

P5-2004-211

П. Г. Акишин, А. Д. Коваленко

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА
ФИКТИВНЫХ ТОКОВЫХ ОБМОТОК
ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПОЛЯ МАГНИТОВ
СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СИНХРОТРОНОВ

| | |
|---|-------------|
| Акишин П. Г., Коваленко А. Д. | P5-2004-211 |
| Применение метода фиктивных токовых обмоток для оптимизации поля магнитов сверхпроводящих синхротронов | |
| <p>В работе рассматривается проблема оптимизации параметров сверхпроводящих магнитов типа «$\cos \Theta$» путем варьирования как местоположения токовых обмоток, так и внутреннего профиля магнитопровода. Разработанный математический аппарат применяется для оптимизации распределения двумерного магнитного поля дипольного магнита с полем до 4 Тл.</p> | |
| <p>Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.</p> | |
| <p>Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004</p> | |

Перевод авторов

| | |
|--|-------------|
| Akishin P. G., Kovalenko A. D. | P5-2004-211 |
| Application of a Fictitious Current Winding Method for Field Optimization of Synchrotron Superconducting Magnets | |
| <p>The field optimization by current coil positions and internal magnet profile for «$\cos \Theta$» type superconducting magnet is considered. The proposed mathematical method is used for 2D field optimization of a 4 T dipole magnet.</p> | |
| <p>The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.</p> | |
| <p>Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004</p> | |

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] была предложена концепция дипольного магнита типа « $\cos \Theta$ » с полем 4 Тл в апертуре $\varnothing 100$ мм, токовая обмотка которого выполняется из трубчатого сверхпроводящего ниобий-титанового кабеля, имеющего наружный диаметр 8–10 мм и способного нести транспортный ток до 30 кА при рабочей температуре 4,5 К. Было также предложено улучшить качество формируемого поля не только за счет подбора азимутального положения токонесущих витков обмотки, но и за счет оптимизации формы границы ферромагнитного экрана, окружающего обмотку.

В работе [2] в рамках двумерных моделей был предложен метод оптимизации распределения магнитного поля в рабочей области магнитов ускорителей путем варьирования местоположения токовых обмоток без изменения при этом конфигурации железа. В данной работе мы рассмотрим подход, который позволяет проводить оптимизацию поля не только за счет изменения конфигурации обмоток, но также и варьированием внутреннего профиля магнита.

МЕТОД ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В работе [2] для математического описания проблемы использовалась интегральная постановка задачи магнитостатики [3]. В данном разделе мы изложим метод объемных и граничных интегральных уравнений для двумерного случая. Пусть $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ — индукция магнитного поля в точке \mathbf{x} ; $\mathbf{H}(\mathbf{x})$ — напряженность; $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ — магнитный момент; $\mu = \mu(\mathbf{x})$ — магнитная проницаемость; $\mathbf{H}^s(\mathbf{x})$ — поле от токовых элементов. Пусть G — область, заполненная железом. Интегральная постановка задачи магнитостатики в двумерном случае [4] имеет вид

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}^s(\mathbf{a}) + \frac{1}{2\pi} \nabla_{\mathbf{a}} \int_G (\mathbf{M}(\mathbf{x}), \nabla_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}|) dS_{\mathbf{x}}, \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{a})}{\mu(|\mathbf{B}(\mathbf{a})|) \mu_0}, \quad \mathbf{M}(\mathbf{a}) = \frac{\mathbf{B}(\mathbf{a})}{\mu_0} - \mathbf{H}(\mathbf{a}). \quad (2)$$

Поле $\mathbf{H}^s(\mathbf{a})$ может быть рассчитано по следующим формулам:

$$\mathbf{H}^s(\mathbf{a}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^N \int_{\Omega_i} [\nabla_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| \times \mathbf{e}_0 j_i^s(\mathbf{x})] dS_{\mathbf{x}}, \quad (3)$$

где $\{\Omega_i\}$ — токовые обмотки; $j_i^s(\mathbf{x})$ — плотность тока в Ω_i ; \mathbf{e}_0 — единичный вектор, ортогональный плоскости. Уравнения (1)–(3) позволяют вычислять

магнитное поле для широкого диапазона его изменения, включая эффекты насыщения магнитопровода.

