

P11-2005-98

И. М. Гостев^{1,2}, Л. А. Севастьянов, И. Покорны

**АНАЛИЗ КАЧЕСТВА МЕТОДОВ
ИДЕНТИФИКАЦИИ ГРАФИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ
НА ОСНОВЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ КОРРЕЛЯЦИИ**

¹ Российский университет дружбы народов, Москва

² E-mail: igostev@gmail.com

Гостев И. М., Севастьянов Л. А., Покорны И. P11-2005-98
Анализ качества методов идентификации графических объектов
на основе геометрической корреляции

В работе проводится анализ влияния шумов на значения метрик в методах идентификации графических объектов на основе геометрической корреляции (ГК). Введен метод количественной оценки качества классификатора при заданных и неравных вероятностях ложного опознавания и пропуска объекта. Рассмотрены особенности исчисления метрик в методах ГК в условиях аддитивных и мультипликативных шумов. Приведены оценки влияния шумов на значения метрик и на чувствительность методов идентификации ГК.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2005

Gostev I. M., Sevastjanov L. A., Pokorný I. P11-2005-98
Analysis of Quality of Graphic Objects Identification Methods
on the Basis of Geometric Correlation

In the paper the influence of noise on the value of metrics in graphic objects identification methods on the basis of geometric correlation (GC) is analyzed. The method of quantity estimation of the quality of the classifier with defined and non-equal probabilities of false identification and objects lost is introduced. Calculation of peculiarities of the metrics in the GC methods in conditions of additive and multiplicative noises on the value of metrics and on the sensitivities of identification methods is based on GC.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2005

ВВЕДЕНИЕ

Разрабатывая новые методы идентификации графических объектов, всегда необходимо ставить вопрос об их качестве, которое характеризуется некоторыми свойствами. Во-первых, это способность разделения объектов на классы, относящиеся и не относящиеся к эталонному. В данном случае она основана на некотором пороге — классификационном допуске, относительно которого происходит такое разделение.

Во-вторых, любой метод идентификации имеет свою область применимости, размеры которой определяются способностью выполнять разделение на классы с заданной вероятностью. Очевидно, что в результате такого разделения будет два множества, когда объект принадлежит и не принадлежит к эталону. Чем больше расстояние между этими множествами, тем выше вероятность правильного распознавания объекта. Назовем это расстояние *чувствительностью метода*. Предположим, что существуют два образа, форма которых незначительно отличается, но они относятся к разным классам. Возникает вопрос о том, какое значение должен иметь классификационный допуск, чтобы устойчиво их различать? Если расстояние между классами ЭЭ (эталон–эталон) и ЭН (эталон — не эталон) в методе мало, то это приводит к необходимости использования специальных методов разделения, например, на основе байесовского линейного классификатора, а метод будет малочувствительным. В таком классификаторе значение абсциссы, разделяющей функции, будет определять значение классификационного допуска. Если же это расстояние большое, то классификационный допуск можно назначить один раз и больше не менять, а метод считать высокочувствительным.

В-третьих, немаловажную роль играет уровень шумов и помех на изображении, который приводит в итоге к искажению идентифицируемых объектов. Как оценить влияние уровня шумов на качество распознавания, на изменение классификационного допуска и чувствительность метода?

В работе рассматривается область применимости методов идентификации графических объектов по контурным функциям [1, 2]. Исследуется их чувствительность на основе функций плотности распределения метрик для различных сочетаний эталонных и не эталонных объектов. Проводится анализ влияния шумов и параметров методов на качество распознавания.

1. ПОНЯТИЕ КОНТУРНЫХ ФУНКЦИЙ (КФ)

Напомним, что КФ определена в полярной системе координат в диапазоне углов $[0, 360^\circ]$ на основе радиуса-вектора, вычисленного между центром тяжести контура и точками, образующими периметр объекта. Она имеет область изменения $[0, 1]$ и в дискретном случае задается на конечном равномерно распределенном множестве точек $G = (g_i, i = \overline{1, M})$ таких, что $g_i < g_{i+1}$.

Запишем метрику, используемую для идентификации графических объектов по контурным функциям на основе геометрической корреляции №1 ρ_{GC1} , в виде

$$\begin{aligned}\eta_{xy}(\varphi, \tau) &= x(\varphi) - y(\varphi - \tau), \\ \delta_{xy}(\tau) &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |\eta_{xy}(\varphi, \tau)|, \\ \rho_{GC1} &= \min_{\tau} \delta_{xy}(\tau), \quad \varphi, \tau \in [0, 360^\circ],\end{aligned}\tag{1}$$

а на основе геометрической корреляции №2 (ГК2) ρ_{GC2} как

$$\begin{aligned}\sigma_{xy}(\tau) &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |\delta_{xy}(\tau) - \eta_{xy}(\varphi, \tau)|, \\ \rho_{GC2} &= \min_{\tau} \sigma_{xy}(\tau).\end{aligned}\tag{2}$$

В (1) и (2) $M = 360 \cdot k$, $k = 1/3, 1/2, 1, 2, \dots$, а x и y — функции эталона и идентифицируемого объекта, определенные на $[0, 360^\circ]$ в полярной системе координат и вычисляемые на G . Причем $x(360) = x(0)$ и $y(360) = y(0)$.

Минимальные значения метрик ρ_{GC1} и ρ_{GC2} получаются при некотором угле τ , который равен углу поворота объекта относительно эталона. Идентификационная функция λ для всех методов, основанных на геометрической корреляции, имеет пороговый тип

$$\lambda = \begin{cases} 1, & \rho_{GC} < \varepsilon, \\ 0, & \rho_{GC} \geq \varepsilon, \end{cases}$$

где ρ_{GC} и ε — метрика и классификационный допуск для некоторого метода геометрической корреляции.

