

P4-2004-115

В. К. Лукьянов, Е. В. Земляная, К. В. Лукьянов

ЯДРО-ЯДЕРНОЕ РАССЕЙАНИЕ  
В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ  
И ОПТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ФОЛДИНГА

Направлено в журнал «Ядерная физика»

Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Лукьянов К. В.

P4-2004-115

Ядро-ядерное рассеяние в высокоэнергетическом приближении  
и оптический потенциал фолдинга

Получен комплексный потенциал фолдинга, соответствующий эйкональной фазе оптического предела высокоэнергетического приближения Глаубера–Ситенко для ядро-ядерного рассеяния. Он не содержит свободных параметров, его вещественная и мнимая часть зависят от энергии и определяются известными данными о распределениях ядерных плотностей и об амплитуде нуклон-нуклонного рассеяния. Альтернативно для вещественной части используется также потенциал фолдинга с эффективными нуклон-нуклонными силами и учетом обмена нуклонами. В итоге строится оптический микроскопический потенциал, где вклады рассчитанных вещественной и мнимой части регулируются подгонкой двух параметров. Результативность такого подхода подтверждается сравнением расчетов с экспериментальными данными сечений упругого рассеяния.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004

Перевод авторов

Lukyanov V. K., Zemlyanaya E. V., Lukyanov K. V.

P4-2004-115

Nucleus–Nucleus Scattering in the High-Energy Approximation  
and the Optical Folding Potential

For the nucleus–nucleus scattering, the complex potential is obtained which corresponds to the eikonal phase of an optical limit of the Glauber–Sitenko high-energy approximation. The potential does not include free parameters, its real and imaginary parts depend on energy and are determined by the reported data on the nuclear density distributions and nucleon–nucleon scattering amplitude. Alternatively, for the real part, the folding potential can be utilized which includes the effective  $NN$ -forces and the exchange term, as well. As a result, the microscopic optical potential is constructed where contributions of the calculated real and imaginary parts are formed by fitting the two respective factors. An efficiency of the approach is confirmed by agreements of calculations with the experimental data on elastic scattering cross-sections.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что такие характеристики ядро-ядерных столкновений, как дифференциальное сечение упругого рассеяния и полное сечение реакции при энергиях в десятки и сотни МэВ на нуклон падающего ядра, весьма чувствительны к структуре сталкивающихся ядер в области их периферии. Так, анализ полных сечений реакций нестабильных легких ядер с ядрами позволил установить у ряда из них экзотическую структуру, а именно гало или избыток нуклонов в области поверхности [1] (см. также обзоры [2–4]). Детальное изучение дифференциальных сечений упругого рассеяния альфа-частиц и ядер  $p$ -оболочки с ядрами привело к необходимости вводить эффективные нуклон-нуклонные силы, зависящие от ядерной плотности и энергии столкновения [5–7]. На этой основе исследуются свойства ядерной материи в области перекрытия ядерных плотностей [6, 8]. Получение такого рода информации о структуре ядер и ядерной материи требует детального знания механизма взаимодействия ядер, и в первую очередь построения ядро-ядерных оптических потенциалов. При этом, учитывая проблему неоднозначности в получении феноменологических потенциалов с помощью  $\chi^2$ -подгонок, важнее с самого начала строить оптические потенциалы, опираясь на четкие физические модели механизма взаимодействия ядер. В настоящее время имеется хорошо разработанная полумикроскопическая модель, в которой вещественная часть комплексного потенциала рассчитывается на основе микроскопической модели двойного фолдинга (МДФ), а его мнимая часть задается феноменологически, обычно в вудс-саксоновской форме, параметры которой находят подгонкой к экспериментальным данным.

В настоящей работе мы предлагаем микроскопический подход, где как вещественная, так и мнимая часть потенциала вычисляются на базе микроскопических моделей. С этой целью используется оптический потенциал, который можно найти как точное соответствие оптическому пределу микроскопической модели рассеяния в высокоэнергетическом приближении (ВЭП), предложенной вначале Глаубером и Ситенко для адрон-ядерного рассеяния [10, 11], а позднее обобщенной на случай рассеяния ядер [12, 13]. В ряде случаев для расчета вещественной части потенциала мы используем также МДФ с учетом обмена нуклонами. Этот материал изложен в разд. 1 и 2. В разд. 3 приводятся расчеты таких потенциалов, предлагается модель подгонки, когда варьируются два нормирующих множителя, определяющих вклад вещественной и мнимой части потенциала, дано сравнение с экспериментальными сечениями упругого рассеяния.

## 1. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Многие исследования ядро-ядерного рассеяния при энергиях  $10 \div 100$  МэВ/нуклон основаны на эйкональном приближении. Это позволяет ряд расчетов выполнить аналитически и таким образом выявить зависимость сечений от физических параметров задачи, что облегчает понимание механизма процесса. Подход применим при выполнении условий  $E \gg |U|$ ,  $kR_f \gg 1$  и  $\vartheta \ll \vartheta = \sqrt{2/kR_f + Z_p Z_t e^2/ER_f}$  [14], где  $E$  — кинетическая энергия столкновения,  $U$  — потенциал,  $R_f$  — граница области его основного вклада,  $k$  — импульс относительного движения ядер,  $\vartheta$  — угол рассеяния,  $Z_p e$  и  $Z_t e$  — заряды падающего ядра и ядра-мишени. Амплитуда упругого рассеяния и полное сечение реакции имеют вид

$$f(q) = ik \int_0^\infty dbb J_0(qb) \left[ 1 - e^{i\Phi_N(b) + i\Phi_C(b)} \right], \quad (1)$$

$$\sigma_R = 2\pi \int_0^\infty dbb \left[ 1 - e^{-2\text{Im}\Phi_N(b)} \right], \quad (2)$$

где  $b$  — прицельный параметр,  $q = 2k \sin \vartheta/2$  — переданный импульс. Вся информация о структуре ядер заложена в эйкональных фазах рассеяния, кулоновской  $\Phi_C$  и ядерной  $\Phi_N$ . Сама фаза вычисляется как интеграл от потенциала вдоль прямолинейной траектории движения:

$$\Phi(b) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^\infty U(\sqrt{b^2 + z^2}) dz, \quad (3)$$

где  $v$  — скорость относительного движения ядер. Обычно используется кулоновская фаза  $\Phi_C(b)$  явного вида для потенциала взаимодействия точечного заряда  $Z_p e$  с однородным распределением заряда  $Z_t e$  в области  $r \leq R_c = r_c(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})$ . Что касается ядерной фазы  $\Phi_N(b)$ , то для реалистических форм оптического потенциала  $U_{\text{opt}}(r) = V(r) + iW(r)$  ее приходится находить численно либо строить приближенные методы вычисления [15], а параметры потенциала подгонять в ходе сравнения с экспериментальными данными. Иногда необходимо учитывать отклонение траектории от прямой первоначального движения, проходящей параллельно оси  $oz$  на расстоянии прицельного параметра  $b$ . И поскольку на периферии главную роль играет кулоновское поле  $Z_p Z_t e^2/r$ , то учесть искажение можно, заменив  $b$  на расстояние максимального сближения ядер  $b_c$  в этом поле:

$$b \Rightarrow b_c = \bar{a} + \sqrt{\bar{a}^2 + b^2}, \quad (4)$$

где  $\bar{a} = Z_p Z_t e^2/2E$  есть полурасстояние максимального сближения при  $b = 0$ . В целом такой феноменологический подход, когда форма потенциала зада-

