ю.

P11-2004-25

Моделирование двухфазной среды методом дискретных вихрей

Рассмотрен процесс образования вихрей в кипящей жидкости вблизи поверхности нагрева с равномерно распределенными точечными источниками тепла. Предложен модифицированный метод дискретных вихрей для расчета движения паровых пузырей вблизи поверхности нагрева.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004

Перевод автора

Teryaeva N. Y.

P11-2004-25

Simulation of Two-Phase Matter by Discrete Vortex Method

Vortex-rise process in the boiling liquid near the heated surface is considered. The discrete vortex method is proposed for the simulation of the steam blobs movement.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Динамика многофазных сред отличается от классической механики жидкости или газа присутствием в потоке сплошной среды отдельных частиц другой среды — твердой, жидкой или газообразной, — которые обмениваются со сплошной средой кинетической и тепловой энергией, могут взаимодействовать друг с другом и переходить из одного агрегатного состояния в другое. Очевидно, что решение общей задачи о движении многофазных сред является весьма сложной проблемой, которую обычно рассматривают в зависимости от типа взаимодействующих сред в различных их сочетаниях: жидкость–газ, жидкость – твердые частицы и т. д. Одна из форм существования двухфазных сред — кипение жидкостей, представляющее собой движение среды жидкость–газ.

1. ОСОБЕННОСТИ КИПЕНИЯ

Кипение жидкостей — один из наиболее распространенных технологических процессов, чем и объясняется глубокий интерес исследователей к нему. Это очень интересный и чрезвычайно сложный комплекс трудных с точки зрения математического описания молекулярно-кинетических, гидродинамических, тепловых и акустических явлений, которые сопровождают возникновение и рост парового пузырька, меняющего свою форму по мере роста, отрыв, всплытие и дробление парового пузырька переменного размера и переменной формы, турбулентное движение двухфазной среды жидкость–газ. Поэтому современная теория кипения, несмотря на огромное количество как экспериментальных, так и теоретических работ в этой области [1–10], изобилует эмпирическими соотношениями для основных характеристик кипения и оставляет в стороне ряд важных моментов, учет которых внес бы существенные поправки в имеющуюся в настоящее время расчетную модель. Рассмотрим общую картину процесса кипения, сложившуюся в результате многообразных исследований. Кипение можно разделить на три основные стадии [1]:

- 1) стадия пузырькового кипения, состоящая из следующих этапов: а) область изолированных пузырьков; б) первая переходная область; в) область паровых грибов; г) вторая переходная область;

- 2) стадия переходного кипения (кризис кипения);
- 3) стадия пленочного кипения.

Эти стадии отражены на графике зависимости величины теплового потока к жидкости q (количества теплоты, передаваемого нагревателем с единицы площади в единицу времени) от температурного напора ΔT (разности температур поверхности нагрева и соприкасающейся с ней кипящей жидкости) (см. рис. 1).

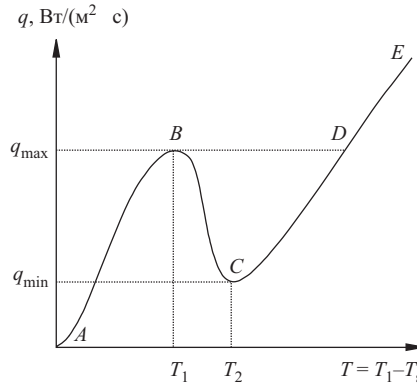


Рис. 1. График зависимости величины теплового потока к жидкости q от температурного напора ΔT в процессе кипения: AB — стадия пузырькового кипения; BC — стадия переходного кипения; CDE — стадия пленочного кипения

Стадия пузырькового кипения. Для данной стадии характерно следующее: пузырьки образуются в одних и тех же точках поверхности нагрева — активных центрах. При увеличении ΔT увеличивается количество активных центров, растет тепловой поток q и скорость кипения (см. участок AB на рис. 1). Когда вся поверхность нагрева оказывается полностью покрытой пузырьками, q достигает своего максимального значения на этом участке и процесс кипения переходит в следующую стадию.

Стадия переходного кипения. Особенностью этой стадии, соответствующей участку BC на графике рис. 1, является неустойчивость и отсутствие постоянных активных центров: пузырьки теперь возникают в самых разных точках поверхности нагрева и часто коагулируют, сливаясь в паровые пленки. Поэтому, несмотря на рост температуры нагревателя, теплоотдача к жидкости резко падает, и в некоторой точке кривой C , соответствующей моменту, когда вся поверхность нагрева покрывается сплошной паровой пленкой, тепловой поток достигает своего минимального значения, кипение становится пленочным.

Стадия пленочного кипения. Характеризуется увеличением толщины паровой пленки на поверхности нагрева с ростом температурного напора. Вследствие этого конвекция перестает играть заметную роль в процессе теплопередачи, и тепловой поток к кипящей жидкости несколько увеличивается за счет теплопроводности и излучения, но значительно повышается температура поверхности нагрева. Этой, третьей стадии кипения соответствует на рассматриваемом графике рис. 1 участок *CDE*.

Наиболее изученной из трех описанных стадий кипения является **стадия пузырькового кипения**, которая, в свою очередь, подразделяется на четыре этапа [1], отраженные на рис. 2, 3.