Поскольку величина классификационного допуска играет решающую роль во всех методах идентификации на основе геометрической корреляции, то необходимо рассмотреть вопрос о том, как будут влиять на ее значение шумы различного типа. Случай, когда идентифицируемые объекты и эталон относятся к разным классам, представляет меньший интерес, так как значения

метрик здесь значительно превышают уровень шумов. А вот рассмотрение ситуации, когда объект и эталон относятся к одному классу, заслуживает внимания, так как величина классификационного допуска будет определяться уровнем шума, наложенного на объект.

2. ОЦЕНКА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

В теоретической постановке вопроса сравнение эталона с эталоном должно давать нулевое значение метрики. Практически это наблюдается только в том случае, когда оба объекта идентичны друг другу с точностью до точки контура. Реально такого сходства не бывает, а метрики всегда имеют некоторые значения. Это вызвано тем, что на любом изображении присутствуют шумы и искажения. Поэтому значения, вычисляемые между объектами одного класса и эталоном, при наличии помех должны образовывать некоторую функцию плотности распределения (ФПР).

С другой стороны, результаты идентификации эталонного объекта с множеством не эталонных (произвольного типа) тоже должны подчиняться некоторому распределению. Если предположить, что оба эти случая имеют нормальное распределение, то чувствительность метода можно оценить на основании сравнения параметров функций плотности распределения для метрик типа эталон–эталон с параметрами ФПР эталон — не эталон. Чем дальше друг от друга расположены значения их математических ожиданий и чем меньше величины их дисперсий, тем больше чувствительность метода. И, следовательно, тем лучше этот метод будет распознавать предъявленные ему образы.

Решение задачи классификации можно рассматривать как игру статистического характера, которую классификатор ведет с природой. В таких играх используются различные стратегии, байесовская [3], минимаксная [4] и Неймана–Пирсона [5]. Задача классификатора заключается в нахождении оптимального решения, обеспечивающего минимизацию среднего риска или стоимости потерь. При нормальном распределении для получения оптимального решения наиболее часто используется метод, основанный на байесовском классификаторе.

Предположим, что классификатор разделяет пространство решений на две области \mathcal{R}_1 и \mathcal{R}_2 (см. рис. 1). Будем считать, что существуют два типа ошибок: когда наблюдаемое значение x попадает в область \mathcal{R}_2 , в то время как истинное состояние природы есть ω_1 — это означает пропуск объекта; либо когда x попадает в область \mathcal{R}_1 , в то время как истинное состояние природы есть ω_2 , а это означает ложное опознавание. Так как события взаимоисключа-

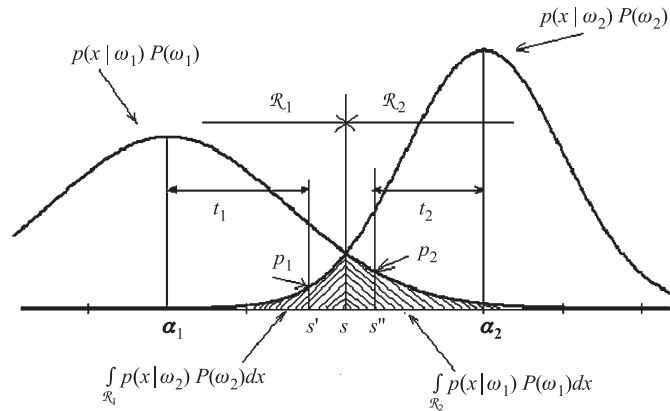


Рис. 1. Пример пересечения двух нормальных распределений

ющие и составляют полное множество, то

$$P(\text{error}) = P(x \in \mathfrak{R}_2, \omega_1) + P(x \in \mathfrak{R}_1, \omega_2) = \int_{\mathfrak{R}_2} p(x|\omega_1) P(\omega_1) dx + \int_{\mathfrak{R}_1} p(x|\omega_2) P(\omega_2) dx. \quad (3)$$

На рис.1 показаны две заштрихованные области «хвостов» функций $p(x|\omega_i) P(\omega_i)$. Минимальная ошибка в (3) достигается на границе областей \mathfrak{R}_1 и \mathfrak{R}_2 в точке s . Один из способов получения оптимального решения при известных нормальных распределениях основан на критерии Фишера ([6, 7] **Error! Bookmark not defined.**), записываемом как

$$f = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (4)$$

Получаемое в результате вычисления (2) число f дает значение, совпадающее с решением в байесовском классификаторе.

Фактически в одномерном случае значение f показывает оптимальное значение абсциссы для разделяющей прямой. В этой точке равны значения двух вероятностей ([8], **Error! Bookmark not defined.**): p_1 — ложного опознавания и p_2 — пропуска объекта. Пусть минимальная ошибка определяется абсциссой s , тогда в этой точке $p_1 = p_2$.

Однако в некоторых случаях для имеющихся двух распределений ставят задачу классификации объектов с заданными и неравными вероятностями p_1 и p_2 , которые не совпадают с оптимальными. Они показаны на рис. 1 ординатами s' и s'' . Другими словами, может ли быть построен классификатор для двух распределений $N_1 = N(\alpha_1, \sigma_1^2)$ и $N_2 = N(\alpha_2, \sigma_2^2)$, обеспечивающий

заданные вероятности $p_1 \neq p_2$? Теперь оптимальное решение, получаемое из (3) или (4), уже не соответствует поставленному вопросу.

Пусть точка s' соответствует значению вероятности p_1 , а точка $s'' = p_2$, тогда постановку задачи можно сформулировать как: найти точки s' и s'' по значениям p_1 и p_2 , причем

- 1) $(s' + s'')/2 = s$,
- 2) $s'' - s' \geq 0$.

Первое условие означает, что решение должно быть в области пересечения функций плотности вероятности, а второе, что s'' всегда должно лежать правее s' . Предельный случай равенства означает вырождение отрезка $[s', s'']$ в точку s .