Однако в случае малых полей хорошо работают модели с постоянной магнитной проницаемостью. В случае постоянной магнитной проницаемости μ уравнение (1) сводится к граничному интегральному уравнению [5]

$$\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}^s(\mathbf{a}) + \frac{1}{2\pi} \nabla_{\mathbf{a}} \oint_{DG} (\mathbf{M}(\mathbf{x}), \mathbf{n}_{\mathbf{x}}) \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| d\mathbf{l}_{\mathbf{x}}. \quad (4)$$

Пусть для $\mathbf{x} \in DG$ функция $\sigma(\mathbf{x})$ есть $\sigma(\mathbf{x}) = (\mathbf{B}(\mathbf{x}), \mathbf{n}_{\mathbf{x}})$, где $\mathbf{n}_{\mathbf{x}}$ — внешняя нормаль в точке \mathbf{x} . Тогда из (2), (4) получаем

$$\frac{\sigma(\mathbf{a})}{\mu} = \mu_0(\mathbf{H}^s(\mathbf{a}), \mathbf{n}_{\mathbf{a}}) + \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \left(\mathbf{n}_{\mathbf{a}}, \nabla_{\mathbf{a}} \oint_{DG} \sigma(\mathbf{x}) \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| d\mathbf{l}_{\mathbf{x}} \right). \quad (5)$$

Пусть

$$\mathbf{H}_i^s(\mathbf{a}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega_i} [\nabla_{\mathbf{x}} \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| \times \mathbf{e}_0 j_i^s(\mathbf{x})] dS_{\mathbf{x}}. \quad (6)$$

Тогда $\sigma(\mathbf{a})$ из (5) равно

$$\sigma(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N \sigma_i(\mathbf{a}), \quad (7)$$

где $\sigma_i(\mathbf{a})$ есть решение

$$\frac{\sigma_i(\mathbf{a})}{\mu} = \mu_0(\mathbf{H}_i^s(\mathbf{a}), \mathbf{n}_{\mathbf{a}}) + \frac{1}{2\pi} \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \left(\mathbf{n}_{\mathbf{a}}, \nabla_{\mathbf{a}} \oint_{DG} \sigma_i(\mathbf{x}) \ln |\mathbf{x} - \mathbf{a}| d\mathbf{l}_{\mathbf{x}} \right). \quad (8)$$

Именно в рамках метода граничных интегральных уравнений в работе [2] были предложены алгоритмы оптимизации параметров ускорительных магнитов путем варьирования местоположения токовых обмоток. Для случая постоянной магнитной проницаемости μ поле от нескольких обмоток может быть получено как сумма полей от каждой обмотки в отдельности. Очевидным следствием этого является тот факт, что коэффициенты фурье-разложения компонент поля для системы, состоящей из магнита и нескольких обмоток, могут быть вычислены как сумма коэффициентов фурье-разложения для систем, состоящих из магнита и каждой обмотки в отдельности. Этот вывод позволил существенно сократить вычислительные затраты, необходимые для оптимизации магнита.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОФИЛЯ ФЕРРОМАГНИТНОГО ЭКРАНА

В работе [2] рассматривались магниты в форме коаксиальных цилиндров, сверхпроводящие обмотки также имели форму коаксиальных цилиндров. Оптимизация сводилась к варьированию местоположения обмоток, при этом конфигурация магнитопровода оставалась без изменений. В данном разделе мы рассмотрим подход, включающий также оптимизацию внутреннего профиля магнита.