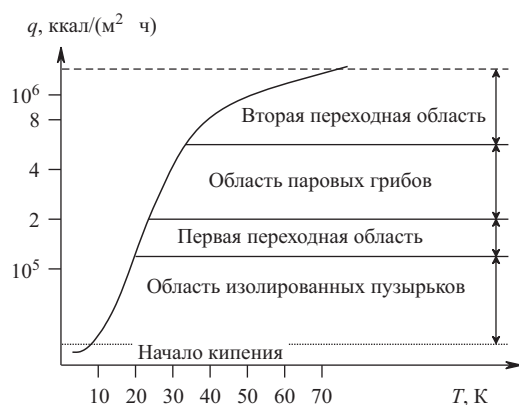


Рис. 2. График зависимости величины теплового потока к жидкости от температурного напора на стадии пузырькового кипения

Область изолированных пузырьков. Расстояние между активными центрами гораздо больше диаметра поверхностных пузырьков; поверхностные и оторвавшиеся пузырьки не взаимодействуют между собой гидродинамически: вокруг каждого активного центра и каждого всплывающего пузырька существует зона влияния, радиус которой равен отрывному диаметру пузырька D_0 (см. рис. 3, а). С увеличением перегрева количество активных центров быстро растет, а расстояние между ними уменьшается; увеличивается число поверхностных и объемных пузырьков, растет частота их отрыва, наблюдается слияние пузырьков, всплывающих близко друг к другу. Картина движения пузырьков выглядит более хаотично.

Первая переходная область. Этот этап наступает, когда среднее расстояние между активными центрами становится меньше $2D_0$. Теперь в некоторых активных центрах вместо отдельных пузырьков возникают непрерывные це-

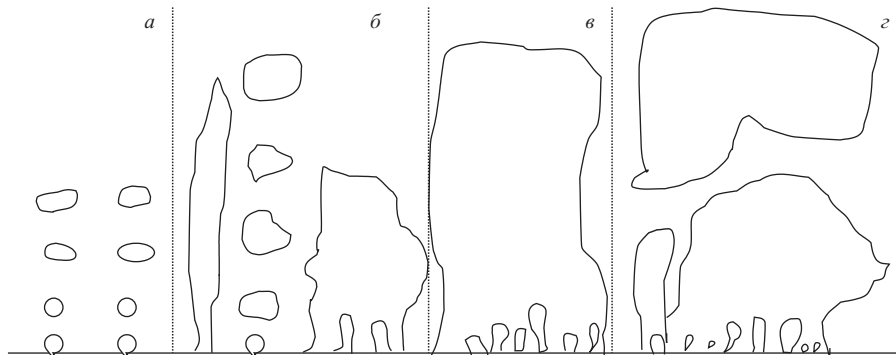


Рис. 3. Четыре этапа стадии пузырькового кипения: а) область изолированных пузырьков; б) первая переходная область; в) область паровых грибов; з) вторая переходная область

почки пузырьков — столбики пара (рис. 3, б). С увеличением перегрева число паровых столбиков на поверхности увеличивается, при этом начинается слияние не только пузырьков в одном столбике (взаимодействие по вертикали), но и пузырьков, образовавшихся в соседних активных центрах (взаимодействие по горизонтали). В результате возникает своеобразная паровая структура, названная Гертнером [2] паровым грибом.

Область паровых грибов. На поверхности нагрева наблюдаются большие вздымающиеся облака пара. Они обычно соединены с поверхностью многочисленными паровыми «ножками», через основания которых и питаются паром за счет испарения перегретого слоя (рис. 3 в). Паровые грибы вырастают до достаточно крупного размера, затем отрываются и всплывают. Некоторые из всплывающих грибов сливаются, образуя крупные паровые полости диаметром до 5 см. Очень быстро после отрыва гриба на том же месте возникает новый и, разрастаясь, поглощает попадающие в его сферу паровые столбики, превращая их в новые паровые «ножки», питающие гриб.

Вторая переходная область. Данный этап является наименее изученным. Гертнер предположил, что на отдельных участках горячей поверхности с высокой насыщенностью активными центрами «ножки» грибов становятся гидродинамически неустойчивыми и сливаются друг с другом, так что возникающие паровые облака непосредственно соприкасаются с поверхностью нагрева, создавая участки локального пленочного кипения, количество которых растет по мере увеличения температурного напора (рис. 3, з). Однако теплоотдача к грибам имеет еще преобладающее значение, и с ростом ΔT до-

стигается максимальное значение теплового потока к жидкости q_{\max} . Это — кризис кипения и конец второй переходной области.

В дополнение к описанной картине следует заметить, что форма и размер всплывающего пузыря могут меняться по мере всплытия, а от них, в свою очередь, зависит характер всплытия. Так, маленькие пузырьки (радиусом до 1 мм) всплывают прямолинейно, не испытывая возмущений, средние (радиусом 1–5 мм) движутся по спиралеобразным линиям, а крупные (радиусом более 5 мм) при подъеме делают непрерывные скачки в горизонтальной плоскости. Особенно крупные пузыри (радиусом более 1 см) дробятся по пути на мелкие. Перед дроблением пузырь сплющивается, начинает пульсировать, в центре его образуется тонкая пленка, которая разрывается, в результате образуется группа мелких пузырьков.