Лемма. Пусть имеются два распределения с $N_1 = N(\alpha_1, \sigma_1^2)$ и $N_2 = N(\alpha_2, \sigma_2^2)$, тогда для двух заданных вероятностей p_2 для N_1 и p_1 для N_2 и соответствующих им значений s'' и s' , где $s' = \alpha_1 + t_1$ и $s'' = \alpha_2 - t_2$, величина модифицированного критерия Фишера будет равна

$$f_m = \frac{1}{t_1 + t_2} \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{t_1 \sigma_1^2 + t_2 \sigma_2^2}. \quad (5)$$

Очевидно, что если $f_m \geq 1$, то классификатор, удовлетворяющий вероятностям p_1 и p_2 , существует, а оптимальное решение лежит внутри интервала $[s', s'']$; а если $f_m < 1$ — то не существует. Значение числа f_m в (5) показывает качество классификатора.

Рассмотрим для примера задачу, где $N_1 = N(\alpha_1 = 0, \sigma_1^2 = 1)$ и $N_2 = N(\alpha_2 = 4, \sigma_2^2 = 1)$. Пусть даны вероятности ложного опознавания $p_1 = 0,0455$ и пропуска $p_2 = 0,0455$, по кривой нормального интеграла ошибок $\text{erf}(t)$ [7] находим, что значения $t_1 = t_2 = 2$. Подставляем их в (5) и получаем $f_m = 1$. То есть классификатор можно построить с разделяющей плоскостью, проходящей через значения $s = s' = s'' = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$.

Предположим, что для тех же распределений потребовалось повысить качество распознавания за счет уменьшения вероятности пропуска объекта, например с $p_2 = 0,03$, что соответствует значению интеграла ошибок $t_1 = 2,17$. Подставляя новое значение p_2 в (5), получаем $f_m = 0,92$, что означает, что построить такой классификатор невозможно.

Рассмотрим теперь, можно ли построить классификатор для методов, основанных на геометрической корреляции (ГК). Так для метода ГК1 имеем распределение параметров функции плотности распределения для типа ЭЭ $N_{SS} = N(\alpha_1 = 2,246, \sigma_1^2 = 0,649)$, а для распределения типа ЭН $N_{SN} = N(\alpha_2 = 18,804, \sigma_2^2 = 0,774)$ [8]. Заданные значения вероятности пропуска объекта $p_1 = 0,000001$ и ложного опознавания $p_2 = 0,00001$, что соответствует $t_1 = 5$ и $t_2 = 4,5$. Получаем значение $f_m = 5,9$, что соответствует очень высокой чувствительности и, следовательно высокому ка-

честву метода идентификации. Используя аналогичные вероятностные исходные данные для метода ГК2 с функциями плотности распределения $N_{SS} = N(\alpha_1 = 1,566, \sigma_1^2 = 0,267)$ и $N_{SN} = N(\alpha_2 = 14,394, \sigma_2^2 = 0,323)$, получаем еще большее значение $f_m = 20,56$.

3. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ МЕТОДОВ ГК К ШУМАМ

3.1. Исчисление метрик в условиях шумов. Пусть нам необходимо идентифицировать объект, совпадающий с классом эталона, тогда можно считать, что $y(\varphi) = x(\varphi)$ и, следовательно, (1) будет иметь вид

$$\delta_{xx}(\tau) = 1/M \sum_{\varphi=1}^M |x(\varphi) - x(\varphi - \tau)|. \quad (6)$$

Выражение (6) напоминает формулу автокорреляции [9], но в отличие от нее использует разность, а не произведение функций. Как же будет вести себя функция $\delta_{xx}(\tau)$ на отрезке $[0, 360^\circ]$? Очевидно, что на ней будут присутствовать минимумы*, один из которых всегда будет при $\tau = 0$, а функция $\delta_{xx}(\tau)|_{\tau=0} \equiv 0$. Однако при исследовании значений метрик ρ , вычисленных на реальных объектах, этого не наблюдалось. Функция $\delta_{xx}(\tau)$ всегда имела некоторое значение. Этот факт объясняется тем, что в реальных контурах всегда присутствуют некоторые искажения, обусловленные шумами или импульсными помехами.

Предположим, что на объект накладываются искажения в виде нормального аддитивного шума n

$$y(\varphi) = x(\varphi) + n(\varphi).$$

Рассмотрим, чему будет равна функция** $\delta_{xx}(\tau)$ при фиксированном угле $\tau = 0$, то есть при отсутствии поворота объекта относительно эталона

$$\delta_{xx}(\tau)|_{\tau=0} = 1/M \sum_{\varphi=1}^M |x(\varphi) - x(\varphi - \tau) - n(\varphi - \tau)| = 1/M \sum_{\varphi=1}^M |-n(\varphi - \tau)|. \quad (7)$$

Пусть $n(\varphi, \tau)$ имеет нормальный закон распределения, тогда в силу того, что $n \geq 0$ для любого $\varphi, \tau \in [0, 360^\circ]$, а $\tau = 0$, можно убрать минус и снять

*Дополнительные минимумы будут существовать, если функция x имеет одну или более осей симметрии. Далее предполагается, что объекты, рассматриваемые в этом разделе, не имеют осевой и центральной симметрии.

**Здесь и далее в (8) при $\tau = 0$ значение функции δ будет совпадать со значением метрики ρ .

знак модуля. Получим $\delta_{xx}(\tau)|_{\tau=0} = \bar{n}$, где \bar{n} есть величина смещения этого шума относительно его среднего значения.