Рассмотрим задачу формирования однородного поля в дипольном магните только токовыми обмотками. Заметим, что для точек наблюдения вне обмоток поле от бесконечных коаксиальных цилиндрических обмоток совпадает с полем от бесконечных точечных линий с тем же суммарным током и центром на плоскости. Этот факт позволяет нам рассматривать обмотки как точечные источники, что существенно упрощает наше дальнейшее рассмотрение. Поле $\mathbf{H}^s(\mathbf{a})$ после учета симметрии выражается через градиент суммы векторных потенциалов $\{u_i(\mathbf{a})\}$:

$$u_i(\mathbf{a}) = \frac{j_i^s}{2\pi} \ln \left[\frac{((a_1 - x_1^i)^2 + (a_2 - x_2^i)^2) \times ((a_1 - x_1^i)^2 + (a_2 + x_2^i)^2)}{((a_1 + x_1^i)^2 + (a_2 - x_2^i)^2) \times ((a_1 + x_1^i)^2 + (a_2 + x_2^i)^2)} \right], \quad (9)$$

где $\mathbf{a} = (a_1, a_2)^T$; $\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i)^T$ — координаты центра i -й обмотки. Для сокращения числа варьируемых параметров в (9) учтены сразу 4 обмотки. И, как следствие, предполагается, что координаты $\{x_1^i, x_2^i\}$ в (9) положительные. Для имитации ферромагнитного экрана вводятся дополнительные фиктивные обмотки. Заметим, что при малых полях модель с бесконечной магнитной проницаемостью достаточно хорошо описывает распределение поля в рабочей области. При этом силовые линии поля перпендикулярны поверхности ферромагнетика. Если мы сумеем построить такой контур, на котором нормальная производная $\partial u / \partial n_a$ суммарного векторного потенциала $u(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N u_i(\mathbf{a})$ равна нулю, то мы сможем обратить задачу. Отсюда вытекает следующий алгоритм. На первом этапе мы оптимизируем распределение поля в рабочей области магнита вариацией местоположения токовых обмоток, включая и фиктивные токовые обмотки. На втором этапе для уже зафиксированного расположения обмоток мы строим контур G , удовлетворяющий условию, что нормальная производная $\partial u / \partial n_a$ на этом контуре равна нулю. Именно этот контур и будет соответствовать внутреннему профилю магнита. Мы будем предполагать, что внешний контур магнита находится достаточно далеко от рабочей области и не оказывает существенного влияния на качество поля в ней.

Для оптимизации поля мы использовали подход, описанный в работе [2].

Обозначим $\{f_i^x, i = \overline{1, L}\}$ и $\{g_i^x, i = \overline{0, L}\}$, $\{f_i^y, i = \overline{1, L}\}$ и $\{g_i^y, i = \overline{0, L}\}$ первые $2L + 1$ гармоники компонент магнитного поля B_x и B_y соответ-

ственно. Для оптимизации расположения обмоток мы использовали функционал F , отвечающий за однородность магнитного поля:

$$F = \sum_{i=1}^L \left[\left(\frac{f_i^x}{g_0^y} \right)^2 + \left(\frac{g_i^x}{g_0^y} \right)^2 + \left(\frac{f_i^y}{g_0^x} \right)^2 + \left(\frac{g_i^y}{g_0^x} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

Для минимизации функционала F , как и ранее, использовался метод градиентного спуска. В процессе моделирования мы использовали 7 основных (с учетом симметрий — 28) и 50 фиктивных (с учетом симметрий — 200) обмоток. На рис. 1 представлено распределение суммарного векторного потенциала $u(\mathbf{a})$, а также построенный контур G . На рис. 2 приведен общий вид магнита с внешним радиусом $R = 0,18$ м.

