ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

2-2005-199

На правах рукописи
УДК 51-7:530.145

СУТУЛИН
Антон Олегович

РАСШИРЕННЫЕ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ МОДЕЛИ В БИГАРМОНИЧЕСКОМ СУПЕРПРОСТРАНСТВЕ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2005

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

Е.А. ИВАНОВ

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,

профессор И.Л. БУХБИНДЕР (ТГПУ, Томск)

доктор физико-математических наук

А.П. ИСАЕВ (ЛТФ ОИЯИ)

Ведущая организация:

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, г. Москва.

Защита диссертации состоится “____” __________ 2006 г. в $15^{\underline{00}}$ на заседании диссертационного совета К 720.001.01 при Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан “____” __________ 2005 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета С.И. ФЕДОТОВ

Общая характеристика диссертации.

Актуальность темы. Одной из главных мотивировок введения суперсимметрии было желание обойти известную теорему Коулмена – Мандулы о невозможности объединения группы Пуанкаре и группы внутренней симметрии в классе групп Ли, чтобы получающаяся при этом физическая теория была бы нетривиальной. Обобщение понятия группы Ли до супергруппы Ли, которая наряду с коммутирующими генераторами алгебры группы Пуанкаре содержит новые антикоммутирующие генераторы, позволило объединить преобразования внутренней и пространственно-временной симметрий. Из структуры алгебры суперсимметрии следует новый принцип симметрии в физике, согласно которому частицы, подчиняющиеся разным статистикам, связаны между собой преобразованиями суперсимметрии и объединяются в единый набор – суперполе. Важным свойством алгебры суперсимметрии является то, что локализация преобразований суперсдвигов приводит к локальным преобразованиям обычных координат, т.е. к общековариантной группе пространства–времени. Иными словами, теория с локальной суперсимметрией – супергравитация – содержит в качестве составной части обычную теорию гравитации. В расширенных теориях супергравитации естественным образом возникают локальные преобразования группы внутренних симметрий, что приводит в конечном счете к объединению гравитационного взаимодействия с остальными типами взаимодействий, в основе которых лежит калибровочный принцип Янга–Миллса.

Подходящим объектом для реализации группы Пуанкаре является пространство Минковского:

$$\mathbf{R}^4 = \left(x^m_L\right).$$

Введение суперсимметрии привело к его обобщению – концепции суперпространства. Суперпространство является расширением пространства Минковского за счет введения дополнительных антикоммутирующих координат:

$$\mathbf{R}^{4|4} = \left(x^m\,, \theta_\alpha\,, \bar\theta_{\dot\alpha}\right).$$

Функциями на суперпространстве являются суперполя. Суперполе содержит как бозонные, так и фермионные поля, которые возникают в качестве компонент в разложении суперполя по грассмановым координатам. В общем случае, суперполя реализуют приводимые представления алгебры суперсимметрии. Неприводимые представления выделяются наложением дополнительных условий на суперполе.

В простейшем случае $\mathcal{N}=1$ суперсимметрии неприводимое представление, отвечающее полям материи, описываются киральным суперполем, которое есть комплексное суперполе $\Phi(x,\theta,\bar{\theta})$, удовлетворяющее связи $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi(x,\theta,\bar{\theta})=0$. Эта связь, записанная в комплексном киральном суперпространстве:

$$\mathbf{C}^{4|2}=\left(x_L^m\,,\theta_\alpha\right),$$

в котором дифференциальный оператор $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ имеет вид частной производной по грассмановой координате $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$, имеет простой смысл: она просто означает, что суперполе $\Phi(x,\theta,\bar{\theta})$ не зависит от $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ и является произвольной функцией на $\mathbf{C}^{4|2}$:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\,\Phi(x,\theta,\bar{\theta})=0 \quad\Rightarrow\quad \Phi=\Phi(x_L^m\,,\theta_\alpha)\,.$$

Этот простой пример показывает, что выбор подходящего суперпространства является существенным при описании неприводимых представлений алгебры суперсимметрии в терминах неограниченных суперполей.