2. ОЦЕНКА ЦИРКУЛЯЦИИ В ПРИСТЕННОМ ТЕПЛОВОМ СЛОЕ

Согласно теореме Бьеркнеса [11] пересечение изобарических и изостерических поверхностей является причиной образования вихрей. При этом производная от циркуляции скорости по какому-либо жидкому контуру L равна разности числа положительных и отрицательных изобароизостерических трубок, охватываемых данным контуром. Эта теорема справедлива для идеальной небаротропной жидкости, на которую действуют массовые силы, имеющие потенциал. В этом случае

$$\frac{d\Gamma}{dt} = - \oint_L v dp = N' - N'', \quad (1)$$

где Γ — циркуляция скорости, v — удельный объем жидкости, p — давление, N' и N'' — количество положительных и отрицательных единичных изобароизостерических трубок, охваченных контуром L , соответственно.

Рассматривая процесс нагрева покоящейся жидкости путем теплопередачи от горячей поверхности с равномерно распределенными на ней точечными источниками тепла, можно получить следующую качественную картину на основании вышеупомянутой теоремы. Очевидно, что изобарические поверхности в случае горизонтальной поверхности нагрева с одним источником будут иметь вид горизонтальных плоскостей согласно выражению для гидростатического давления

$$p = \frac{gh}{v}, \quad (2)$$

где h — высота столба жидкости на рассматриваемом уровне. Изостерические линии в однородной и изотропной жидкости будут представлять собой концентрические сферы с центром в точке нагрева O (см. рис. 4). Таким

образом, образующиеся при пересечении изобарических и изостерических поверхностей вихревые трубки с циркуляцией, определяемой направлением от $\text{grad } p$ к $\text{grad } v$ [11], являются кольцами с осью OO_1 — вертикальной прямой, проходящей через точечный источник O .

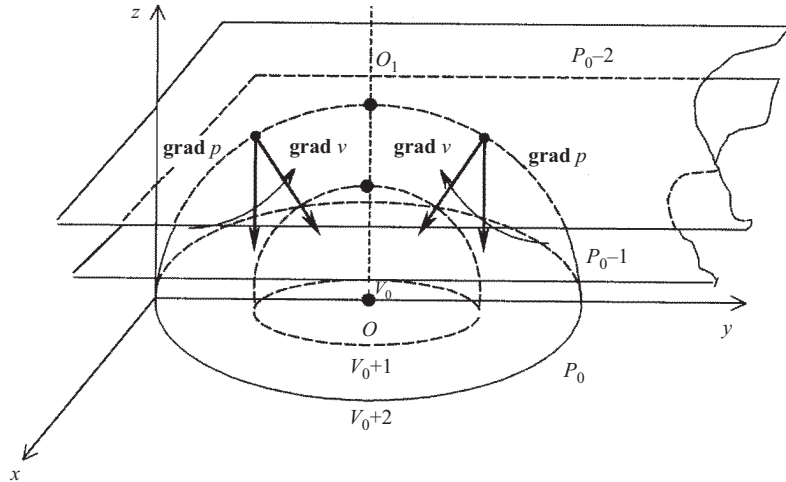


Рис. 4. Изобароизостерические поверхности вокруг изолированного центра парообразования

В случае плоского пограничного слоя вблизи горизонтальной поверхности, на которой распределено несколько точечных источников тепла, картина изобарических и изостерических линий будет подобна изображенной на рис. 5.

Данная картина согласуется с результатами Леонтьева и Кирдяшкина [12], утверждающих, что передача тепла от горячей поверхности теплообмена к жидкости при свободной конвекции осуществляется в основном системой парных вихрей, образующихся вблизи поверхности. В диапазоне чисел Релея $Ra = 1700-10^5$ течение в горячем слое имеет ячеистую структуру. При $Ra \gg 10^5$ ячеистая структура сохраняется и в большом объеме вблизи поверхности нагрева. Таким образом, двумерное течение жидкости при больших числах Релея эти авторы рассматривают как течение с постоянной завихренностью в ядре валика, где силы вязкости пренебрежимо малы, и описывают его уравнением Пуассона

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega \quad (3)$$

с условием на границе $\psi = 0$, где ψ — функция тока, ω — завихренность ядра валика.

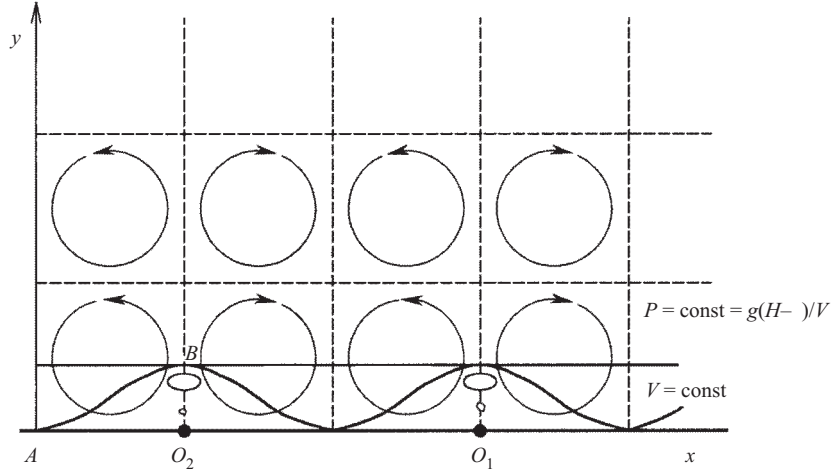


Рис. 5. Изобароизостерические линии вблизи поверхности нагрева в плоском случае

Оценим изменение циркуляции в тепловом пограничном слое жидкости. Для этого рассмотрим интеграл $-\oint_L v dp$ по контуру ABO_2A (см. рис. 5):

$$-\oint_{ABO_2A} v dp = -\int_{AB} v dp - \int_{BO_2} v dp - \int_{O_2A} v dp. \quad (4)$$