ется, а параметры подгоняются, оставляет мало надежд на построение «глобального ядро-ядерного потенциала» из-за непомерно большого объема работы. Действительно, набор параметров для каждой заданной энергии оказывается свой, а сочетаний пар сталкивающихся ядер очень много. Кроме того, остается проблема неоднозначности потенциалов, когда подгонка к одним и тем же данным дает разные наборы параметров с близкими значениями минимумов  $\chi^2$ , а значит, надо выбирать один потенциал из нескольких, что подчас оказывается субъективным. Поэтому целесообразно с самого начала ограничивать класс потенциалов исходя из определенных модельных предположений о механизме процесса и вести подгонку в пределах этого класса.

В этом плане перспективными являются микроскопические теории, в которых либо потенциал, либо сама фаза  $\Phi_N(b)$  рассчитывается на базе данных о структуре ядер и взаимодействии составляющих их нуклонов. Так, идея эйконала и предположение о механизме перерасеяния нуклонов падающего ядра нуклонами ядра-мишени позволили обобщить высокоэнергетическое приближение, разработанное вначале для адрон-ядерного рассеяния [10, 11], на случай ядро-ядерного рассеяния [12, 13]. При этом фаза рассеяния  $\Phi_N$  получается в явном виде без построения самого потенциала  $U_{\text{opt}}(r)$ . В так называемом оптическом пределе теории фаза определяется плотностью распределения точечных нуклонов в налетающем ядре  $\rho_p^\circ(r)$ , ядре-мишени  $\rho_t^\circ(r)$  и амплитудой нуклон-нуклонного рассеяния [12]:

$$\Phi_N(b) = \frac{\bar{\sigma}_{NN}}{2} (i + \bar{\alpha}_{NN}) \int d^2 s_p d^2 s_t \rho_p^\circ(s_p) \rho_t^\circ(s_t) f_N(|\vec{\xi} = \vec{b} + \vec{s}_p - \vec{s}_t|). \quad (5)$$

Здесь  $\rho^\circ(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho^\circ(\sqrt{s^2 + z^2}) dz$  — профильная функция плотности  $\rho^\circ(r)$ , нормированной на массовое число ядра  $A$ , векторы  $\mathbf{s}$ ,  $\boldsymbol{\xi}$  лежат в плоскости прицельного параметра  $b$ , перпендикулярной оси  $oz$ , а  $\bar{\sigma}_{NN}$  и  $\bar{\alpha}_{NN}$  есть усредненные по изоспинам ядер полное сечение  $NN$ -рассеяния и отношение действительной к мнимой части амплитуды  $NN$ -рассеяния под углом вперед. Функция  $f_N(\xi)$  определяется через формфактор  $\tilde{f}_N(q)$  амплитуды  $NN$ -рассеяния  $f_N(q) = f_N(0)\tilde{f}_N(q)$  как двумерный фурье-образ:  $f_N(\xi) = (2\pi)^{-2} \int d^2 q \exp(-i\mathbf{q}\boldsymbol{\xi}) \tilde{f}_N(q)$ . При этом формфактор обычно задается в форме гауссовой функции  $\tilde{f}_N(q) = \exp(-q^2 r_{N rms}^2/6)$ , где  $r_{N rms}$  есть среднеквадратичный радиус  $NN$ -взаимодействия.

Вместе с этим в последнее десятилетие много усилий было направлено на развитие микроскопических моделей для расчета самих ядро-ядерных потенциалов, и прежде всего модели двойного фолдинга. Ниже мы подробно обсудим связь этих двух подходов, ВЭП и МДФ, а пока отметим одну характерную черту последнего, а именно то, что в нем наиболее продвинуты расчеты только вещественной части оптического потенциала. Что же касается его мнимой части, то ее форма обычно задается феноменологически, а параметры подгоняются под эксперимент, то есть опять необходимо искать свой

набор параметров при каждой энергии и бороться с неоднозначностью. Такой подход мы называем *полумикроскопическим*. В противоположность ему в *микроскопическом* подходе ВЭП фаза  $\Phi_N$  (5) вычисляется однозначно, она является комплексной и ее зависимость от энергии определяется  $E$ -зависимостью величин  $\bar{\sigma}_{NN}$  и  $\bar{\alpha}_{NN}$ , известной из экспериментов по  $NN$ -рассеянию. Это дает повод связать оба подхода, ВЭП и МДФ, и получить потенциал с вещественной и мнимой частью, который будет зависеть от энергии и однозначно соответствовать фазе ВЭП. Этот потенциал можно использовать также для расчета сечений при более низких энергиях, где ВЭП неприменимо, и поэтому необходимо численно решать уравнение Шредингера.

## 2. ПОТЕНЦИАЛЫ ФОЛДИНГА

Для построения потенциала, соответствующего ВЭП, исходим из определения *прямой* части потенциала МДФ [9], записанного в импульсном представлении:

$$U(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q e^{-i\mathbf{qr}} \tilde{\rho}_p^\circ(q) \tilde{\rho}_t^\circ(q) v_{NN}(q), \quad (6)$$

где  $\tilde{\rho}^\circ(q) = \int d^3r \exp(i\mathbf{qr}) \rho^\circ(r)$  — формфактор точечной плотности ядра. Подобно тому как это делают в ВЭП, выразим на основе оптической теоремы фурье-образ нуклон-нуклонного потенциала  $v_{NN}(r)$  через формфактор  $NN$ -амплитуды:  $v_{NN}(q) = -(E/k)\sigma_{NN}(i+\alpha_{NN})\tilde{f}_N(q)$ . Тогда (6) принимает вид

$$U_{\text{opt}}^H(r) = V^H(r) + iW^H(r), \quad (7)$$

$$V^H = -\frac{2E}{k(2\pi)^2} \bar{\sigma}_{NN} \bar{\alpha}_{NN} \int_0^\infty dq q^2 j_0(qr) \tilde{\rho}_p^\circ(q) \tilde{\rho}_t^\circ(q) \tilde{f}_N(q), \quad (7a)$$

$$W^H = -\frac{2E}{k(2\pi)^2} \bar{\sigma}_{NN} \int_0^\infty dq q^2 j_0(qr) \tilde{\rho}_p^\circ(q) \tilde{\rho}_t^\circ(q) \tilde{f}_N(q), \quad (7б)$$

Индекс  $H$  указывает, как мы увидим ниже, на соответствие этого потенциала методу ВЭП. А пока отметим, что при расчете (7а), (7б) полезно учесть тот факт, что (см. [16]) при малых  $q$  формфактор  $\tilde{f}_N(q)$  практически совпадает с формфактором нуклона  $F_N(q)$ , и тогда удобно использовать соотношение  $\tilde{\rho}_t^\circ(q) \tilde{f}_N(q) = \tilde{\rho}_t(q)$ , где  $\tilde{\rho}_t(q)$  есть формфактор ядра-мишени, который обычно можно взять непосредственно из данных по рассеянию электронов. Ниже в расчетах мы будем использовать параметры ядерных плотностей  $\rho(r)$  и точечных плотностей  $\rho^\circ(r)$  из [16] (см. соответственно табл. 1 и 2).