Нахождение адекватного суперпространства в теориях с расширенной суперсимметрией представляет собой сложную задачу. Оказывается, что описание расширенной $\mathcal{N}=2$ суперсимметриичной теории в рамках вещественного $\mathcal{N}=2$ суперпространства или какого-либо его подпространства не может быть достигнуто на языке неограниченных суперполей. Решение вопроса о существовании подходящего суперпространства для формулировки теорий с $\mathcal{N}=2$ суперсимметрией привело к открытию гармонического суперпространства. Главной особенностью гармонического суперпространства является введение новых бозонных координат в качестве независимых переменных в дополнение к стандартному координатному набору $\mathcal{N}=2$ суперпространства:

$$\mathbf{HR}^{4+2|8}=\left(x^m\,,\theta_{\alpha i}\,,\bar{\theta}^k_{\dot{\alpha}}\,,u_i^{\pm}\right).$$

Изучение структуры гармонического суперпространства выявило в нем аналитическое подпространство, которое имеет вдвое меньший набор грассмановых координат и замкнуто относительно преобразований $\mathcal{N}=2$ суперсимметрии:

$$\mathbf{AR}^{4+2|4} = \left(x^m_A\,, \theta^+_\alpha\,, \bar\theta^+_{\dot\alpha}\,, u^\pm_i\right).$$

Это позволило определить новый тип грассмановой аналитичности – гармоническую грассманову аналитичность, которая обобщает понятие комплексной аналитичности в обычном смысле или киральности в случае $\mathcal{N}=1$ суперсимметрии. Именно в аналитическом суперпространстве удается получить описание супермультиплета материи на языке неограниченных аналитических суперполей. Кроме того, в подходе гармонического суперпространства оказалось возможным дать адекватное описание как $\mathcal{N}=2$ суперсимметричной теории Янга–Миллса, так и $\mathcal{N}=2$ теории супергравитации в четырех измерениях. Исследование этих теорий в рамках гармонического суперпространства позволило установить тесную связь их внутренней структуры с геометрией комплексных многообразий гипер–Кэлерова и кватернион–Кэлерова типа. Многообразия такого типа отвечают нелинейным сигма–моделям без кручения.

Изучение двумерной теории поля привело к открытию более широкого класса нелинейных сигма–моделей, а именно, двумерных нелинейных сигма–моделей, которые включают обобщенный член Весса–Зумино–Новикова–Виттена (ВЗНВ) или кручение. В последствие было показано, что суперобобщения ВЗНВ сигма–моделей описывают нетривиальные фоновые многообразия в теории суперструн, требующих конформной инвариантности.

Расширенные $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметричные теории, приводящие к сигма–моделям с кручением, рассматривались ранее в разных суперпространственных подходах, в частности, в $\mathcal{N}=(2,2)$ суперпространстве в терминах кирального суперполя и кирального суперполя с твистом, в стандартном и проективном $\mathcal{N}=(4,4)$ суперпространствах на языке обычных суперполей. С другой стороны, учитывая значение гармонического суперпространства в расширенных суперсимметричных теориях в четырех измерениях, было бы важно иметь описание двумерных суперсимметричных теорий, включая теории с кручением, на языке гармонических суперполей. Как оказалось, стандартное гармоническое суперпространство не является подходящим для этих целей. Наиболее просто это можно понять, если рассмотреть размерную редукцию к двум измерениям общей $\mathcal{N}=2$ суперсимметричной нелинейной сигма–модели, действие которой имеет произвольную зависимость от неограниченного комплексного аналитического суперполя q^+. Такое действие приводит на бозонном уровне к общей гипер–Кэлеровой сигма–модели. Очевидно, что и в случае двух измерений это действие будет описывать нелинейную гипер–Кэлерову сигма–модель, т.е. теорию без кручения. Эти рассуждения приводят к тому, что необходимо найти некоторый новый тип гармонического суперпространства, которое оказалось бы адекватным объектом для описания двумерных расширенных $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметричных теорий, включающих класс нелинейных сигма–моделей с кручением.