На линии AB сохраняется постоянное значение удельного объема $v(T_0)$, равное значению удельного объема жидкости в большом объеме с температурой T_0 , $p = \frac{g(H-y)}{v(T_0)}$, $dp = -\frac{g dy}{v(T_0)}$, поэтому

$$-\int_{AB} v dp = \frac{gv(T_0)}{v(T_0)} \int_0^\delta dy = g\delta. \quad (5)$$

На линии O_2A $p = \text{const} = p_A$, $dp = 0$, так что

$$-\int_{O_2A} v dp = 0. \quad (6)$$

На линии BO_2 изменение удельного объема описывается выражением

$$v(T) = v(T_0)(1 + \alpha(T - T_0)), \quad (7)$$

где α — коэффициент объемного расширения жидкости. Распределение безразмерной температуры по сечению пограничного слоя аппроксимируется выражением [12]

$$\theta = 1 - 2\eta + 2\eta^3 - \eta^4, \quad (8)$$

где $\theta = \frac{T - T_0}{T_{\text{ст}} - T_0}$, $\eta = \frac{y}{\delta}$, $T_{\text{ст}}$ — температура поверхности нагрева, T_0 — температура жидкости в большом объеме.

Тогда, условившись считать $v(T_0) = v_0$, имеем

$$lv(T) = v_0(1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0))(1 - 2\frac{y}{\delta} + 2\frac{y^3}{\delta^3} - \frac{y^4}{\delta^4}), \quad (9)$$

$$dp = -\frac{gv + g(H - y)v_0\alpha(T_{\text{ст}} - T_0)(-\frac{2}{\delta} + 6\frac{y^2}{\delta^3} - 4\frac{y^3}{\delta^4})}{v^2}dy, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} -\int_{BO_2} vdp &= g \int_0^\delta (1 + (H - y)v_0\alpha(T_{\text{ст}} - T_0)\frac{-\frac{2}{\delta} + 6\frac{y^2}{\delta^3} - 4\frac{y^3}{\delta^4}}{v})dy = \\ &= g\delta - gH \ln(1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)) - \end{aligned} \quad (11)$$

$$-g\alpha(T_{\text{ст}} - T_0) \int_0^\delta \frac{(-2\frac{y}{\delta} + 6\frac{y^3}{\delta^3} - 4\frac{y^4}{\delta^4})dy}{1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)(1 - 2\frac{y}{\delta} + 2\frac{y^3}{\delta^3} - \frac{y^4}{\delta^4})}. \quad (12)$$

Пусть

$$I = \int_0^\delta \frac{(-2\frac{y}{\delta} + 6\frac{y^3}{\delta^3} - 4\frac{y^4}{\delta^4})dy}{1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)(1 - 2\frac{y}{\delta} + 2\frac{y^3}{\delta^3} - \frac{y^4}{\delta^4})}. \quad (13)$$

Оценим значение I . Введем замену $\frac{y}{\delta} = t$, $dy = \delta t$. Тогда

$$I = \delta \int_0^1 \frac{(-2t + 6t^3 - 4t^4)dt}{1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)(1 - 2t + 2t^3 - t^4)}. \quad (14)$$

Подынтегральная функция на концах промежутка интегрирования принимает равные значения и имеет максимум внутри промежутка $f_{\text{max}} \approx f(0,4) = 1,014$. По теореме об оценке значения определенного интеграла $0 \leq I \leq \delta f_{\text{max}} \cdot 1$. То есть $0 \leq I \leq 1,014\delta$. Считая $I \approx \delta$, получим

$$-\int_{BO_2} vdp = g\delta - gH \ln(1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)) - g\alpha(T_{\text{ст}} - T_0)\delta. \quad (15)$$

Следовательно,

$$\frac{d\Gamma}{dt} = -\int_{ABO_2A} vdp \approx 2g\delta(1 - \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)) - gH \ln(1 + \alpha(T_{\text{ст}} - T_0)) \quad (16)$$

при $\alpha = \frac{1}{273}$, $T_{\text{ст}} - T_0 = 10^\circ$, $\delta = 0,01$ м, $H = 0,1$ м, $\frac{d\Gamma}{dt} \approx 0,154 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$.

Таким образом, становится очевидным, что циркуляция скорости по сечению вихревой трубки фактически линейно растет с увеличением толщины пограничного слоя, что приводит к распространению вихревой области в большой объем. Наблюдения показывают, что процесс роста и отрыва парового пузырька визуально аналогичен образованию термика. Имеющийся градиент гидростатического давления $\Delta p = (g/v)2R$, где R — радиус зародыша пузырька, приводит к образованию тора с естественно образующейся циркуляцией, который затем приобретает форму эллипсоида или шара.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КИПЕНИЯ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ВИХРЕЙ

Итак, в процессе кипения мы имеем дело с движением жидкости, характеризующимся наличием завихренности, то есть фактически с турбулентным движением. Понимание механизмов турбулентности практически ничего не дает для описания конкретных турбулентных течений. Трудность задачи описания процесса кипения, как и других подобных задач, связана с тем, что реальные турбулентные течения неоднородны в пространстве и обычно настолько непохожи на однородную изотропную турбулентность, для которой имеется полное описание, что соответствующие решения не удастся использовать для практических целей, довольствуясь скорее эмпирическими зависимостями. Поэтому часто за основу построения приближенных теорий берут решение, соответствующее не турбулентному, а предшествующему ему регулярному режиму [14]. Такой подход оказывается продуктивным еще и потому, что многие течения, как и в случае кипения жидкости, оказываются не полностью хаотизированными, а содержат характерные и для предтурбулентного режима отдельные вихревые структуры.