Теперь покажем, что потенциал  $U^H$  дает ту же самую фазу  $\Phi_N$ , которая была получена в теории многократного рассеяния ВЭП в [12]. Учтем, что в ВЭП работают в цилиндрической системе координат, где  $d^3q = q_\perp dq_\perp d\phi dq_\parallel$  и имеют место равенства  $\mathbf{qr} = q_\perp b \cos \phi + q_\parallel z$  ( $q^2 = q_\perp^2 + q_\parallel^2$ ,  $q_\perp =$

$q \cos(\vartheta/2)$ ,  $q_{\parallel} = q \sin(\vartheta/2)$ ). Подставляя эти выражения в (6) и используя определения  $\int_{-\infty}^{\infty} dq_{\parallel} \exp(-iq_{\parallel}z) = 2\pi\delta(z)$  и  $\int_0^{2\pi} d\phi \exp(-iq_{\perp}b \cos \phi) = 2\pi J_0(q_{\perp}b)$ , получаем потенциал в виде

$$U^H(b, z) = -\frac{1}{2\pi} \frac{E}{k} \bar{\sigma}_{NN}(i + \bar{\alpha}_{NN}) \delta(z) \int_0^{\infty} dq q J_0(qb) \tilde{\rho}_p^{\circ}(q) \tilde{\rho}_t^{\circ}(q) \tilde{f}_N(q). \quad (8)$$

Подставляя это выражение в (3), находим фазу

$$\Phi_N(b) = \frac{1}{4\pi} \bar{\sigma}_{NN}(i + \bar{\alpha}_{NN}) \int_0^{\infty} dq q J_0(qb) \tilde{\rho}_p^{\circ}(q) \tilde{\rho}_t^{\circ}(q) \tilde{f}_N(q). \quad (9)$$

Здесь принято  $q_{\perp} = q = 2k \sin(\vartheta/2)$ , что справедливо при малых углах рассеяния  $\vartheta < \sqrt{2/kR_f}$  [14], когда в показателе экспоненты  $\mathbf{qr}$  в (6) можно пренебречь вторым слагаемым  $q_{\parallel}z = qz \sin(\vartheta/2) \simeq 2kR_f \sin^2(\vartheta/2)$ . Фаза (9) в точности совпадает с (5), если там сделать двумерные фурье-преобразования подынтегральных функций и учесть равенство  $\tilde{\rho}^{\circ}(q) = \int d^2s \exp(-i\mathbf{qs}) \rho^{\circ}(s) = \int d^3r \exp(-i\mathbf{qr}) \rho^{\circ}(r)$ , где  $\rho^{\circ}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho^{\circ}(\sqrt{s^2 + z^2}) dz$ , которое выполняется в рамках ВЭП, то есть при  $q_{\parallel} = 0$ ,  $q_{\perp} = q$ . Аналогичный результат приведен в [17], где потенциал (6) получен непосредственным сравнением (3) и (9). Отсюда делаем вывод, что расчеты амплитуды рассеяния (1) и сечения реакции (2) в рамках микроподхода ВЭП с фазой (4) эквивалентны их расчету с эйкональной фазой (3), в которую входит фолдинг-потенциал (7), не включающий обменную часть. Такой потенциал  $U_{\text{opt}}^H = V^H + iW^H$  характерен для ядро-ядерного рассеяния при сравнительно высоких энергиях, когда структура ядер проявляется в основном на периферии взаимодействия, а для внутренней области характерно сильное поглощение. Это ослабляет проявление тех структурных эффектов, в том числе обменных, которые играют весьма важную роль в формировании действительной части потенциала при  $r < R$ . Положительная сторона  $U_{\text{opt}}^H$ -потенциала — это отсутствие в нем свободных параметров. Так, плотности ядер определяются из анализа форм-факторов ядер, а параметризация полных сечений  $\sigma_{NN}$   $NN$ -рассеяния приведена, например, в [18] и использовалась для расчета  $\bar{\sigma}_{NN}$  и полных сечений ядро-ядерных реакций в [16]. Отношения  $\alpha_{NN}$  также параметризованы, и мы их берем из работы [19] вместе с  $\bar{\alpha}_{NN}$ :

$$\bar{\alpha}_{NN} = \frac{N_p N_t \alpha_{nn} \sigma_{nn} + Z_p Z_t \alpha_{pp} \sigma_{pp} + (Z_p N_t + N_p Z_t) \alpha_{np} \sigma_{np}}{N_p N_t \sigma_{nn} + Z_p Z_t \sigma_{pp} + (Z_p N_t + N_p Z_t) \sigma_{np}}, \quad (10)$$

$$\alpha_{nn} = \alpha_{pp} = 0,0078 + 0,1762\sqrt{\varepsilon} + 0,01436\varepsilon, \quad (10a)$$

$$\alpha_{np} = -0,0301 + 0,2148\sqrt{\varepsilon} - 0,0551\varepsilon, \quad (10b)$$

где  $\varepsilon = E/A_p$  — энергия в МэВ на нуклон падающего ядра в лабораторной системе.