Целью работы является развитие методов гармонических суперпространств и их применение для суперполевого описания двумерных $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметричных сигма–моделей с кручением и $\mathcal{N}=8$ суперсимметричной квантовой механики.

Научная новизна и практическая ценность. Предложен новый тип гармонического суперпространства – бигармоническое суперпространство, содержащее два независимых набора гармонических переменных. Показано, что бигармоническое суперпространство имеет замкнутое относительно преобразований $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметрии аналитическое подпространство, содержащее вдвое меньший набор грассмановых переменных. Найдена реализация двумерной суперконформной группы в аналитическом суперпространстве.

Дано описание различных $\mathcal{N}=(4,4)$ супермультиплетов материи в терминах аналитических суперполей с подходящим набором гармонических связей. Построены общие суперсимметричные и суперконформные действия вне массовой оболочки для этих мультиплетов. Показано, что эти действия приводят на компонентном уровне к двумерным нелинейным сигма–модели с кручением.

Найдена неизвестная ранее дуальная форма для общих и суперкоформных действий в терминах пары неограниченных аналитических суперполей. Показано, что дуальные действия обладают нетривиальной калибровочной инвариантностью.

Изучен вопрос о взаимодействии разных $\mathcal{N} = (4,4)$ мультиплетов с твистом. Показано, что общие сигма–модельные действия, которые включают зависимость от мультиплетов с твистом разного типа и инвариантные относительно $\mathcal{N} = (4,4)$ суперсимметрии, распадаются в сумму сигма–модельных действий для каждого мультиплета. Также показано, что существуют смешанные массовые члены, посредством которых возможно взаимодействие для мультиплетов из самодуальных пар.

Дано описание $(4,8,4)$ мультиплета $\mathcal{N} = 8$ суперсимметричной квантовой механики в гармоническом суперпространстве со скрытой $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией и в бигармоническом суперпространстве. Построено общее сигма–модельное действие для этого мультиплета и потенциальные члены типа Файе–Илиопулоса.

Найдено суперсимметричное расширение двумерной алгебры Гейзенберга $\mathbf{h}(2)$, и построены суперполевые действия, инвариантные относительно частных преобразований полученной супералгебры. Сформулирована одномерная $\mathcal{N} = 8$ супергравитация в терминах аналитических супертетрад, и для ее усеченной версии построено $\mathcal{N} = 8$ локально–суперсимметричное действие для $(4,8,4)$ мультиплета.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного Института Ядерных Исследований, представлялись и докладывались на международном семинаре "Кварки '94" (Владимир 1994) , международных рабочих совещаниях "Суперсимметрия и квантовые симметрии" (Дубна, 1994, 1998), на зимней школе по суперсимметричной механике (INFN, Фраскати, Италия, 2005), на научных семинарах (ФИРАН), (SISSA, Триест, Италия), (INFN, Падуя, Италия).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 7 работ.

Объем и структура диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения общим объемом 166 страницы, включая список цитированной литературы из 179 наименований.

Содержание работы

Во введении обсуждаются основные идеи и принципы построения суперсимметричных теорий, излагаются мотивировки проведенных в диссертации исследований, а также дается краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе основным моментом является введение нового типа гармонического суперпространства – бигармоническое суперпространство. Его отличительной особенностью является наличие двух независимых наборов гармонических переменных, которые описывают прямое произведение двух двумерных сфер $\mathbf{S}^2_L \times \mathbf{S}^2_R$.