В этой ситуации кажется разумным прибегнуть к так называемым вихревым методам для моделирования процесса кипения. Как известно, вихревые методы применяются для моделирования течений сплошной среды, содержащих области завихренности [13, 15]. Суть методов состоит в дискретизации таких областей и отслеживании вводимых дискретных вихревых образований в рамках лагранжевого представления координат и скоростей. Необходимые локальные скорости вычисляются в результате решения уравнения Пуассона

$$\nabla^2 \mathbf{u} = -\nabla \times \omega, \quad (17)$$

где $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ — скорость жидкости в точке $\mathbf{x} = (x, y, z)$, $\omega = \mathbf{rot} u$ — завихренность, и могут быть записаны в виде интеграла Био–Савара:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \times \omega(\mathbf{x}', t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} d\mathbf{x}'. \quad (18)$$

Скорость каждого дискретного вихря задается значением поля скорости жидкости в точке его расположения, т. е.

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}_i, t), \quad (19)$$

$\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, z_i)$ — координаты вихря, расположенного в точке \mathbf{x}_i . Учитывая, что в двумерном случае для системы точечных вихрей

$$\omega(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^N \Gamma_i \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)], \quad (20)$$

где δ — δ -функция Дирака, Γ_i — циркуляция i -го вихря, расположенного в точке \mathbf{x}_i , и что в области R $\Gamma_R = \int_R \omega d\mathbf{x}$, имеем

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = -\frac{1}{2\pi} \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) \times \mathbf{e}_z \Gamma_j}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^2}. \quad (21)$$

Таким образом, течение в двумерной области, содержащей завихренность, описывается системой $2N$ нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В трехмерном случае решение подобной задачи также сводится к системе нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для координат N вихревых нитей. Именно это обстоятельство, а также наглядность получаемых решений являются достоинствами вихревых методов. Однако существуют и недостатки. Во-первых, при введении точечных дискретных вихревых образований возникает проблема сингулярности скорости. Чтобы избежать ее, применяют так называемые вихревые капли с конечным размером ядра, внутри которых вводят распределенную завихренность [13]. Но при этом приходится сталкиваться с другой проблемой — проблемой выбора функции распределения завихренности и связанного с нею размером ядра вихря. Этот выбор достаточно произволен и в большой степени влияет на точность метода. Во-вторых, точность получаемой модели зависит от количества вводимых дискретных образований. Кроме этого, погрешность появляется из-за того, что расчетные элементы предполагаются сохраняющими свою первоначальную форму на протяжении всего расчетного промежутка времени, тогда как реальный жидкий элемент, несущий данную завихренность, может претерпеть значительную деформацию.

Как представляется автору, применение метода дискретных вихрей к описанию динамики процесса кипения жидкости разумно не только в силу указанных выше причин, но и потому, что при этом можно избежать некоторых

из упомянутых трудностей метода, вводя в него некоторые изменения. Принципиальное предложение заключается в том, чтобы совместить дискретные вихревые образования с пузырями газа, т. е. разместить точечные вихри внутри пузырей. При этом исчезает сингулярность, так как ее область находится внутри пузыря и является фиктивной, а вместе с нею и отпадает необходимость выбора произвольных параметров распределения в ядре вихря. К тому же количество вводимых дискретных вихрей в таком случае практически будет совпадать с реальным числом образующихся вихрей.

Из-за отсутствия инерции пузыря относительно жидкости (тангенциальная составляющая скорости на границе жидкость–газ отлична от нуля) движение его аналогично скольжению вихря, поэтому схема расчета такого двумерного течения заметно упрощается и будет выглядеть следующим образом:

$$r_i^k = \frac{\epsilon^{kl}}{2\pi} \sum_{j=1}^N \frac{r_j^l - r_i^l}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} \Gamma_j, \quad (22)$$

где r_i^k ($k = 1, 2$) — координаты пузыря-вихря с циркуляцией Γ_i , ϵ^{kl} — двумерный тензор Леви–Чивита. Таким образом, описание дисперсной газожидкостной среды оказывается математически эквивалентным описанию набора дискретных вихрей в однофазной среде.

В трехмерном случае удобно ввести набор дискретных кольцевых вихрей, который, согласно построенной выше качественной картине, будет лучше соответствовать реальному процессу вихреобразования при кипении жидкости. В этом случае поле течения определяется функцией тока [11]

$$\psi(x, r) = -\frac{\Gamma}{2\pi} (\sigma_1 + \sigma_2) (K(\alpha) - E(\alpha)), \quad (23)$$

где

$$\sigma_1 = ((x - x')^2 + (r - r')^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (24)$$

$$\sigma_2 = ((x - x')^2 + (r + r')^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (25)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1}, \quad (26)$$

$$K(\alpha) = \int_0^1 ((1 - t^2)(1 - \alpha^2 t^2))^{-\frac{1}{2}} dt, \quad (27)$$

$$E(\alpha) = \int_0^1 (1 - t^2)^{-\frac{1}{2}} (1 - \alpha^2 t^2)^{\frac{1}{2}} dt, \quad (28)$$

x, r — текущие аксиальная и радиальная координаты жидкости; x', r' — соответствующие координаты центра тороидального вихря с циркуляцией Γ .