Уже отмечалось, что расчеты сечений в ВЭП означают использование только прямой части фолдинг-потенциала ядро-ядерного взаимодействия. Можно, однако, использовать для расчета эйкональной фазы (3) непосредственно «потенциал двойной свертки», который включает в себя как прямую, так и обменную часть (см., например, [20, 21]):

$$V^{DF} = V^D + V^{EX}, \quad (11)$$

$$V^D(r) = \int d^3r_p d^3r_t \rho_p(\mathbf{r}_p) \rho_t(\mathbf{r}_t) v_{NN}^D(\mathbf{r}_{pt} = \mathbf{r} + \mathbf{r}_t - \mathbf{r}_p), \quad (11a)$$

$$V^{EX}(r) = \int d^3r_p d^3r_t \rho_p(\mathbf{r}_p, \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_{pt}) \rho_t(\mathbf{r}_t, \mathbf{r}_t - \mathbf{r}_{pt}) \times \\ \times v_{NN}^{EX}(r_{pt}) \exp\left[\frac{i\mathbf{K}(r)\mathbf{r}_{pt}}{M}\right]. \quad (11b)$$

Мы проводим расчет ядро-ядерного потенциала (11) с использованием эффективного парижского  $NN$ -потенциала, в котором учтена зависимость от плотности ядер в области их перекрытия за счет включения фактора  $F(\rho) = C[1 + \alpha \exp(-\beta\rho) - \gamma\rho]$  с параметрами сил вида CDM3Y6 из [6]. Зависимость  $V^{EX}$  от энергии возникает в основном от вклада подынтегральной экспоненты, где  $K(r) = \{2Mm/\hbar^2[E - V_N(r) - V_c(r)]\}^{1/2}$  есть локальный импульс столкновения ядер,  $M = A_p A_t / (A_p + A_t)$ ,  $m$  — масса нуклона. Вместе с  $F(\rho)$  также включается множитель  $(1 - 0,003 E/A_p)$ , корректирующий зависимость от энергии столкновения (подробнее об этом см. в [21]). При расчете амплитуды и дифференциальных сечений упругого рассеяния, включая резерфордское сечение, мы используем релятивистскую кинематику.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ. ПОТЕНЦИАЛЫ ПОДГОНКИ

Вначале рассмотрим, насколько точно в рамках изложенного подхода воспроизводятся имеющиеся экспериментальные данные. В качестве примера возьмем данные работы [22] по рассеянию ядер  $^{16}\text{O}$  на мишенях  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  при  $E_{\text{lab}} = 1503$  МэВ и приведенные там же вудс-саксоновские потенциалы подгонки к этим данным с помощью кода численного решения уравнения Шредингера ECIS [23]. Наши расчеты сечений выполнены в рамках ВЭП на основе (1)–(4), при этом вначале мы не делали никаких подгонок, а просто использовали микроскопические оптические потенциалы

$$U_{\text{opt}}(r) = V^H(r) + iW^H(r), \quad (12)$$

$$U_{\text{opt}}(r) = V^{DF}(r) + iW^H(r), \quad (13)$$

где  $V^H$ ,  $W^H$ ,  $V^{DF}$  вычислялись по формулам (7), (11).



Рис. 1–3 демонстрируют ход вещественной и мнимой части потенциалов, а также сечений, отнесенных к сечению Резерфорда. Штриховыми кривыми показаны расчеты для  $V^H$  и  $W^H$ , штрихпунктирными — расчеты для  $V^{DF}$ , пунктирными — феноменологические потенциалы подгонки и соответствующие им сечения, которые проходят по экспериментальным точкам.

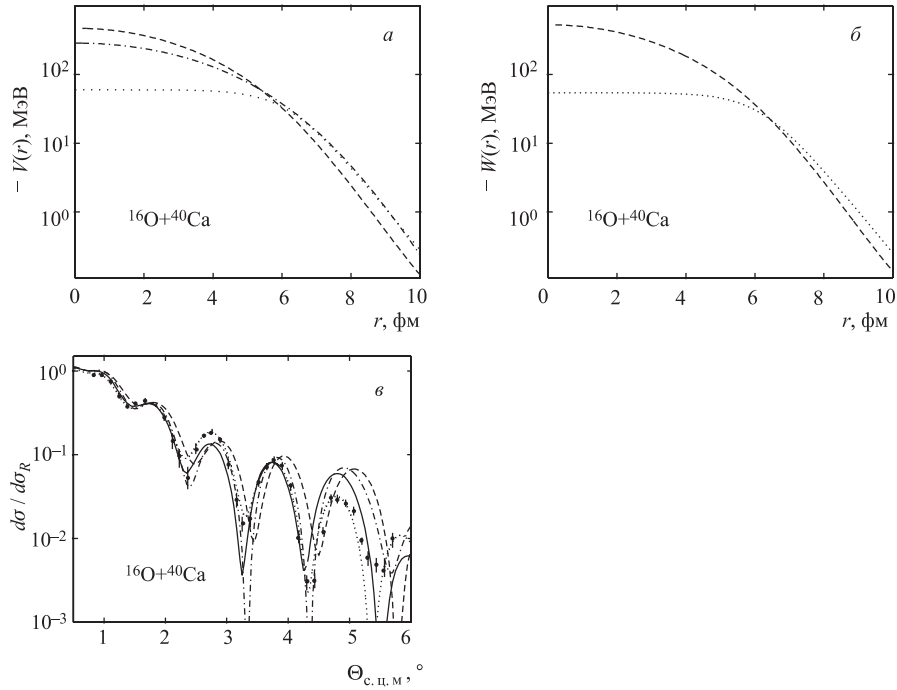


Рис. 1. Оптические потенциалы  $V^H(V^{DF}) + iW^H$ , рассчитанные в микроскопических подходах ВЭП (МДФ) для  $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$  при  $E_{\text{lab}} = 1503$  МэВ: *a* — вещественная часть потенциала, *б* — мнимая часть, *в* — соответствующие им дифференциальные сечения упругого рассеяния, деленные на сечение Резерфорда. На рисунках *a* и *б* штриховыми кривыми представлены потенциалы  $V^H$  и  $W^H$ , штрихпунктирными —  $V^{DF}$ , пунктирными — вудс-саксоновские потенциалы подгонки. На рисунке *в* показаны сечения, рассчитанные в рамках ВЭП: штриховая кривая — для  $V^H + iW^H$ ; штрихпунктирная кривая — для  $V^{DF} + iW^H$ ; сплошная кривая — для потенциала подгонки; точки — экспериментальные данные; пунктирная кривая — численное решение уравнения Шредингера для вудс-саксоновского потенциала подгонки

Сплошными кривыми на рис. 1, *в*, 2, *в*, 3, *в* показаны расчеты ВЭП для тех же самых феноменологических потенциалов подгонки. Во-первых, мы видим