Если теперь рассмотрим с этих же позиций метрику ρ_{GC2} (2), используя обобщенное правило треугольника [10], то получим

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(\tau)|_{\tau=0} &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |\bar{n} - \eta_{xx}(\varphi, \tau)| = \\ &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |\bar{n} - x(\varphi) + x(\varphi - \tau) + n(\varphi - \tau)| = \\ &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |\bar{n} + n(\varphi - \tau)| \geq \left| 1/M \sum_{\varphi=1}^M (\bar{n} + n(\varphi - \tau)) \right| = \\ &= \bar{n} + \bar{n} = 2\bar{n}\end{aligned}\quad (8)$$

Пусть теперь на реальный объект воздействует как аддитивная, так и мультипликативная составляющая шумов

$$y(\varphi) = x(\varphi)\tilde{w}(\varphi) + \tilde{n}(\varphi), \quad (9)$$

где $\tilde{w}(\varphi) = w(\varphi) + \bar{w}$, $\tilde{n}(\varphi) = n(\varphi) + \bar{n}$ означает, что шумы представляют собой случайные процессы со смещениями \bar{n} и \bar{w} . Вычислим $\delta_{xx}(\tau)$ аналогично (8), считая, что среднее от несмещенного шума равно 0, а смещения шумов \bar{n} и \bar{w} не изменяются:

$$\begin{aligned}\delta_{xx}(\tau)|_{\tau=0} &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |x(\varphi) - x(\varphi - \tau)\tilde{w}(\varphi - \tau) - \tilde{n}(\varphi - \tau)| = \\ &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |x(\varphi) - x(\varphi - \tau)w(\varphi - \tau) - x(\varphi - \tau)\bar{w} - n(\varphi - \tau) - \bar{n}| \geq \\ &= \left| 1/M \sum_{\varphi=1}^M (x(\varphi) - x(\varphi - \tau)w(\varphi - \tau) - x(\varphi - \tau)\bar{w} - n(\varphi - \tau) - \bar{n}) \right| = \\ &= |\bar{x} - \bar{x}\bar{w} - \bar{n}|,\end{aligned}\quad (10)$$

где \bar{x} — среднее значение контурной функции.

Используя результат выражения (10) для вычисления функции $\sigma(\tau)$ из (2), получим

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(\tau)|_{\tau=0} &= \\ &= 1/M \sum_{\varphi=1}^M |\delta_{xx}(\tau) - x(\varphi - \tau) + x(\varphi - \tau)\tilde{w}(\varphi - \tau) + \tilde{n}(\varphi - \tau)| \geq \\ &= |\bar{x} - \bar{x}\bar{w} - \bar{n}| - (\bar{x} - \bar{x}\bar{w} - \bar{n}).\end{aligned}\quad (11)$$

Рассмотрим условия вычисления выражений (10) и (11). Для стационарных и центрированных случайных процессов всегда будет выполняться

$$(\bar{x} - \bar{x} \cdot \bar{w} - \bar{n}) > 0 \quad \text{или} \quad \bar{x} > (\bar{x} \cdot \bar{w} + \bar{n}), \quad (12)$$

поэтому можно снять знак модуля в (10). Если же шум перестает быть центрированным и смещения становятся соизмеримыми с уровнем сигнала \bar{x} , то условие (12) нарушается, и очевидно, что уровень шумов будет превышать уровень сигнала. При этом искажения формы объектов становятся настолько большими, что проведение идентификации становится невозможным. При выполнении условия положительности в (12) раскрытие модуля в (11) означает, что метрика $\rho_{GC2}|_{\tau=0} = 0$, то есть ее использование при выполнении условия (12) позволяет избавиться от влияния мультипликативных шумов.

Промоделируем в пакете MatLab итоговое выражение метрики (11) в виде трехмерного графика так, что координатами x и y будут смещения шумов \bar{w} и \bar{n} , а функцией z значение метрики. Тогда результат моделирования при условии $\bar{x} = 1$ можно увидеть на рис. 2: значение метрики постоянно и равно 0 при всех комбинациях смещения шумов, удовлетворяющих условиям (12).

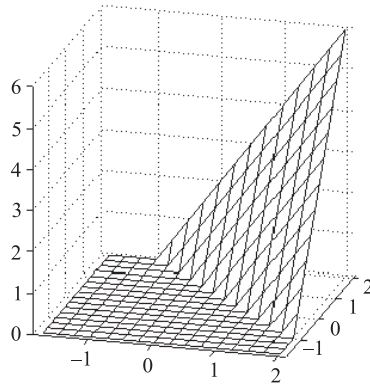


Рис. 2. Результат моделирования формулы (11)

Замечание. В реальных изображениях кроме шумов всегда присутствуют и импульсные помехи (например, типа «соль и перец»), которые тоже искажают контуры объектов, поэтому значение метрик ρ_{GC1} и ρ_{GC2} всегда будут иметь некоторые значения, что объясняется, с одной стороны, наличием не учтенных в рассмотрении импульсных шумов, а с другой — погрешностями дискретного представления объектов.

3.2. Измерение метрик в условиях шумов. При проведении эксперимента по определению влияния уровня шумов на значения метрик ρ_{GC1} и ρ_{GC2} использовалась следующая последовательность методов: загрузка, нанесение цветных аддитивных стационарных гауссовских шумов, преобразование к серому, фильтрация, бинаризация, выделение контуров, загрузка эталона, идентификация методами ГК. Вклад, вносимый всеми искажающими

звеньями, можно считать некоторой одинаковой добавкой к значениям метрик. Для обеспечения одинаковых условий эксперимента и работоспособности схемы в широком диапазоне уровня шумов используются два последовательно включенных линейных сглаживающих фильтра. В качестве объектов были выбраны правильные пятиконечные звезды.

Результаты исследований, приведенные в табл. 1, показывают, что значения метрик остаются практически неизменными в широком диапазоне шумов. Имеет место небольшое возрастание, обусловленное суммарными искажениями от всех методов в схеме.

Таблица 1. Значение метрик

Шум	ГК1	ГК2
$\sigma_N = 5,0$	1,868	1,952
$\sigma_N = 7,5$	1,867	2,048
$\sigma_N = 10$	1,874	2,094
$\sigma_N = 12,5$	1,974	2,152
$\sigma_N = 15$	1,949	2,172
$\sigma_N = 20$	2,029	2,20
$\sigma_N = 25$	2,114	2,23
$\sigma_N = 50$	2,174	2,24
$\sigma_N = 75$	2,191	2,224
$\sigma_N = 100$	2,318	2,374
$\sigma_N = 125$	2,617	2,628
$\sigma_N = 150$	2,937	3,356
$\sigma_N = 175$	3,888	4,219

Еще более убедительно выглядят графики зависимости метрик от шумов, приведенные на рис. 3 для трех различных классов объектов (на графиках отмечены цифрами: 1 — правильные шестиконечные звезды; 2 — правильные шестигранники; 3 — правильные пятиконечные звезды) для методов ГК1 (а) и ГК2 (б).