Вначале рассматривается двумерная $\mathcal{N} = (4,4)$ суперапгебра Пуанкаре, которая получается при размерной редукции $4D$, $\mathcal{N} = 2$ суперапгебры Пуанкаре. При переходе к координатам светового конуса становится явной ее структура: она представляет собой прямую сумму двух одномерных суперапгебр. Группа внутренних автоморфизмов $SU(2)$, которой обладает $4D$, $\mathcal{N} = 2$ суперапгебра, становится после редукции общей группой симметрии для одномерных суперапгебр. С другой стороны, полной группой автоморфизмов двумерной $\mathcal{N} = (4,4)$ суперапгебры Пуанкаре является группа $SO(4)_L \times SO(4)_R$. Тем самым, общая группа $SU(2)$, сохраняющаяся при размерной редукции, отвечает случаю, когда входящие в качестве подгрупп в $SO(4)_L$ и $SO(4)_R$ группы $SU(2)_L$ и $SU(2)_R$ отождествляются. В диссертации группы $SU(2)_L$ и $SU(2)_R$ рассматриваются как независимые, и именно это приводит к концепции бигармонического суперпространства.

Далее, на основе применения общих методов реализаций (супер)групп в (супер)фактор–пространствах, вводится бигармоническое суперпространство. Оно представляет собой расширение стандартного суперпространства $\mathbf{R}^{(1,1|4,4)}$ и содержит два дополнительных набора независимых бозонных координат $u^{\pm}_i$ и $v^{\pm}_a$, которые параметризуют двумерные сферы $\mathbf{S}^2_L \sim SU(2)_L/U(1)_L$ и $\mathbf{S}^2_R \sim SU(2)_R/U(1)_R$, соответственно:

$$\mathbf{HR}^{(1+2,1+2|4,4)} = (Z\,, u\,, v) = \mathbf{R}^{(1,1|4,4)} \otimes (u^{\pm 1}_i, v^{\pm 1}_a)\,,$$
$$u^{1i} u^{-1}_i = 1\,, \quad v^{1a} v^{-1}_a = 1\,.$$

В бигармоническом суперпространстве определяются центральный и аналитический базисы и находятся с использованием методов форм Картана явные выражения для спинорных и гармонических ковариантных производных. В аналитическом базисе бигармонического суперпространства $\mathbf{HR}^{(1+2,1+2|4,4)}$ выделяется аналитическое подпространство $\mathbf{AR}^{(1+2,1+2|2,2)}$, которое содержит вдвое меньший набор грассмановых координат и является замкнутым относительно преобразований $\mathcal{N} = (4,4)$ суперсимметрии:

$$\mathbf{AR}^{(1+2,1+2|2,2)} = (\zeta, u, v) = (\, x^{++}\,, x^{--}\,, \theta^{1,0\underline{i}}\,, \theta^{0,1\underline{a}}\,, u^{\pm 1}_i\,, v^{\pm 1}_a\,)\,.$$

В аналитическом суперпространстве $\mathbf{AR}^{(1+2,1+2|2,2)}$ определяется понятие бигармонического аналитического суперполя, и устанавливается его связь со стандартными $\mathcal{N} = (4,4)$ суперполями. Приведены также основные формулы гармонического исчисления, необходимые для описания гармонических суперполей и построения соответствующих инвариантных суперсимметричных действий.

Показано, что в обоих координатных секторах аналитического суперпространства $\mathbf{AR}^{(1+2,1+2|2,2)}$ реализуются две разные $\mathcal{N} = 4$ $SU(2)$ суперконформные группы, которые являются подгруппами в так называемой "большой" $\mathcal{N} = 4$ суперконформной группе, содержащей аффинную подгруппу Каца–Муди $SO(4) \times U(1)$ в бозонном секторе. Реализация одной из $\mathcal{N} = 4$ $SU(2)$ суперконформных групп в аналитическом суперпространстве имеет явное сходство с реализацией соответствующей $4D$, $\mathcal{N} = 2$ суперконформной группы в стандартном гармоническом подходе и определяется требованием сохранения понятия гармонической грассмановой аналитичности. Другая $\mathcal{N} = 4$ $SU(2)$ суперконформная группа не имеет прямого аналога в четырехмерном случае.