Тогда движение набора тороидальных вихрей будет задано системой уравнений [15]:

$$\frac{dx_i}{dt} = u_i = u_{c_i} + u_{s_i}, \quad (29)$$

$$\frac{dr_i}{dt} = v_i = v_{c_i}, \quad (30)$$

где u_{c_i}, v_{c_i} — аксиальная и радиальная компоненты скорости, индуцированные $(N - 1)$ вихрями, исключая i -й, u_{s_i} — самоиндуцированная скорость тороидального вихря:

$$\begin{aligned} u_{c_i} = & \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{\Gamma_k}{2\pi r_i} \left\{ \left[\frac{r_i - r_k}{\sigma_{1,ik}} + \frac{r_i + r_k}{\sigma_{2,ik}} \right] (K(\alpha_{ik}) - E(\alpha_{ik})) + \right. \\ & + \left. \left(\frac{\partial K(\alpha)}{\partial \alpha} - \frac{\partial E(\alpha)}{\partial \alpha} \right) \Big|_{\alpha_{ik}} \left[\frac{r_i + r_k}{\sigma_{2,ik}} - \frac{r_i - r_k}{\sigma_{1,ik}} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\sigma_{2,ik} - \sigma_{1,ik}}{\sigma_{1,ik} + \sigma_{2,ik}} \left(\frac{r_i - r_k}{\sigma_{1,ik}} + \frac{r_i + r_k}{\sigma_{2,ik}} \right) \right] \right\}, \quad (31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{c_i} = & - \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{\Gamma_k}{2\pi r_i} \left\{ \left[(x_{ij} - x_{kj}) \left(\frac{1}{\sigma_{1,ik}} + \frac{1}{\sigma_{2,ik}} \right) \times \right. \right. \\ & \times (K(\alpha_{ik}) - E(\alpha_{ik})) + \left. \left(\frac{\partial K(\alpha)}{\partial \alpha} - \frac{\partial E(\alpha)}{\partial \alpha} \right) \Big|_{\alpha_{ik}} \times \right. \\ & \times \left[(x_{ij} - x_{kj}) \left(\frac{1}{\sigma_{2,ik}} - \frac{1}{\sigma_{1,ik}} \right) - \right. \\ & \left. \left. - \frac{\sigma_{2,ik} - \sigma_{1,ik}}{\sigma_{2,ik} + \sigma_{1,ik}} \left(\frac{1}{\sigma_{1,ik}} + \frac{1}{\sigma_{2,ik}} \right) (x_i - x_k) \right] \right\}, \quad (32) \end{aligned}$$

$$u_{s_i} = \frac{\Gamma_i}{4\pi r_i'} \left[\ln \left(\frac{8r_i'^{\frac{3}{2}}}{B} \right) - \frac{1}{4} + o \left(\frac{B}{r_i'^{\frac{3}{2}}} \right) \right], \quad (33)$$

где x_i, r_i — координаты i -го вихря,

$$\sigma_{1,ik} = ((x_i - x_k)^2 + (r_i - r_k)^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (34)$$

$$\sigma_{2,ik} = ((x_i - x_k)^2 + (r_i + r_k)^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (35)$$

$$\alpha_{ik} = \frac{\sigma_{2,ik} - \sigma_{1,ik}}{\sigma_{2,ik} + \sigma_{1,ik}}, \quad (36)$$

$$B = 0,001 [15], \quad (37)$$

r_i' — радиальная координата i -го вихревого кольца. В качестве начальных координат вихрей будут выступать координаты центров парообразования и

радиусы торов-пузырей в момент отрыва. Величину циркуляции каждого вихря можно оценить выражением

$$\Gamma \simeq g^{\frac{1}{2}} r_d^{\frac{3}{2}}, \quad (38)$$

здесь r_d — радиус пузыря в момент отрыва.

Таким образом, в результате наших построений мы получили модель расчета гидродинамических параметров процесса кипения идеальной несжимаемой или баротропной жидкости. Относительная простота и логика полученной модели являются основным ее преимуществом. В соответствии с описанной моделью были проведены расчеты координат и скоростей пузырьков пара, отрывающихся от плоской горизонтальной поверхности в одном и том же изолированном центре парообразования и всплывающих в кипящей воде. Этот вариант расчета соответствует в реальности области изолированных пузырьков стадии пузырькового кипения. Расчеты проделаны для пузырьков с отрывным радиусом $r_d = 0,01; 0,5; 1$ мм, всплывающих в момент отрыва со скоростью, равной: 1) $u_d = 0,001; 0,005; 0,01; 0,02; 0,03$ м/с; 2) $u_d = \sqrt{gr_d}$ м/с, с шагом по времени $dt = 10^{-5}; 10^{-4}; 10^{-3}$ с и с частотой отрыва $f = 10^5; 10^4; 10^3$ с $^{-1}$ соответственно. Результаты расчетов представлены на рис. 6–15. Анализируя полученные результаты, можно отметить следующее. Пузырьки всех исследованных размеров во время своего движения испытывают колебания формы в горизонтальной плоско-

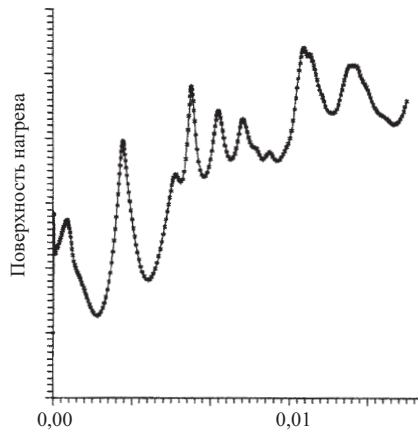


Рис. 6. Траектория вихря-пузыря $N1$ при $r_d = 0,001$, $u_d = 0,003$, $dt = 10^{-5}$, $n = 300$