Полученные результаты подтверждают теоретические выводы о независимости значений метрик от шумов при их низких и средних значениях, то есть тогда, когда сохраняется нормальный закон распределения.

Резкое возрастание значения метрик при дисперсии шумов $\sigma_N > 100$ обусловлено двумя причинами: во-первых, в силу появления существенных искажений формы объекта, во-вторых, закон распределения шумов перестает быть нормальным, следовательно, перестают работать формулы (10) и (11).

Постоянство величины метрик типа ЭЭ от воздействия шумов дает возможность назначения постоянной величины КД, которая не будет изменяться при изменении уровня шумов в широком диапазоне.

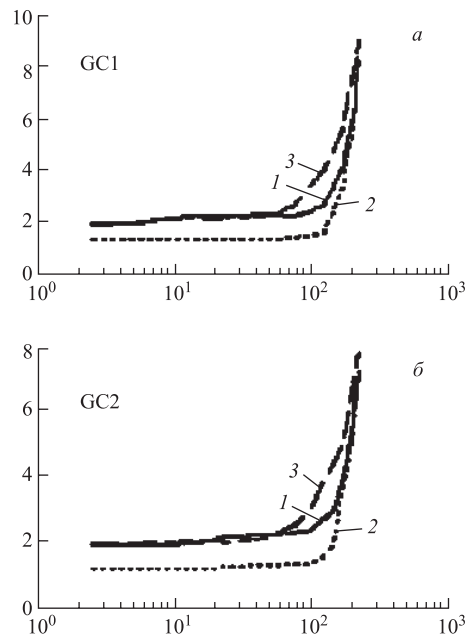


Рис. 3. Зависимость метрик от уровня шумов для трех объектов

4. ОСОБЕННОСТИ ИСЧИСЛЕНИЯ МЕТРИК В МЕТОДАХ ГК

4.1. Исчисление метрик для комбинаций ЭЭ. Рассмотрим еще раз выражение (7). Его вычисление приводит к получению величины смещения для аддитивной модели шумов. Пусть имеется изображение, состоящее из множества одинаковых объектов, на которые наложен стационарный шум с нормальным распределением. Вычислим (7) для каждого объекта из этого множества, а затем усредним полученные значения метрик.

Повторив эти вычисления для разных объектов в одинаковых условиях, получим множество $A = (\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_k)$, где $\bar{\alpha}_i$ — средние значения ФПР метрики типа ЭЭ для различных объектов*. Средним значением элементов по множеству A будет $\bar{\rho}$:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{\alpha}_i.$$

*Более подробно этот процесс рассмотрен в [5]. Там же показано, что распределение метрик подчиняется нормальному закону.

Рассмотрим эмпирическую функцию плотности распределения $\bar{F}^*(\rho)$ как приближение истинного распределения $F(\rho)$ генеральной совокупности. Для реальных объектов величина искажений объектов не может быть слишком велика, следовательно, $\bar{\rho} \ll \infty$ и значение элементов множества A будет ограничено. Из теоремы Хинчина (закон больших чисел) [11] следует, что

$$|\bar{F}^*(\rho) - F(\rho)| \xrightarrow{p} 0, \quad (13)$$

где разность берется по всему множеству A . Выражение (13) показывает, что с ростом числа членов множества точность приближения эмпирической функции плотности распределения к теоретической возрастает.

В силу (13) параметры $\bar{F}^*(\rho)$ (среднее и среднее отклонение) должны быть постоянными и, следовательно, классификационный допуск можно назначать исходя из значения вероятности правильного опознавания, которую можно определить на основании верхнего доверительного интервала — $\varepsilon_{GC} = U_d$. Здесь U_d — значение верхнего доверительного интервала, полученное по заданному значению уровня значимости d .

Теперь необходимо еще раз вернуться к выражению (7) и заметить, что при его вычислении результат зависит не от поведения контурных функций, а от параметров шума.

Главным следствием из (7) и (8) с учетом (13) является постоянство значения метрик ρ_{GC1} и ρ_{GC2} для объектов типа ЭЭ. Более того, эти значения не зависят от числа точек g_i и их расположения на G . То есть с G снимается ограничение о равномерности распределения точек (см. разд. 1).

Исходя из предположения о стационарности шумов результаты вычисления (7) и (8) будут иметь одинаковые значения при любом способе определения множества точек G и поэтому можно считать, что значение классификационного допуска не зависит от числа точек и ширины сегментов контура (!).

Также очевидно, что ошибка при вычислении метрики по части контура будет тем больше, чем меньшая часть его используется. Следовательно, для ускорения вычислений можно использовать меньшее число точек, а для повышения точности — большее.

Если аналогично случаю с аддитивными шумами рассмотреть метрику ρ_{GC1} с шумами по схеме (9), то из (10) видно, что ее значение зависит от трех компонентов — смещения в шумах \bar{w} , \bar{n} и в контурной функции \bar{x} . Предположим, что величины \bar{x} , \bar{w} и \bar{n} будут для условий получения объектов постоянны, тогда результат вычисления (11) (константу) можно записать как один из параметров объекта в эталон и далее использовать при определении значения классификационного допуска. В итоге получим такую же независимость значения метрик ρ_{GC1} и ρ_{GC2} от числа и размеров фрагментов контура, как и в модели аддитивного шума.