Во второй главе дано описание четырех различных типов $\mathcal{N}=(4,4)$ супермультиплетов с твистом:

$$\hat{q}^{ia}\,,\quad \hat{q}^{i\underline{a}}\,,\quad \hat{q}^{\underline{i}a}\,,\quad \hat{q}^{\underline{i}\underline{a}}\,,$$

тензорного и нелинейного мультиплетов в аналитическом суперпространстве $\mathbf{AR}^{(1+2,1+2|2,2)}$. Они представляются вещественными аналитическими суперполями, ограниченными набором гармонических связей. В обычном $\mathcal{N}=(4,4)$, $2D$ суперпространстве эти мультиплеты описываются $\mathcal{N}=(4,4)$ суперполями со связями, которые определяют неприводимый состав вне массовой оболочки соответствующих мультиплетов. Гармонические связи имеют такое же предназначение – они выделяют неприводимый конечный набор компонентных полей в общем аналитическом суперполе:

$$\begin{aligned}
&(\mathrm{TM}) && D^{2,0}q^{1,1}=0\,,\quad D^{0,2}q^{1,1}=0\,,\\
&(\mathrm{TENS}) && D^{2,0}q^{2,0}=0\,,\quad D^{0,2}q^{0,2}=0\quad D^{2,0}q^{0,2}-D^{0,2}q^{2,0}=0\,,\\
&(\mathrm{NONL}) && D^{2,0}N^{2,0}+N^{2,0}N^{2,0}=0\,,\quad D^{0,2}N^{0,2}+N^{0,2}N^{0,2}=0\,,\\
& && D^{2,0}N^{0,2}-D^{0,2}N^{2,0}=0\,.
\end{aligned}$$

Построены общие суперсимметричные действия для всех рассмотренных супермультиплетов в аналитическом суперпространстве и показано, что они отвечают $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметричным нелинейным сигма–моделям с кручением вне массовой оболочки. Бозонные многообразия этих сигма–моделей определяются матричной функцией от физических бозонных полей, которая удовлетворяет многомерному уравнению Лапласа. Такие многообразия называются гипер–Кэлеровым многообразиям с кручением. В бигармоническом суперпространстве условие на метрику типа уравнения Лапласа возникает естественным образом в силу ее конструктивного определения. Существенным отличием бигармонического суперпространства от гармонического суперпространства с одним набором гармонических переменных является невозможность построения в терминах одного единственного неограниченного аналитического суперполя действия, из которого следовали бы уравнения движения для неприводимого супермультиплета.

Для рассмотренных мультиплетов найдены суперконформно–инвариантные действия, отвечающие сигма–моделям типа Весса–Зумино–Новикова–Виттена на групповых многообразиях $SU(2) \times U(1)$, и их массивные деформации, описывающие модели типа ВЗНВ–Лиувилля. Метод построения инвариантных действий в двумерном случае оказывается аналогичным процедуре построения суперконформно–инвариантного действия для тензорного мультиплета в гармоническом суперпространстве в четырех измерениях.

Посредством преобразования дуальности, найдено новое описание $\mathcal{N} = (4,4)$ суперсимметричных сигма–моделей с кручением в терминах пары неограниченных аналитических суперполей $\omega^{1,-1}, \omega^{-1,1}$. Характерной особенностью дуального действия является наличие калибровочной инвариантности $\delta\omega^{1,-1} = D^{2,0}\sigma^{-1,-1}$, $\delta\omega^{-1,1} = D^{0,2}\sigma^{-1,-1}$, которая восстанавливает правильное число физических степеней свободы. Показано, что все супермультиплеты с конечным набором компонентных полей допускают дуальное описание через неограниченные аналитические суперполя. и найдены для них дуальные действия в терминах неограниченных суперполей. Получена также неизвестная ранее дуальная форма суперконформного действия.