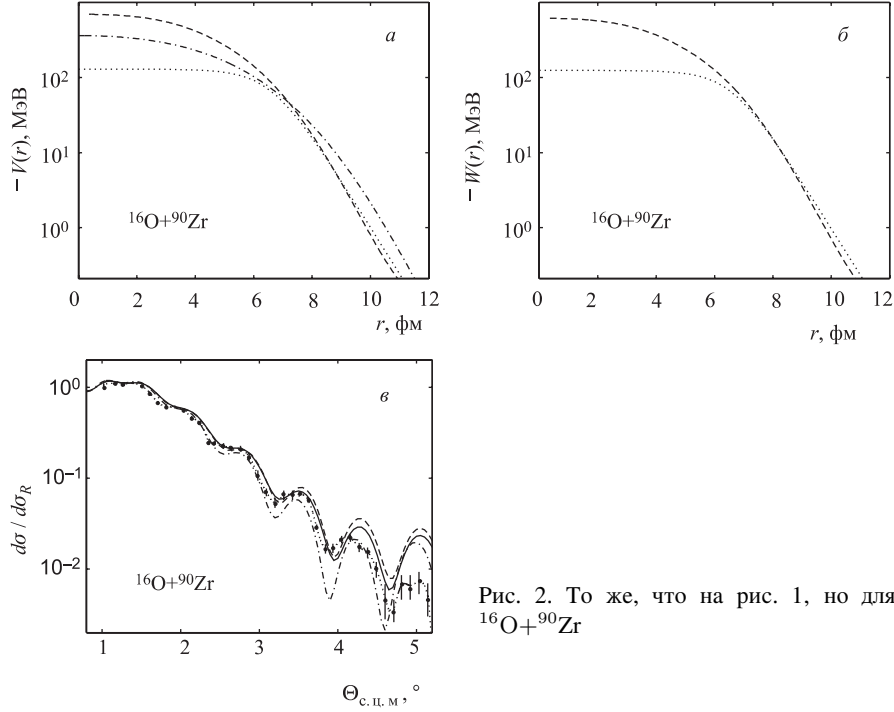


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для  $^{16}\text{O}+^{90}\text{Zr}$

вполне приемлемое объяснение данных с помощью микроскопических оптических потенциалов (12), (13), у которых и мнимая и вещественная часть рассчитаны без введения свободных параметров. Небольшой сдвиг в сторону больших углов расчетной кривой для потенциала  $U_{\text{opt}} = V^H + iW^H$  по отношению к данным сечения  $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$  можно отнести на счет использования гауссова формфактора  $\tilde{f}_N(q)$  нуклон-нуклонной амплитуды для малых  $q$ , что приводит к его несколько отличному наклону от хода феноменологического потенциала подгонки в области их границы (см. рис. 1, а, б). Во-вторых, обращает на себя внимание большая разница, в  $3 \div 5$  раз, микроскопических потенциалов и феноменологического потенциала подгонки в центральной области, но, несмотря на это, нет столь же сильной разницы в расчетах сечений. Все это еще раз подчеркивает важную роль именно периферийной области взаимодействия. Далее, сравнение расчетов сечений в рамках ВЭП (сплошные кривые) и соответствующих точных численных расчетов (пунктирные кривые) говорит о вполне обоснованной применимости ВЭП не только для качественного, но и для количественного анализа

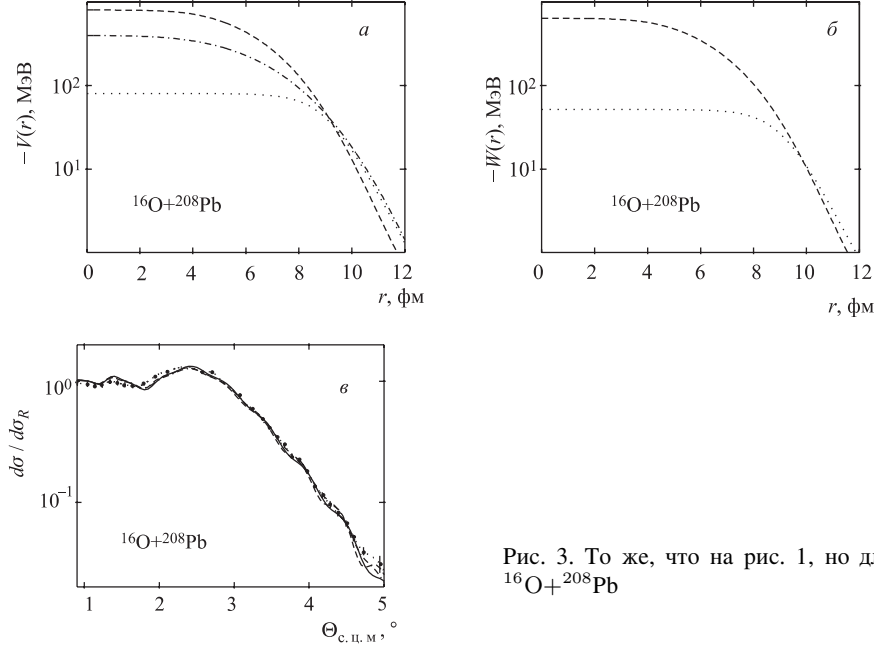


Рис. 3. То же, что на рис. 1, но для  $^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$

экспериментальных данных. Например, для сечений рассеяния на ядрах  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  ВЭП хорошо работает вплоть до углов  $\bar{\vartheta} \simeq 4^\circ$ , что охватывает большую часть экспериментальных данных. Исходя из этого в дальнейшем при реализации процедуры подгонки на базе микроскопических потенциалов  $V^H$ ,  $W^H$  и  $V^{DF}$  нам будет проще проводить расчеты сечений в рамках ВЭП по формулам (1)–(4). И тогда естественно сравнивать их с «псевдо-экспериментальными данными», за которые мы будем принимать сплошные кривые на рис. 1, а, 2, в, 3, в, которые тоже получены в рамках ВЭП-расчетов, но с уже подогнанными феноменологическими потенциалами  $U_{\text{opt}}^{WS}$  [22]. В таком случае в процедуре подгонки будут участвовать данные из всей области углов рассеяния, а полученный микроскопический потенциал подгонки можно будет использовать также и для численных расчетов сечений на основе уравнения Шредингера в области углов за пределами применимости ВЭП.

Чтобы выработать теперь стратегию подгонки с использованием в качестве основы микроскопических потенциалов  $V^H$ ,  $W^H$  и  $V^{DF}$ , напомним, что в принятой ранее процедуре подгонки полумикроскопических потенциалов используется не менее 4–5 свободных параметров. Из них, например, три — сила  $W_0$ , радиус  $R$  и диффузность  $a$  — определяют в трехпараметрической

форме мнимую часть вудс-саксоновского потенциала, а один параметр —  $N_r$  — нормирует его вещественную часть  $V^{DF}$ . На самом деле введение этого последнего параметра приводит к сдвигу границы (радиуса действия) потенциала в области главного вклада на его периферии. Кроме возможности сдвигать кривые микроскопических потенциалов за счет введения нормирующих факторов, рассмотрим еще возможность «управления наклоном» оптического потенциала в области периферии. Для его вещественной части  $V$  наклон в МДФ и в ВЭП определяется в основном наклоном «хвоста» распределения одночастичных ядерных плотностей. Что же касается механизма построения мнимой части потенциала  $W$ , то он обусловлен физикой ухода потока вероятности из упругого в неупругие каналы и каналы реакций, и поэтому его наклон на периферии не должен обязательно совпадать с поведением  $V$ . Однако при сравнительно высоких энергиях столкновения, как было показано в [24], основную роль играют каналы реакций с передачей нуклонов на одночастичные уровни ядер, а эффектами возбуждения коллективных уровней можно пренебречь. Это позволяет делать допущение, что в данном случае при расчете мнимого потенциала опять основную роль играют «хвосты» одночастичных волновых функций ядер. Кроме того, выше мы видели, что механизм перерассеяния нуклонов, который заложен в расчете фазы ВЭП подхода Глаубера–Ситенко, тоже приводит к фолдинг-потенциалу с перекрытием одночастичных ядерных плотностей. Такая аргументация делает обоснованным подход, когда при подгонке мнимого потенциала  $W$  используется его шаблон в виде  $W^H$ . Значит, при энергиях в десятки МэВ на нуклон и выше простейший микроскопический ядро-ядерный потенциал можно построить как сумму полученных в микроскопических расчетах вещественной и мнимой части, вводя для каждой из них независимый нормирующий множитель  $N_r$  и  $N_{im}$ . Эти два множителя и будут варьироваться в процессе подгонки сечений к «псевдоэкспериментальным данным». Мы будем тестировать три вида подгоночных потенциалов:

$$U_{\text{opt}}^A = N_r^A V^H + iN_{im}^A W^H, \quad (14)$$

$$U_{\text{opt}}^B = N_r^B V^{DF} + iN_{im}^B W^H, \quad (15)$$

$$U_{\text{opt}}^C = N_r^C V^{DF} + iN_{im}^C V^{DF}. \quad (16)$$

Реализация такой задачи — подгонки двух параметров, регулирующих линейную зависимость вклада вещественной и мнимой части микроскопических потенциалов, — представляется довольно простой процедурой. Труднее провести тщательный расчет самих базовых потенциалов  $V^H$ ,  $W^H$  и  $V^{DF}$ , особенно обменной части последнего. Необходим также обоснованный выбор реалистических распределений плотности ядер и эффективных сил, полученных из независимых экспериментальных данных.

Результаты таких расчетов приведены на рис. 4–6, а вид подгоняемых потенциалов и значения параметров подгонки даны в табл. 1. На рисунках приводится их ход только в области поверхности взаимодействия, где они изменяются в пределах от 1 до 50 МэВ. Для сравнения сплошными линиями показан ход вудс-саксоновских потенциалов подгонки и соответствующих им «псевдоэкспериментальных сечений». На рис. 4 для рассеяния  $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$  штриховыми кривыми показаны потенциал  $U_{\text{opt}}^B$  и сечение, штрихпунктирными — потенциал  $U_{\text{opt}}^C$  и соответствующее сечение. На рис. 5 для  $^{16}\text{O} + ^{90}\text{Zr}$  штриховыми кривыми показаны сечение и потенциалы подгонки вида  $U_{\text{opt}}^A$ , а на рис. 6 для  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  — сечения и потенциалы  $U_{\text{opt}}^B$  и  $U_{\text{opt}}^C$ . Значения соответствующих весовых коэффициентов подгоноч-

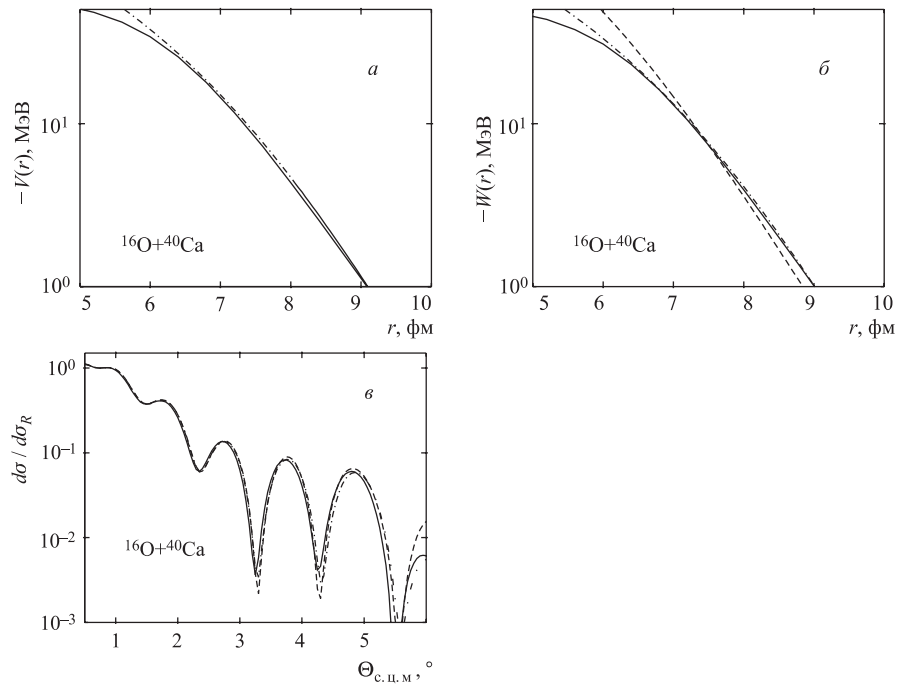


Рис. 4. Оптические потенциалы (14)–(16) с подгонкой на основе микроскопических расчетов вещественных  $V^H$  ( $V^{DF}$ ) и мнимых  $W^H$  частей (рисунки *a* и *b*) и соответствующие им дифференциальные сечения упругого рассеяния (рисунк *в*), рассчитанные в рамках ВЭП. Сплошные кривые — для вудс-саксоновского потенциала подгонки («псевдоэкспериментальные данные»), штриховые кривые — для  $V^{DF} + i1,32W^H$ , штрихпунктирные — для  $V^{DF} + i0,88V^{DF}$

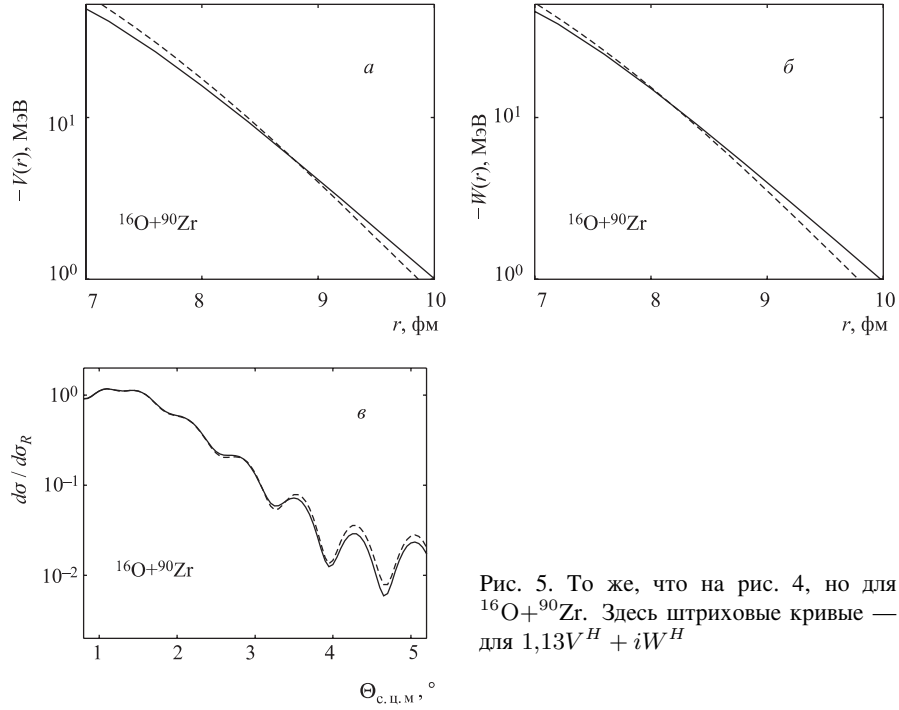


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для  $^{16}\text{O}+^{90}\text{Zr}$ . Здесь штриховые кривые — для  $1,13V^H + iW^H$