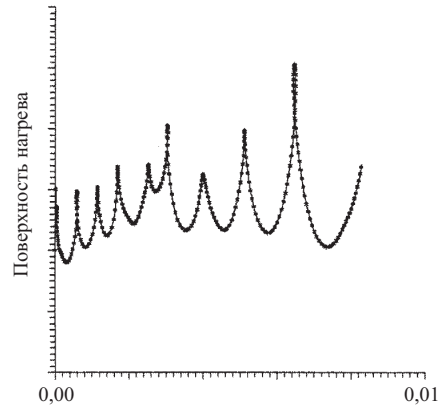


Рис. 7. Траектория вихря-пузыря $N1$ при $r_d = 0,0005$, $u_d = \sqrt{gr_d}$, $dt = 10^{-5}$, $n = 300$

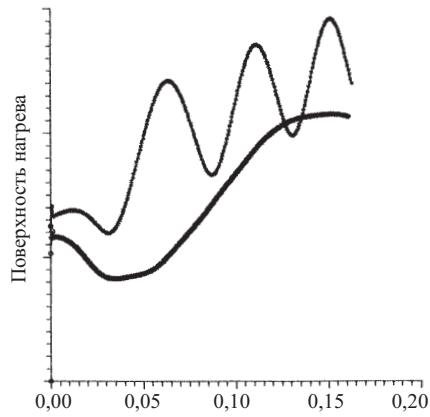


Рис. 8. Траектории вихрей-пузырей $N3$ (верхняя) и $N4$ (нижняя) при $r_d = 0,0005$, $dt = 10^{-3}$

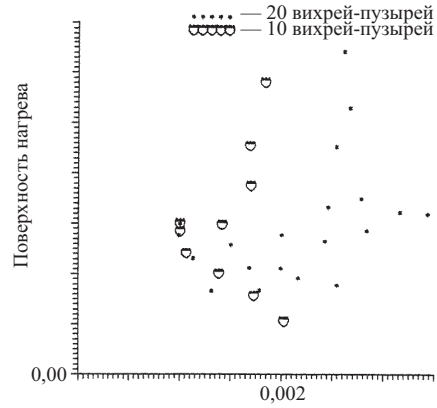


Рис. 9. Сравнительная картина расположения 10 вихрей-пузырей в момент появления 11-го и 20 вихрей-пузырей в момент появления 21-го при $r_d = 0,001$, $u_d = 0,003$, $dt = 10^{-5}$

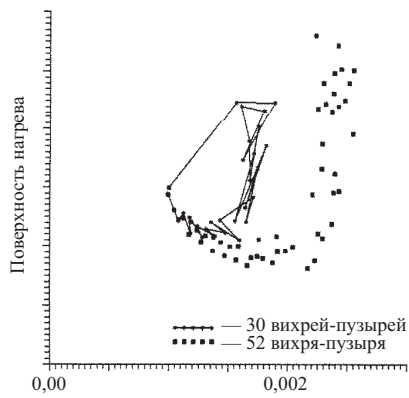


Рис. 10. Сравнительная картина расположения 30 вихрей-пузырей в момент появления 31-го и 52 вихрей-пузырей в момент появления 53-го при $r_d = 0,001$, $u_d = 0,003$, $dt = 10^{-5}$

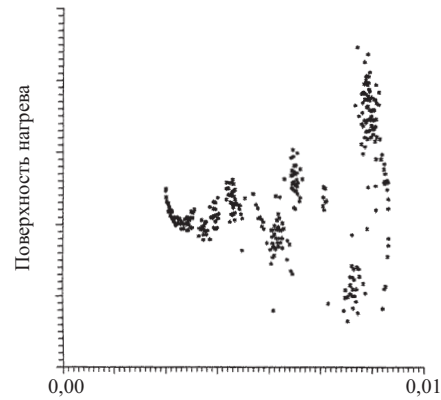


Рис. 11. Картина расположения 300 вихрей-пузырей в момент появления 301-го при $r_d = 0,0005$, $u_d = \sqrt{gr_d}$, $dt = 10^{-5}$

сти — пульсации, что в действительности наблюдается у пузырьков крупных размеров ($R > 1$ см). При возрастании количества оторвавшихся пузырьков

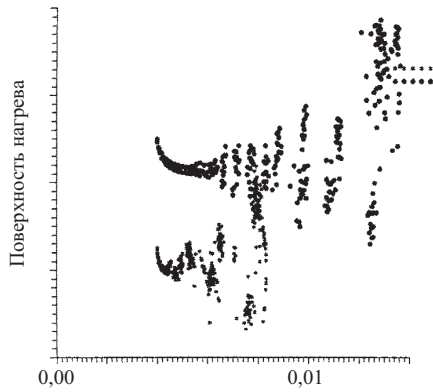


Рис. 12. Картина расположения 300 вихрей-пузырей в момент появления 301-го при $r_d = 0,0005$, $u_d = \sqrt{gr_d}$ и $r_d = 0,001$, $u_d = 0,003$, $dt = 10^{-5}$