В третьей главе рассматривается вопрос о возможности взаимодействия между различными типами $\mathcal{N} = (4,4)$ супермультиплетов с твистом $\hat{q}^{ia}$, $\hat{q}^{i\underline{a}}$, $\hat{q}^{\underline{i}a}$, $\hat{q}^{\underline{i}\underline{a}}$. Изучение общих сигма–модельных действий, инвариантных относительно $\mathcal{N} = (4,4)$ суперсимметрии и включающих зависимость как от любой пары, так и от любого числа неэквивалентных мультиплетов, привело к заключению о том, что взаимодействие между мультиплетами разного типа посредством действия сигма–модельного типа невозможно. Требование $\mathcal{N} = (4,4)$ суперсимметрии в применении к таким сигма–модельным действиям приводит к тому, что они распадаются в сумму сигма–модельных действий для каждого мультиплета:

$$S^{\text{sigma}}_{\text{gen}}\left(\hat{q}^{ia}, \hat{q}^{i\underline{a}}\right) \Rightarrow S^{\text{sigma}}_{\text{gen}}\left(\hat{q}^{ia}\right) + S^{\text{sigma}}_{\text{gen}}\left(\hat{q}^{i\underline{a}}\right).$$

Тем не менее установлено, что в случае, когда мультиплеты с твистом принадлежат самодуальным парам, существуют инвариантные смешанные массовые выражения, посредством которых мультиплеты из таких пар могут нетривиально взаимодействовать. Включение лагранжиана для смешанных массовых выражений в общее сигма–модельное действие приводит к появлению наиболее общей формы для скалярного потенциала на массовой оболочке.

Этот анализ проведен как в бигармоническом суперпространстве, так и в обычном $\mathcal{N} = (2,2)$ суперпространстве, в котором только половина суперсимметрий реализована явно.

В четвертой главе рассматривается один из супермультиплетов $\mathcal{N} = 8$ суперсимметричной квантовой механики, содержащий конечный набор компонентных полей – $(4,8,4)$ супермультиплет. Такой мультиплет может быть получен размерной редукцией из $\mathcal{N} = (4,4)$ супермультиплетов с твистом. Описание этого мультиплета дано сначала в $\mathcal{N} = 4$ гармоническом суперпространстве:

$$\mathbf{HR}^{(1+2|4)} = \left(t\,, \theta^{i\,A}\,, u_i^{\pm 1}\right)$$

с одним набором гармонических переменных в терминах $\mathcal{N} = 4$ аналитических суперполей $(q^{+a}\,, \xi^{+\alpha})$, которые удовлетворяют гармоническим связям и на которых реализуется дополнительная $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрия:

$$D^{++}q^{+a} = 0\,, \quad D^{++}\xi^{+\alpha} = 0\,, \quad \delta q^{+a} = -\varepsilon^{a\,\alpha}\,\xi^{+}_{\alpha}\,, \quad \delta\xi^{+\alpha} = 2i\,\varepsilon^{a\,\alpha}\,\partial_t\, q^{+}_{a}\,.$$

В аналитическом суперпространстве $\mathcal{N} = 4$ гармонического суперпространства построено общее суперполевое действие для $(4,8,4)$ мультиплета, которое наряду с явной $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией обладает скрытой $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией. Получено компонентное действие и наиболее общая форма потенциала в виде члена Файе–Илиопулоса. Изучен вопрос о возможности описания в терминах $\mathcal{N} = 4$ аналитических суперполей мультиплета $\mathcal{N} = 9$ суперсимметричной квантовой механики и построения для него инвариантного действия. Показано, что требование инвариантности действия относительно $\mathcal{N} = 9$ суперсимметрии, приводит к тому, что суперполевое действие описывает свободную теорию.

Затем определяется бигармонического суперпространства в одном измерении:

$$\mathbf{HR}^{(1+2+2|8)} = (\, Z\,, u\,, v\,) = \mathbf{R}^{(1|8)} \otimes (\, u_i^{\pm 1}, v_a^{\pm 1}\,)\,.$$

Далее, дается $\mathcal{N}=8$ суперсимметричное описание $(4,8,4)$ мультиплета в бигармоническом суперпространстве в терминах ограниченного аналитического суперполя $q^{1,1}$, и строится для произвольного набора этих мультиплетов общее суперполевое действие вне массовой оболочки:

$$S^{\rm gen} = \int \mu^{-2,-2}\, \mathcal{L}^{2,2}\left(q^{1,1\,M}, u, v\right)\,, \quad M = 1, 2, ...n\,,$$
$$D^{2,0} q^{1,1} = 0\,, \quad D^{0,2} q^{1,1} = 0\,.$$