Для подтверждения теоретических выводов проведем эксперимент, суть которого будет заключаться в измерении среднего в ФПР метрик типа ЭЭ

при использовании различных методов, основанных на ГК, причем будем варьировать число, размер и положение интервалов. Процесс будем проводить по вышеописанной схеме, при умеренном значении шумов $\sigma_N = 25$ с использованием одного линейного сглаживающего фильтра (3×3). Для идентификации выбраны методы: ГК1, 2 — полный интервал; ИЧК1, 2 — половина интервала (левая и правая), ИЧК-ПИ1, 2 — набор значений с различным числом и шириной интервала (см. описание методов в [2]). В качестве объектов в первом случае использовалась выборка из 100 правильных семиконечных звезд.

Результаты проведенного эксперимента сведены в табл. 2. Они показывают, что значение метрик практически не зависит от числа и количества интервалов. Уменьшение размера интервалов и их числа вызывает некоторое уменьшение значения метрик, которое объясняется тем, что на контуре

Таблица 2. Зависимость значений метрик типа ЭЭ от ширины и числа интервалов для правильной семиконечной звезды

Угол-инт.	Среднее	Средн. откл.	Среднее	Средн. откл.
	ГК1		ГК2	
$360^\circ \times 1$	1,346	0,0253	1,111	0,0173
	ИЧК1	ИЧК2		
$180^\circ \times 1\text{-L}$	1,359	0,0230	1,011	0,0395
$180^\circ \times 1\text{-R}$	1,312	0,0268	1,162	0,0291
	ИЧК-ПИ1		ИЧК-ПИ2	
$180^\circ \times 2$	1,348	0,0331	1,109	0,0162
$120^\circ \times 2$	1,251	0,0313	1,0792	0,0193
$90^\circ \times 2$	1,329	0,0206	1,0923	0,0213
$60^\circ \times 2$	1,216	0,0245	1,133	0,0303
$30^\circ \times 2$	0,872	0,0629	0,801	0,0335
$15^\circ \times 2$	0,642	0,0600	0,535	0,0641
$120^\circ \times 3$	1,355	0,0587	1,111	0,0154
$80^\circ \times 3$	1,438	0,0385	1,088	0,0364
$60^\circ \times 3$	1,528	0,0765	1,069	0,0443
$40^\circ \times 3$	1,586	0,0588	1,185	0,0478
$20^\circ \times 3$	1,220	0,0565	1,008	0,0384
$90^\circ \times 4$	1,348	0,0292	1,113	0,0186
$60^\circ \times 4$	1,464	0,0163	1,064	0,0331
$45^\circ \times 4$	1,367	0,0263	1,147	0,0232
$30^\circ \times 4$	1,093	0,0209	1,073	0,0216
$15^\circ \times 4$	1,064	0,0434	0,943	0,0309

появляются небольшие отрезки, в которых КФ объекта и эталона более полно совпадают из-за искажений контура, внесенных шумом и сглаживающим фильтром. Кроме того, идентификация фигуры с большим числом осей центральной симметрии приводит к росту таких мест, в которых будет иметься распознавание ложных фрагментов объекта, которые находятся под некоторым углом к эталону.

Во второй серии экспериментов для устранения этого эффекта при тестировании были выбраны объекты, не имеющие осевой или зеркальной симметрии, например, как на рис. 4, *a*. Результаты измерений метрик, вычисленных для такого типа объектов, сведены в табл. 3.

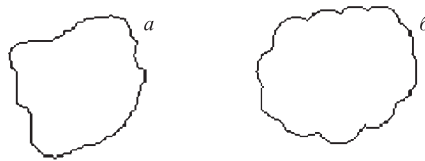


Рис. 4. Пример несимметричных фигур для тестирования

Результаты, представленные в этой таблице, показывают, что для таких фигур практически отсутствует множественная корреляция фрагментов фигуры с фрагментом эталона.

Здесь значения метрик ФПР для типа ЭЭ практически не изменяются для всех методов в группе при изменении в широких пределах числа и размеров интервалов. Объект распознается только под правильным углом относительно эталона, именно так, как следует из вышеизложенных теоретических утверждений, то есть точность вычисления метрик, основанных на методах ГК1 и ГК2, не зависит от способа их вычисления! Некоторая вариация значений метрик при уменьшении интервалов обуславливается уменьшением точности их вычисления.

4.2. Исчисление метрик для комбинаций ЭН. Следующим важным фактором, требующим рассмотрения, является вопрос об изменении значения метрик ЭН в методах ГК на части контура. Этот вопрос тесно связан с вопросом чувствительности и может быть поставлен в следующем виде. Будет ли уменьшаться чувствительность метода, то есть КЧМ, при уменьшении ширины интервалов по сравнению с методами ГК1 и ГК2?

Для ответа на этот вопрос необходимо еще раз рассмотреть две метрики — ρ_{GC1} и ρ_{GC2} . Теперь в них уже нельзя исключить из рассмотрения вторую контурную функцию, как в (6). Пусть идентифицируемый объект будет представлен в виде комбинаций аддитивного и мультипликативного шума

Таблица 3. Зависимость значений метрик типа ЭЭ от ширины и числа интервалов для фигуры на рис. 4, а

Угол-инт.	Среднее	Средн. откл.	Среднее	Средн. откл.
	ГК1		ГК2	
360°×1	0,935	0,0513	0,942	0,0361
	ИЧК1		ИЧК2	
180°×1-L	0,905	0,0622	0,929	0,0327
180°×1-R	0,920	0,0197	0,898	0,0351
	ИЧК-ПИ1		ИЧК-ПИ2	
180°×2	0,952	0,0303	0,914	0,0517
120°×2	0,982	0,0510	0,855	0,0512
90°×2	0,940	0,0281	0,865	0,0446
60°×2	0,869	0,0288	0,913	0,0495
30°×2	0,885	0,0397	0,978	0,0762
15°×2	0,869	0,0502	1,069	0,115
120°×3	0,946	0,0241	0,933	0,0443
90°×3	0,935	0,0293	0,954	0,0634
60°×3	0,952	0,0212	0,924	0,0611
30°×3	1,032	0,0364	0,944	0,0717
15°×3	0,963	0,0483	1,120	0,0602
90°×4	0,951	0,0318	0,914	0,0537
60°×4	0,930	0,0315	0,986	0,0281
30°×4	0,993	0,0280	0,960	0,0607
15°×4	1,032	0,0407	1,082	0,0657
10°×4	0,993	0,0698	1,019	0,0713