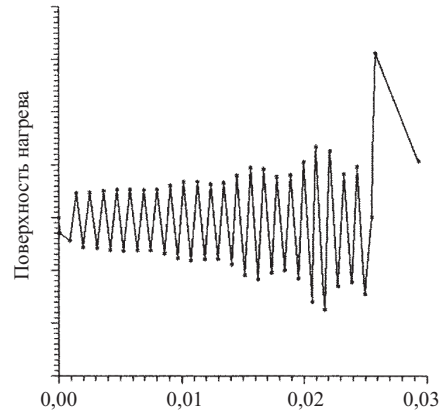


Рис. 13. Картина расположения 50 вихрей-пузырей при $r_d = 0,0005$, $dt = 10^{-3}$

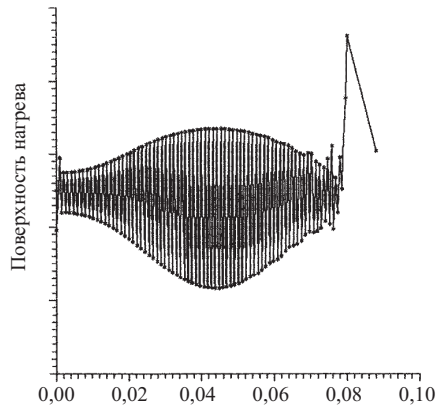


Рис. 14. Картина расположения 150 вихрей-пузырей при $r_d = 0,0005$, $dt = 10^{-3}$

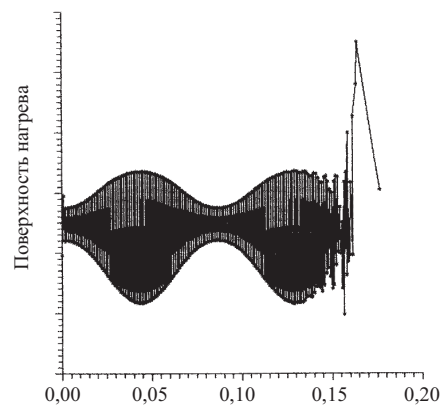


Рис. 15. Картина расположения 300 вихрей-пузырей при $r_d = 0,0005$, $dt = 10^{-3}$

они группируются в ансамбли, все более разрозненные и отдаленные друг от друга по мере удаления от центра парообразования и протяженные в горизонтальном направлении. Такие ансамбли можно соотнести с паровыми грибами

и паровыми кавернами в реальном процессе пузырькового кипения, а в целом картина напоминает первую переходную область и область паровых грибов стадии пузырькового кипения. Это указывает на применимость предложенной модели расчета для описания процесса кипения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Несис Е. И.* Кипение жидкостей. М.: Наука; Физматлит, 1973. 280 с.
2. *Gaertner R. F.* // Trans. ASME (Теплопередача). 1965. V. C87, No 1. P. 20.
3. *Товажнянский Л. Л., Анінко О. Б., Капустенко П. О.* Теплопередача в аппаратах хімічної технології: Навч. посібн. Харків: НТУ ХП, 2002. 151 с.
4. *Geshev P. I., Safarova N. S.* Calculation of rise velocity and mass transfer for ellipsoidal bubbles // Journal of Engineering Thermophysics. 2002. V. 11. P. 167–180.
5. *Чесноков А. А.* Характеристические свойства и точные решения кинетического уравнения пузырьковой жидкости // Прикладная механика и техническая физика. 2003. № 3. С. 41–50.
6. *Павленко А. Н., Стародубцева И. П., Мацех А. М.* Влияние граничных условий на динамику развития очагов пленочного кипения // Теплофизика и аэромеханика. 2003. № 4. С. 611–628.
7. *Жуков С. А., Жукова Л. А., Афанасьев С. Ю.* Моделирование процесса инициирования пленочного режима кипения // Теплофизика и аэромеханика. 2002. № 4. С. 561–583.
8. *Теплицкий Ю. С., Ковенский В. И.* О сопротивлении циркулирующего кипящего слоя // Инженерно-физический журнал. 2001. Т. 74, № 1. С. 62–67.
9. *Теплицкий Ю. С.* Пристенная гидродинамика циркулирующего кипящего слоя // Инженерно-физический журнал. 2001. Т. 74, № 5. С. 177–182.
10. *Bayazit Baris B., Hollingsworth D. Keith, Witte Larry C.* Heat Transfer Enhancement Caused by Sliding Bubbles // Journal of Heat Transfer. 2003. V. 125, № 3. P. 503–509
11. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. М., 1955. Т. 1. 560 с.
12. *Леонтьев А. И., Кирдякин А. Г.* О возникновении паровой фазы на горизонтальной поверхности нагрева // ИФЖ. 1969. Т. 16, № 6. С. 1110–1115.
13. *Leonard A.* Vortex Methods for Flow Simulation // J. Comp. Phys. 1980. V. 37. P. 289–335.

14. Гапонов-Грехов А. В., Рабинович М. И. Нелинейная физика. Стохастичность и структуры // Физика XX века: развитие и перспективы: Сб. ст. М.: Наука, 1984. С. 219–280.
15. Chung J. N., Troutt T. R. Simulation of particle dispersion in an axisymmetric jet // J. Fluid Mech. 1988. V. 186. P. 199–222.

Получено 2 марта 2004 г.

Редактор *О. Г. Андреева*
Макет *Е. В. Сабеевой*

Подписано в печать 11.05.2004.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,19. Уч.-изд. л. 1,45. Тираж 310 экз. Заказ № 54418.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/