Рассмотрение преобразований координат аналитического суперпространства, совместное с требованием сохранения бигармонической грассмановой аналитичности и сохранением плоского вида гармонических производных:

$$\delta D^{2,0} = -\Lambda^{2,0} D_u^{0,0}\,, \quad \delta D^{0,2} = -\Lambda^{0,2} D_v^{0,0}\,,$$

привело к тому, что полученная в результате супергруппа преобразований является суперсимметричным расширением двумерной группы Гейзенберга $\mathbf{h}(2)$ и содержит при этом оператор цетрального заряда. Показано, что инвариантное относительно всех преобразований полученной супергруппы, за исключением масштабных преобразований, суперполевое действие имеет единственный вид, а также получено однопараметрическое семейство масштабно–инвариантных суперполевых действий. Для обоих случаев найдены компонентные действия и вычислены выражения для метрических скалярных функций.

Изучена супергруппа диффеоморфизмов координат аналитического суперпространства. Сформулирована одномерная конформная $\mathcal{N}=8$ супергравитация в терминах аналитических супертетрад, которые обеспечивают ковариантность гармонических производных относительно преобразований этой супергруппы. Показано, что полученный супермультиплет гравитации является чисто калибровочным супермультиплетом Вейля. Найдено обобщение понятия $(4,8,4)$ мультиплета на фоне конформной супергравитации. Построено для ее усеченной версии суперполевое свободное действие для $(4,8,4)$ мультиплета, обладающие локальной $\mathcal{N}=8$ суперсимметрией, и найдена его компонентная форма. Показано, что эта конструкция допускает обобщение на случай произвольного набора взаимодействующих аналитических суперполей, описывающих $(4,8,4)$ мультиплет.

В заключении перечислены основные результаты, выносимые на защиту.

На защиту выдвигаются следующие результаты.

1. Построено бигармоническое суперпространство для теорий с расширенной $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметрией в двух измерениях и для $\mathcal{N}=8$ суперсимметричной квантовой механики.

2. Дано описание четырех разных типов $\mathcal{N}=(4,4)$ супермультиплетов с твистом, тензорного и нелинейного супермультиплетов в бигармоническом суперпространстве. Показано, что эти супермультиплеты описываются аналитическими суперполями, ограниченными набором гармонических связей, и содержат конечный набор компонетных полей. Для рассмотренных мультиплетов построены общие суперполевые действия вне массовой оболочки, которые отвечают нелинейным сигма–моделям с кручением. Получены инвариантные выражения для массовых членов.

3. Получена реализация двумерной суперкоформной группы в бигармоническом суперпространстве. Построены для всех изученных мультиплетов суперконформно–инвариантные действия, отвечающие сигма–моделям Весса–Зумино–Новикова–Виттена на групповых многообразиях $SU(2)\times U(1)$, и найдены их массивные деформации, описывающие модели типа ВЗНВ–Лиувилля.

4. Найдено новое описание $\mathcal{N}=(4,4)$ суперсимметричных сигма–моделей с кручением в терминах пары неограниченных аналитических суперполей, которые содержат бесконечный набор компонентных полей. Характерной

особенностью этого описания является наличие калибровочной инвариантности, которая восстанавливает правильное число физических степеней свободы.

5. Детально изучена возможность взаимодействия различных $\mathcal{N} = (4,4)$ мультиплетов с твистом. Показано, что общие сигма–модельные действия, которые зависят от произвольного числа неэквивалентных мультиплетов, и инвариантные относительно $\mathcal{N} = (4,4)$ суперсимметрии, распадаются в сумму сигма–модельных действий для каждого мультиплета. Показано, что различные мультиплеты могут взаимодействовать только через смешанные массовые члены, которые возможны лишь для мультиплетов, принадлежащих самодуальным парам, и найдена наиболее общая форма скалярного потенциала на массовой оболочке для мультиплетов, входящих в самодуальную пару. Этот вопрос также рассмотрен в стандартном $\mathcal{N} = (2,2)$ суперпространстве в терминах $\mathcal{N} = (2,2)$ суперполей, на которых реализована скрытая $\mathcal{N} = (2,2)$ суперсимметрия.