$y(\varphi) = y(\varphi) \tilde{w}(\varphi) + \tilde{n}(\varphi)$, тогда запишем метрику (1) в следующем виде:

$$\delta_{xy}(\tau) |_{\tau=0} = \frac{1}{M} \sum_{\varphi \in G} \frac{|x(\varphi) - y(\varphi - \tau) \tilde{w}(\varphi - \tau) - \tilde{n}(\varphi - \tau)|}{\sum_{\varphi=1}^M |x(\varphi) - y(\varphi - \tau) \tilde{w}(\varphi - \tau) - y(\varphi - \tau) \bar{w} - n(\varphi - \tau) - \bar{n}|} \geq \quad (14)$$

$$\left| \frac{1}{M} \sum_{\varphi=1}^M (x(\varphi) - y(\varphi - \tau) \tilde{w}(\varphi - \tau) - y(\varphi - \tau) \bar{w} - n(\varphi - \tau) - \bar{n}) \right| = |\bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{w} - \bar{n}|,$$

Аналогичные результаты получаются и для метрики (2)

$$\begin{aligned} \sigma_{xy}(\tau) |_{\tau=0} = \\ \frac{1}{M} \sum_{\varphi=1}^M |\delta_{xy}(\tau) - x(\varphi - \tau) + y(\varphi - \tau)\tilde{w}(\varphi - \tau) + \tilde{n}(\varphi - \tau)| \geq \quad (15) \\ ||\bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{w} - \bar{n}| - (\bar{x} - \bar{y} \cdot \bar{w} - \bar{n})|. \end{aligned}$$

Поскольку форма объектов не изменяется, а шумы стационарны, то можно сказать, что результаты, получаемые при вычислении метрик по этим формулам, тоже не должны изменяться при двух типах объектов, относящихся к разным классам. Но необходимо заметить, что как в (14), так и в (15) нет членов, зависящих от формы распознаваемого объекта, также они не зависят ни от φ , ни от τ .

Следовательно, если использовать тот же подход, рассматривая эмпирическую и истинную ФПР метрик, как в (13), то можно считать, что выражения (14) и (15) являются средними в ФПР метрик ЭН для этих соотношений объектов и эталона. Но поскольку (14) и (15) не зависят от способа исчисления, то есть не зависят от способа выбора точек на G , можно считать, что значение этих метрик будет одинаковым при этих соотношениях для всех методов ГК на части контура (!).

А постоянство среднего в ФПР означает, что коэффициент чувствительности методов не зависит от размера и числа интервалов, на которых вычисляется метрика. Чувствительность всех методов, основанных на ГК, не зависит от того, как вычисляются их метрики.

Для подтверждения вышеизложенного рассмотрим, как будет изменяться среднее значение метрик в методах ГК для комбинаций ЭН для различных методов, в которых будет варьироваться число и размер интервалов.

В качестве первого примера будем использовать два объекта с минимальной корреляцией их формы — файл, содержащий 100 объектов типа правильная семиконечная звезда, а в качестве эталона выберем окружность. Тестирование будем проводить при наложении на объект шумов с $\sigma_N = 25$ и использованием линейного сглаживающего фильтра размером 3×3 . Остальные элементы аналогичны элементам вышеописанной схемы. Результаты приведены в табл. 4. Данные в этой таблице показывают, что при уменьшении суммарного размера фрагмента периметра с 360° до 30° (при двух интервалах), то есть более чем в 10 раз, значение метрики изменяется примерно на 11%. А для трех и четырех интервалов при том же отношении размеров — менее чем на 6%.

Эти изменения (наряду с потерей точности) объясняются увеличением влияния шумовой составляющей, которая совместно с фильтром нижних частот искажает контуры объекта таким образом, что они начинают приближаться к окружности на некоторых небольших интервалах.

Таблица 4. Зависимость метрик типа ЭН от числа и размеров интервалов

Угол- инт.	Среднее	Средн. откл.	Среднее	Средн. откл.
	ГК1		ГК2	
360°×1	19,072	0,1276	9,093	0,0429
	ИЧК1		ИЧК2	
180°×1-L	17,328	0,1397	8,724	0,0679
180°×1-R	17,302	0,1548	8,733	0,0505
	ИЧК-ПИ1		ИЧК-ПИ2	
180°×2	19,082	0,1516	8,990	0,0369
120°×2	18,696	0,1983	8,625	0,0439
90°×2	18,411	0,1803	8,370	0,0519
60°×2	18,345	0,1903	7,987	0,0515
30°×2	17,968	0,1795	7,447	0,1291
15°×2	16,917	0,1791	5,120	0,1046
120°×3	19,072	0,1500	8,990	0,0270
90°×3	18,906	0,1379	8,830	0,0452
60°×3	18,788	0,1490	8,509	0,0559
30°×3	18,509	0,1478	8,062	0,0674
15°×3	18,113	0,1509	7,895	0,1091
90°×4	19,048	0,1375	8,990	0,0353
60°×4	18,994	0,1200	8,908	0,0365
30°×4	18,642	0,1180	8,731	0,0786
15°×4	18,245	0,1116	8,144	0,1019
10°×4	18,046	0,0931	8,112	0,1291

Следующий пример (табл. 5) показывает результаты вычисления средних и средних отклонений для метрик в методах ГК для двух несимметричных объектов, изображенных на рис. 4, а, б.

Результаты, приведенные в этой таблице, уже отличаются от предыдущего случая в худшую сторону. Поскольку у сравниваемых фигур нет резких изменений в контуре (острых углов), то форма одной из фигур может совпадать с другой на небольшом фрагменте их контура. Именно этот эффект в виде корреляции (уменьшении значения метрики) и проявляется в результате при уменьшении числа и размеров интервалов.