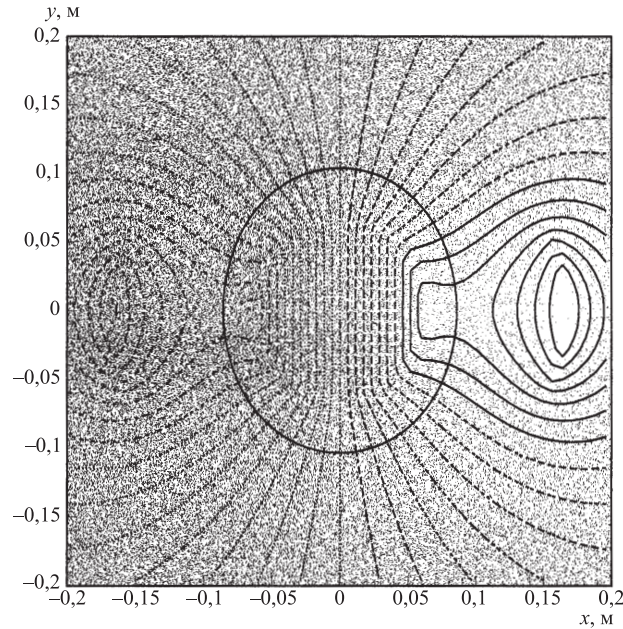


Рис. 1

Однако следует отметить, что ввиду сильной нелинейной зависимости поля от тока в обмотках однородность поля при малых значениях тока не гарантирует однородности для его больших значений. Поэтому для выбранной конфигурации обмоток проводилось решение интегрального уравнения (1)–(3), позволяющее учесть эффекты насыщения железа при больших полях. Расчет проводился по методике, изложенной в [4]. Зависимость первых четырех 5 гармоник компоненты B_y (в Тл) от рабочего тока J (в А) для внешнего радиуса ярма магнита $R = 0,18$ м приведена в табл. 1. Аналогичные распреде-

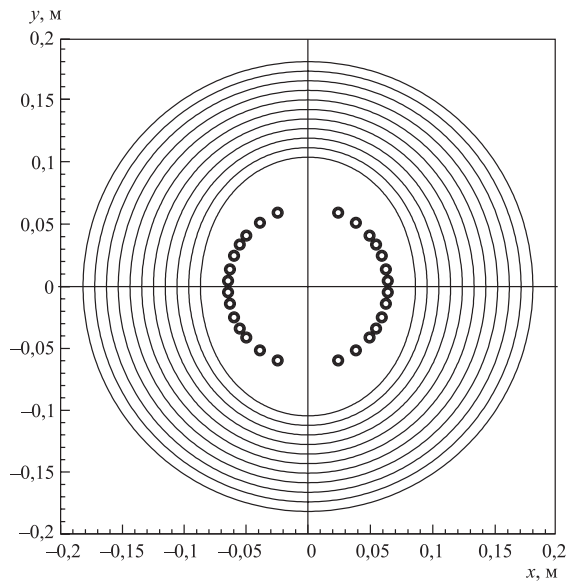


Рис. 2

Таблица 1

| | | | | | | | |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $ J $ | 0,29E+4 | 0,87E+4 | 0,174E+5 | 0,232E+5 | 0,29E+5 | 0,377E+5 | 0,435E+5 |
| c_0 | 0,284E+0 | 0,853E+0 | 0,170E+1 | 0,227E+1 | 0,283E+1 | 0,358E+1 | 0,403E+1 |
| c_2 | 0,207E-4 | 0,565E-4 | 0,933E-4 | 0,522E-4 | -0,199E-2 | -0,201E-1 | -0,375E-1 |
| c_4 | 0,154E-5 | 0,437E-5 | 0,8394E-5 | 0,262E-5 | -0,337E-3 | -0,274E-2 | -0,433E-2 |
| c_6 | 0,664E-6 | 0,202E-5 | 0,3934E-5 | 0,444E-5 | -0,444E-4 | -0,294E-3 | -0,321E-3 |
| c_8 | -0,956E-6 | -0,286E-5 | -0,574E-5 | -0,772E-5 | -0,166E-4 | -0,405E-4 | -0,212E-4 |