6. Дано описание $(4,8,4)$ мультиплета $\mathcal{N} = 8$ суперсимметричной квантовой механики в гармоническом суперпространстве в терминах ограниченных $\mathcal{N} = 4$ аналитических суперполей, на которых реализована дополнительная $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрия. Построено общее $\mathcal{N} = 8$ суперполевое действие для этого мультиплета, которое обладает явной и скрытой $\mathcal{N} = 4$ суперсимметрией, и получено общее выражение для потенциального члена Файе–Илиопулоса. Показано, что требование инвариантности действия относительно $\mathcal{N} = 9$ суперсимметрии приводит к свободной теории.

7. Дано описание $(4,8,4)$ мультиплета в бигармоническом суперпространстве в терминах ограниченного $\mathcal{N} = 8$ аналитического суперполя. Получено наиболее общее суперполевое действие вне массовой оболочки для произвольного набора взаимодействующих $(4,8,4)$ мультиплетов. Найдено суперсимметричное расширение двумерной алгебры Гейзенберга $\mathbf{h}(2)$, которое содержит оператор цетрального заряда. Получена единственная

форма суперполевого действия, инвариантного относительно всех преобразований полученной супералгебры, за исключением масштабных преобразований, а также построено семейство масштабно–инвариантных действий. В бигармоническом суперпространстве сформулирована одномерная $\mathcal{N} = 8$ супергравитация в терминах аналитических супертетрад. Для ее усеченной версии построено $\mathcal{N} = 8$ локально–суперсимметричное суперполевое действие для $(4, 8, 4)$ мультиплета.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. **E. Ivanov, A. Sutulin.** *Sigma models in* $(4, 4)$ *harmonic superspace.* Nucl. Phys. B, 1994, v. 432, pp. 246–280, Erratum-ibid. B, 1997, v. 483, p. 531

2. **E. Ivanov, A. Sutulin.** *Sigma models in* $(4, 4)$ *harmonic superspace.* in Proceedings of the International Seminar "Quarks'94", Vladimir, May 11-18, 1994, pp. 399–408

3. **E. Ivanov, A. Sutulin.** *Tensor and nonlinear* $(4, 4)$ *supermultiplets in* $SU(2) \times SU(2)$ *harmonic superspace.* Class. Quantum Grav., 1997, v. 14, pp. 843–863

4. **E. Ivanov, A. Sutulin.** *Diversity of off-shell* $(4, 4)$ *multiplets in* $SU(2) \times SU(2)$ *harmonic superspace.* Phys. Rev. D, 2004, v. 70, pp. 045022–045044

5. **E. Ivanov, A. Sutulin.** *Разные* $\mathcal{N} = (4, 4)$ *мультиплеты с твистом в* $\mathcal{N} = (2, 2)$ *суперпространстве.* ТМФ, 2005, т. 145, н. 1, 14, стр. 66–86

6. **S. Bellucci, S. Krivonos, A. Sutulin.** $\mathcal{N} = 8$ *supersymmetric quaternionic mechanics.* Phys. Lett. B, 2005, v. 605, pp. 406–412

7. **S. Bellucci, E. Ivanov, A. Sutulin.** $\mathcal{N} = 8$ *mechanics in* $SU(2) \times SU(2)$ *harmonic superspace.* Nucl. Phys. B, 2005, v. 722, pp. 297–327

Получено 9 декабря 2005 г.

Отпечатано методом прямого репродуцирования
с оригинала, предоставленного автором.

Подписано в печать 12.12.2005.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 0,94. Тираж 100 экз. Заказ № 55142.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@pds.jinr.ru
www.jinr.ru/publish/