ных потенциалов приведены в табл. 1. Из рисунков видно, что, несмотря на несколько различные наклоны мнимой части потенциалов в микроскопическом и феноменологическом подходах для рассеяния на ядрах  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{208}\text{Pb}$ , «псевдоэкспериментальные данные» описываются достаточно хорошо.

**Таблица 1. Оптические потенциалы, построенные на основе микроскопических ВЭП- и МДФ-потенциалов**

Потенциал	$^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$	$^{16}\text{O} + ^{90}\text{Zr}$	$^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$
$U_{\text{opt}}^A$	—	$1,13V^H + iW^H$	—
$U_{\text{opt}}^B$	$V^{DF} + i1,32W^H$	—	$V^{DF} + iW^H$
$U_{\text{opt}}^C$	$V^{DF} + i0,88V^{DF}$	—	$V^{DF} + i0,6V^{DF}$

В литературе принято также приводить значения объемных интегралов потенциалов взаимодействия, отнесенных к полному числу пар  $A_p A_t$  взаимо-

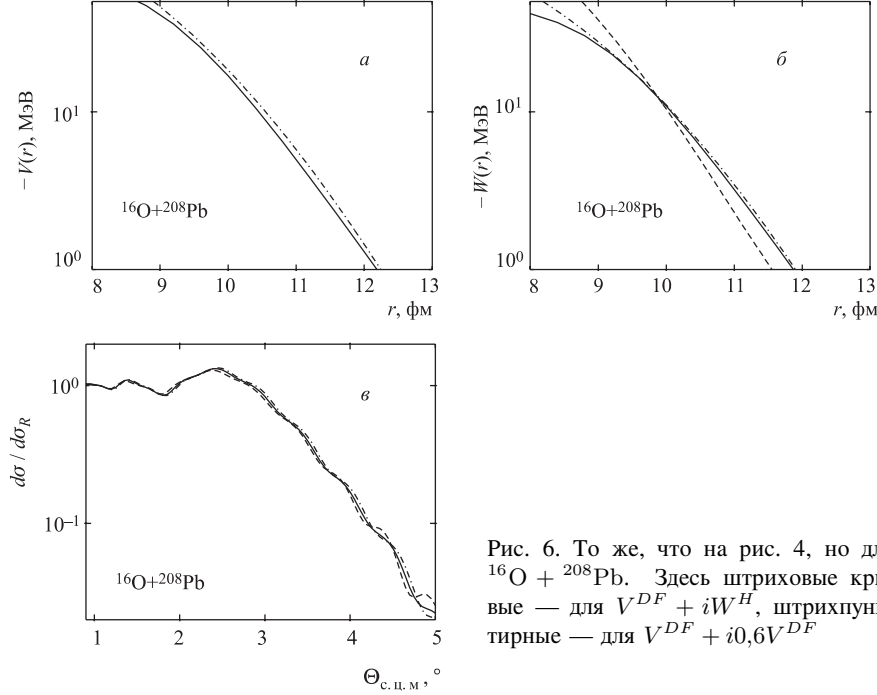


Рис. 6. То же, что на рис. 4, но для  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ . Здесь штриховые кривые — для  $V^{DF} + iW^H$ , штрихпунктирные — для  $V^{DF} + i0,6V^{DF}$

действующих нуклонов из ядра  $A_p$  и ядра  $A_t$ . Однако смысл этих характеристик теряется, когда главной областью рассеяния является поверхностный слой взаимодействия, что как раз и имеет место при рассматриваемых нами энергиях столкновения. На это также обращалось внимание в работе [25], где интеграл по объему внешнего слоя потенциала оценивался за пределами его среднеквадратичного радиуса  $r_{rms}$ . Однако нам представляется более информативным вводить другую величину, характеризующую внутреннюю границу слоя поверхности. Это радиус  $R_{in}$ , при котором все тестируемые потенциалы имеют одинаковые значения с достаточно большой мнимой частью, так чтобы мнимая часть фазы  $\Phi_N$  тоже была большой, а значит, проницаемость ядер во внутреннюю область потенциала сводилась к нулю. Здесь мы выбираем  $R_{in}$  из условия, чтобы все потенциалы имели значение  $-50$  МэВ. Объемные интегралы внешнего слоя потенциала равны

$$J_r^{\text{out}} = \frac{4\pi}{A_p A_t} \int_{R_{in}}^{\infty} r^2 dr V(r), \quad J_{im}^{\text{out}} = \frac{4\pi}{A_p A_t} \int_{R_{in}}^{\infty} r^2 dr W(r). \quad (17)$$

Из табл. 2 видно, что их значения для мнимой и вещественной части полученных нами потенциалов подгонки близки друг к другу, в то время как для вудс-саксоновского потенциала подгонки интегралы мнимого потенциала всегда больше, чем для вещественного.

**Таблица 2. Объемные интегралы внешнего слоя потенциалов подгонки**

Потенциал	$^{16}\text{O}+^{40}\text{Ca}$		$^{16}\text{O}+^{90}\text{Zr}$		$^{16}\text{O}+^{208}\text{Pb}$	
	$J_r^{\text{out}}$	$J_{im}^{\text{out}}$	$J_r^{\text{out}}$	$J_{im}^{\text{out}}$	$J_r^{\text{out}}$	$J_{im}^{\text{out}}$
$U_{\text{opt}}^{WS}$	56,2	63,5	21,9	23,1	19,5	32,6
$U_{\text{opt}}^A$	—		28,3	19,9	—	
$U_{\text{opt}}^B$	44,6	34,0	—		18,2	13,2
$U_{\text{opt}}^C$	44,6	44,9	—		18,2	18,4

В целом же их значения для всех приведенных потенциалов находятся в пределах одного порядка, несмотря на то, что атомный вес ядер-мишеней сильно различается. Это говорит о примерно одинаковом слое поверхности и ее существенной роли в интерпретации сечения рассеяния, что проявляется, в частности, в экспоненциальном характере наклона кривой дифференциального сечения рассеяния в области углов фраунгоферовой дифракции. И если объемные интегралы скорее характеризуют роль радиуса взаимодействия потенциала, то интегралы объема внешнего слоя чувствительны к их наклону в районе этого радиуса.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В вопросе восстановления оптических потенциалов ядро-ядерного рассеяния перспективным направлением является разработка их микроскопических моделей. И если вещественная часть потенциала  $V^{DF}$  уже в течение ряда лет рассчитывается на базе модели двойного фолдинга, то мнимую часть потенциала рассчитать весьма трудно.