Таблица 2

| | | | | | | | |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $ J $ | 0,29E+4 | 0,87E+4 | 0,174E+5 | 0,232E+5 | 0,29E+5 | 0,377E+5 | 0,435E+5 |
| c_0 | 0,284E+0 | 0,853E+0 | 0,170E+1 | 0,227E+1 | 0,284E+1 | 0,366E+1 | 0,416E+1 |
| c_2 | 0,154E-4 | 0,454E-4 | 0,746E-4 | 0,809E-4 | -0,215E-4 | -0,553E-2 | -0,169E-1 |
| c_4 | 0,125E-5 | 0,358E-5 | 0,702E-5 | 0,790E-5 | -0,280E-5 | -0,841E-3 | -0,245E-2 |
| c_6 | 0,638E-6 | 0,195E-5 | 0,387E-5 | 0,506E-5 | 0,535E-5 | -0,106E-3 | -0,314E-3 |
| c_8 | -0,961E-6 | -0,287E-5 | -0,576E-5 | -0,767E-5 | -0,972E-5 | -0,247E-4 | -0,502E-4 |

ления для внешних радиусов ярма магнита $R = 0,20$ м и $R = 0,22$ м приведены в табл. 2 и 3 соответственно. Как видно из табл. 1–3, однородность поля для больших значений тока в обмотках с ростом внешнего радиуса ярма магнита улучшается.

Таблица 3

| | | | | | | | |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $ J $ | 0,29E+4 | 0,87E+4 | 0,174E+5 | 0,232E+5 | 0,29E+5 | 0,377E+5 | 0,435E+5 |
| c_0 | 0,284E+0 | 0,853E+0 | 0,170E+1 | 0,227E+1 | 0,284E+1 | 0,369E+1 | 0,423E+1 |
| c_2 | 0,100E-4 | 0,326E-4 | 0,509E-4 | 0,592E-4 | 0,357E-4 | -0,522E-3 | -0,462E-2 |
| c_4 | 0,933E-6 | 0,275E-5 | 0,532E-5 | 0,705E-5 | 0,735E-5 | -0,310E-4 | -0,636E-3 |
| c_6 | 0,612E-6 | 0,189E-5 | 0,377E-5 | 0,503E-5 | 0,646E-5 | -0,168E-5 | -0,106E-3 |
| c_8 | -0,966E-6 | -0,289E-5 | -0,578E-5 | -0,771E-5 | -0,962E-5 | -0,142E-4 | -0,295E-4 |

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый математический метод оптимизации формы внутренней поверхности ферромагнитного экрана дипольных магнитов типа «cos Θ » для синхротронов. Путем введения фиктивных токовых обмоток удалось получить эффективные алгоритмы построения оптимального внутреннего профиля ярма магнита. Результаты моделирования показывают, что предложенный в [1] вариант дипольного магнита может обеспечить заданную высокую однородность поля в широком диапазоне изменения рабочего тока. Разработанная методика может быть применена и для оптимизации параметров других типов магнитов, например квадрупольного магнита.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 03-01-00290).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kovalenko A., Agapov N., Khodzhbagiyev H., Moritz G. Fast cycling superconducting magnets: new design for ion synchrotrons // Physica C. 2002. V. 372–376. P. 1394–1397.
2. Акишин П. Г., Бутенко А. В., Коваленко А. Д., Михайлов В. А. Расчет магнитного поля быстроциркулирующего сверхпроводящего дипольного магнита на индукцию 4 Тл. ОИЯИ, Р9-2003-244. Дубна, 2003.

3. *Newman M. J., Trowbridge G. W., Turner L. R.* GFUN: An interactive program as aid to magnet design // Proc. 4th Intern. Conf. Magnet Technol. Brookhaven, 1972. P. 617–626.
4. *Акишин П. Г., Жидков Е. П.* Метод интегральных уравнений в двумерных задачах магнитостатики. ОИЯИ, Р11-84-799. Дубна, 1984.
5. *Акишин П. Г., Жидков Е. П.* Вычисление магнитного поля методом интегральных уравнений в случае постоянной магнитной проницаемости. ОИЯИ, Р11-82-702. Дубна, 1982.

Получено 28 декабря 2004 г.

Редактор *А. Н. Шабашова*

Подписано в печать 29.03.2005.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,44. Уч.-изд. л. 0,52. Тираж 315 экз. Заказ № 54838.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/