Еще большее ухудшение качества распознавания наблюдается, когда два фрагмента контура имеют небольшие сегменты с повторяющейся формой,

Таблица 5. Зависимость метрик типа ЭН от числа и размеров интервалов для двух несимметричных объектов

Угол-инт.	Среднее	Средн. откл.	Среднее	Средн. откл.
	ГК1		ГК2	
360°×1	7,648	0,0316	6,309	0,0243
	ИЧК1		ИЧК2	
180°×1-L	4,268	0,0668	3,767	0,0292
180°×1-R	4,836	0,0139	4,546	0,0198
	ИЧК-ПИ1		ИЧК-ПИ2	
180°×2	7,652	0,0309	6,308	0,0271
120°×2	5,677	0,0305	5,180	0,0224
90°×2	5,843	0,0340	4,815	0,0353
60°×2	5,929	0,0410	4,623	0,0356
30°×2	5,701	0,0475	3,797	0,0536
15°×2	3,979	0,0603	1,663	0,0686
120°×3	7,649	0,0324	6,312	0,0167
90°×3	6,307	0,0198	6,345	0,0579
60°×3	5,684	0,0235	5,738	0,0264
30°×3	6,328	0,0298	5,396	0,0255
15°×3	4,106	0,0400	3,223	0,0856
90°×4	7,651	0,0287	6,307	0,0162
60°×4	5,958	0,0238	5,459	0,0234
30°×4	5,653	0,0392	5,126	0,0271
15°×4	3,453	0,0375	2,599	0,0368
10°×4	3,463	0,0409	1,993	0,0154

как, например, у двух правильных пяти- и семиугольников. Результаты тестирования значения метрик для таких фигур приводятся в табл. 6.

Значения метрик в таблице, при которых наблюдается явная корреляция двух отрезков фигур, отмечены «*». Примеры этих мест в идентифицируемых объектах при использовании двух противоположных интервалов представлены на рис. 5 и обведены пунктирными линиями.

В таких случаях для исключения корреляции желательно увеличивать число или размер противоположных интервалов. Так, уже при трех интервалах такая корреляция полностью отсутствует.

Таблица 6. Зависимость метрик ЭН от числа и размеров интервалов для двух правильных пяти- и семиконечных звезд

Угол-инт.	Среднее	Средн. откл.	Среднее	Средн. откл.
	ГК1		ГК2	
360°x1	23,97269	0,05977487	15,40203	0,05830097
	ИЧК1		ИЧК2	
180°x1-L	22,02362	0,08368725	14,53013	0,07605659
180°x1-R	20,08126	0,09150243	14,38975	0,07505736
	ИЧК-ПИ1		ИЧК-ПИ2	
180°x2	23,96467	0,05226195	15,39825	0,05541423
120°x2	21,73173	0,09134363	11,97909	0,04582702
90°x2	20,87176	0,08790474	9,168597	0,08958919
60°x2	19,10730	0,08167402	8,143461	0,1307375
30°x2	18,22203	0,1263697	6,367111*	0,1562194*
15°x2	15,10792	0,1533291	1,022419*	0,08056702*
120°x3	23,96827	0,05747685	15,40731	0,06450771
90°x3	22,9649	0,06018074	14,47634	0,0611712
60°x3	21,25116	0,1048428	12,82222	0,06693579
30°x3	19,16105	0,1115507	12,30536	0,07224407
15°x3	16,61972	0,1272956	8,968623	0,2442093
90°x4	23,97032	0,0549385	15,38876	0,04801993
60°x4	22,63356	0,09288213	14,20058	0,1079999
30°x4	22,1643	0,1076849	12,51762	0,1243215
15°x4	19,41318	0,1238789	11,68672	0,07647017
10°x4	17,58555	0,2264626	7,831178	0,1012578



Рис. 5. Места возможной корреляции объектов разных классов при их идентификации двумя противоположными интервалами с малой шириной. Стрелками показаны места возможной корреляции (обведены пунктирной линией)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные методы анализа чувствительности к различным параметрам методов геометрической корреляции показали, что:

- Все рассмотренные методы обладают высоким коэффициентом чувствительности, то есть средние их ФПР разнесены значительно шире, чем утроенная сумма их средних отклонений.

- Чувствительность методов не зависит от аддитивной и мультипликативной составляющей, внесенной в контур. Величина метрик не зависит от величины шума, пока закон его распределения не отличается от нормального, что имеет место на малых и средних значениях шумов ($\sigma_N < 100$).

- Значение метрик не зависит от способа выбора области определения КФ — G . Следствием этого является тот факт, что при идентификации методами ГК по части контура значение метрик не зависит от числа и величины интервалов.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 05-01-00645).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гостев И. М.* О методах распознавания графических образов // Изв. РАН. ТиСУ. 2004. № 1.
2. *Гостев И. М.* Об идентификации графических объектов по контурным фрагментам // Изв. РАН ТиСУ. 2005. № 1.
3. *Fukunaga K.* Introduction to Statistical Pattern Recognition, 2nd ed., NY.: Academic Press, 1992.
4. *Watanabe S., ed.* Methodologies of Pattern Recognition. NY.: Academic Press, 1969.
5. *Ту Дж., Гонсалес Р.* Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978.
6. *Fisher R. A.* Contribution to Mathematical Statistics NY: John W, 1950.
7. *Тейлор Дж.* Введение в теорию ошибок М.: Мир, 1985. С. 272.
8. *Гостев И. М.* О моделировании и оценке классификационного допуска // Вестн. РУДН. Сер. Прикладная и компьютерная математика. Т. 3, № 1. 2004.
9. *Френкс Л.* Теория сигналов М.: Сов. Радио, 1974. С. 344.
10. *Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Мир, 1982.
11. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1964. Т. 1. С. 498.

Получено 29 июня 2005 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 20.09.2005.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,19. Уч.-изд. л. 1,44. Тираж 310 экз. Заказ № 55016.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/