Однако при высоких энергиях столкновения помогает то, что многие данные можно объяснить в рамках высокоэнергетического приближения, где работает механизм многократного рассеяния нуклонов одного ядра на нуклонах другого. В рамках этих представлений удастся получить эйкональную фазу рассеяния как свертку одночастичных распределений плотности ядер и нуклон-нуклонной амплитуды рассеяния. Оказывается, что, опираясь на определение эйкональной фазы как интеграла по траектории от потенци-



ала рассеяния, можно восстановить последний однозначным образом, причем получить его как вещественную, так и мнимую часть в виде прямого фолдинг-интеграла. Существенным моментом является то, что этот потенциал не содержит свободных параметров. Расчеты показывают, что с его помощью можно достаточно успешно объяснять экспериментальные данные по дифференциальным сечениям упругого рассеяния. А если задаться целью провести подгонку с минимальным  $\chi^2$ , то этот модельный оптический потенциал и уже известный потенциал двойного фолдинга для вещественной части можно использовать как шаблоны с двумя параметрами — нормирующими множителями вещественной и мнимой части — для построения микроскопического комплексного ядро-ядерного потенциала, что дает возможность описать экспериментальные данные в полном объеме.

Рассчитываемые микроскопические потенциалы имеют, как правило, довольно большую глубину, в 3÷5 раз превышающую глубину потенциалов феноменологической подгонки. Но поскольку при тех энергиях, которые рассматриваются, внутренние области потенциалов играют незначительную роль, то на эту разницу можно не обращать внимания. Более того, здесь применимость самой процедуры фолдинга остается под вопросом. Однако при желании поведение потенциалов подгонки (14)–(16) можно аппроксимировать вудс-саксоновской формой, так что они будут иметь глубины, близкие к тем, которые получаются в ходе подгонки феноменологических потенциалов. Такая возможность связана с общей проблемой неоднозначности последних, и в рамках ВЭП она отдельно анализировалась в [26].

При сравнительно низких энергиях столкновения в конкуренцию с упругим каналом вступает ограниченное число неупругих каналов, и из них весомую часть могут составлять каналы с переходом в коллективные состояния ядер, часть из которых возбуждается мощным далекодействующим кулоновским полем. В упругом канале это проявляется в наличии сравнительно слабого, но протяженного «хвоста» мнимой части потенциала. При компактной структуре падающих ядер, например альфа-частицы или ядра кислорода с дважды магической оболочкой, они могут достаточно глубоко проникать во внутреннюю область ядерного потенциала и формировать «внутреннюю», ядерную траекторию рассеяния, что подтверждается наблюдением «ядерной радуги» под большими углами (см., например, [7]). В этом случае работает комплексный механизм формирования мнимой части потенциала, когда необходимо учитывать вклад как одночастичных, так и коллективных степеней свободы в динамику столкновения сложных систем. Ряд расчетов в этом направлении был сделан в [24], где для каждого конкретного случая приходилось вычислять вклады конкретных каналов в рассеяние. Однако рецептурно можно предложить тестировать потенциалы в той форме, которая получается в расчетах по модели двойного фолдинга, где проявляют себя одночастичные степени свободы ядер, а также добавлять члены в виде производных от

этой формы, имея в виду их соответствие вкладу коллективных возбуждений ядер. По сравнению с тем рецептом, который мы предлагаем для построения потенциалов при высоких энергиях, найти адекватный и простой рецепт построения потенциала на основе типичных микроскопических шаблонов в случае низких энергий представляется более сложной задачей.

В заключение Е. В. Земляная благодарит РФФИ (грант № 03-01-00-657) за поддержку.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Tanihata I. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 2676.
2. *Tanihata I.* // J. Phys. G. 1996. V. 22. P. 157.
3. *Bertulani C. A., Cano L. F., Hussein M. S.* // Phys. Rep. 1993. V. 226. P. 281.
4. *Князьков О. М., Кухтина И. Н., Фаянс С. А.* // ЭЧАЯ. 1999. Т. 30. С. 870.
5. *Khoa D. T.* // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 034007.
6. *Khoa D. T., Satchler G. R., von Oertzen W.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 954.
7. *Оглоблин А. А., Гончаров С. А., Чулков Ю. А. и др.* // ЯФ. 2003. Т. 66. С. 1523.
8. *Khoa D. T., von Oertzen W., Ogloblin A. A.* // Nucl. Phys. A. 1996. V. 602. P. 98.
9. *Satchler G. R., Love W. G.* // Phys. Rep. 1979. V. 55. P. 183.
10. *Glauber R. J.* Lectures in Theoretical Physics. N.Y.: Interscience, 1959. P. 315.
11. *Сутенко А. Г.* // Укр. физ. журн. 1959. Т. 4. С. 152.
12. *Czyz W., Maximon L. C.* // Ann. of Phys. (N.Y.). 1969. V. 52. P. 59.
13. *Formanek J.* // Nucl. Phys. B. 1969. V. 12. P. 441.
14. *Лукупанов В. К., Земляная Е. В.* // Int. J. Mod. Phys. E. 2001. V. 10. P. 169.
15. *Лукупанов В. К., Земляная Е. В.* // J. Phys. G. 2000. V. 26. P. 357.
16. *Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Словинский Б.* // ЯФ. 2004. Т. 67. С. 1306.
17. *Shukla P.* // Phys. Rev. C. 2003. V. 67. P. 054607.
18. *Charagi S. K., Gupta S. K.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 1610.
19. *Shukla P.* arXiv:nucl-th/0112039.
20. *Дао Туен Кхоа, Князьков О. М.* // ЭЧАЯ. 1990. Т. 27. С. 1456.
21. *Khoa D. T., Satchler G. R.* // Nucl. Phys. A. 2000. V. 668. P. 3.
22. *Roussel-Chomaz P. et al.* // Nucl. Phys. A. 1988. V. 477. P. 345.
23. *Raynal J.* // Phys. Rev. C. 1981. V. 23. P. 2571.
24. *Sørensen J. H., Winther A.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 550. P. 329.
25. *Simbel M. H.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 1467.
26. *Лукьянов В. К., Земляная Е. В., Словинский Б., Ханна К.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67. С. 55.

Получено 16 июля 2004 г.

Редактор *А. Н. Шабашова*

Подписано в печать 10.03.2004.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,94. Уч.-изд. л. 1,17. Тираж 215 экз. Заказ № 54468.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)