Р11-2006-99

А. А. Балдин, И. Г. Волошина, Е. Е. Перепелкин,
Р. В. Полякова, Н. С. Российская, Т. В. Шаврина, И. П. Юдин*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ МАГНИТА СП-40 УСТАНОВКИ **МАРУСЯ** И СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Направлено в «Журнал технической физики»

---

* E-mail: yudin@jinr.ru

Балдин А. А. и др. Р11-2006-99
Численное моделирование распределения поля магнита СП-40 установки МАРУСЯ и сравнение результатов с экспериментальными данными

В рамках дифференциальной постановки магнитостатической задачи проведено математическое моделирование трехмерного распределения магнитного поля спектрометрического магнита СП-40 экспериментальной установки МАРУСЯ (ЛВЭ ОИЯИ).

Приведена математическая постановка прямой магнитостатической задачи. Описываются вычислительные процедуры и алгоритмы расчета поля с помощью векторного и двух скалярных потенциалов.

Представлены результаты расчета и сравнения расчетного распределения магнитного поля с проведенными измерениями поля модифицированного магнита СП-40 с межполюсным зазором в 0,207 м.

Результаты работы используются для обработки экспериментальных данных, а также полезны для моделирования магнитооптических систем.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2006

Baldin A. A. et al. P11-2006-99
Numerical Modeling of Distribution of the Field of the Magnet SP-40 for the MARUSYA Setup and Comparison of Results with Experimental Data

In the framework of the differential formulation of the magnetostatical problem, mathematical modeling of the three-dimensional distribution of magnetic field for the SP-40 magnet of the experimental setup MARUSYA (Laboratory of High Energies, JINR) is made.

Mathematical formulation of the direct magnetostatical problem is given. Numerical procedures and algorithms for calculation of the field using vector and two scalar potentials are described.

The results of modeling and comparison of the calculated distribution of the magnetic field with measured data for the field of the modified SP-40 magnet with a gap of 0.207 m between the poles are presented.

The obtained results are used for processing experimental data and modeling magnetooptical systems.

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2006

ВВЕДЕНИЕ

Магнит СП-40 (рис. 1) используется в качестве анализирующего и отклоняющего магнита во многих спектрометрических установках, в частности, в ОИЯИ (Дубна), ИФВЭ (Протвино) и других ядерных центрах России. Маг-

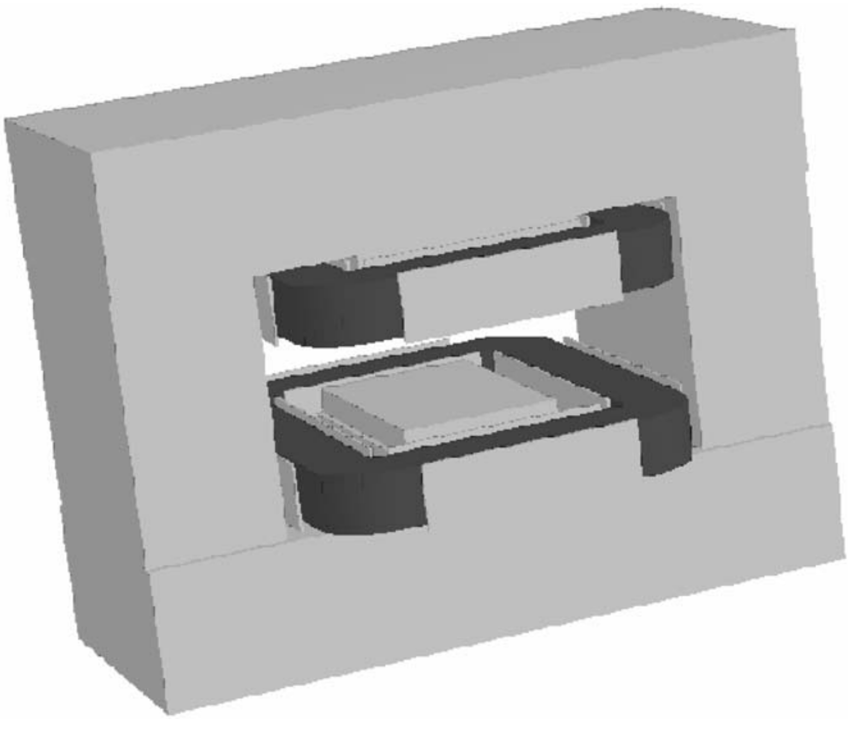

Рис. 1. Общий вид спектрометрического магнита СП-40

нитооптические спектрометры с использованием магнита СП-40 создаются зачастую как многоцелевые, а иногда как сугубо специальные установки для исследований структуры ядерной материи на выведенных пучках ускорителя.

В настоящей работе представлены результаты сравнения расчетного распределения магнитного поля с проведенными измерениями [1] поля модифицированного магнита СП-40 с межполюсным зазором в 0,207 м. Полученные данные представляются в системе координат XYZ, в которой ось Z направлена по пучку налетающих на мишень первичных частиц, ось Y — перпендикулярно вверх к медианной плоскости, и ось X образует правую тройку векторов. Началом системы координат является центр магнита СП-40. Расчетная сетка была следующая: по x от 0 до 1,35 м с шагом $h_x = 0{,}01$ м, по y от 0 до 0,10 м с шагом $h_y = 0{,}01$ м, по z от 0 до 2,5 м с шагом $h_z = 0{,}01$ м. Сетка измерений была следующая: по x от –0,50 до 0,54 м с шагом $h_x = 0{,}02$ м, по y от –0,05 до $+0{,}05$ м с шагом $h_y = 0{,}05$ м, по z от –1,92 до 1,95 м с шагом $h_z = 0{,}01$ м.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА МАГНИТОСТАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим физическую систему, состоящую из ферромагнетика (область Ω_f) и вакуума (область Ω_v) с замкнутыми токовыми обмотками (область Ω_c). Решается задача нахождения распределения магнитного поля, созданного стационарными токами и намагниченностью изотропных ферромагнетиков. Будем предполагать отсутствие поверхностных токов и токов, протекающих по ферромагнетику. Тогда уравнения Максвелла для стационарного магнитного поля примут вид

$$\mathrm{rot}\vec{H}(p) = \vec{J}(p), \tag{1}$$

$$\mathrm{div}\vec{B}(p) = 0, \tag{2}$$

$$\vec{B}(p) = \mu\mu_0\vec{H}(p), \tag{3}$$

а условия на границе раздела сред и на бесконечности:

$$\vec{n}\cdot\left(\vec{B}_f - \vec{B}_v\right) = 0, \quad \vec{n}\times\left(\vec{H}_f - \vec{H}_v\right) = 0, \quad H(p) \overset{p\to\infty}{\longrightarrow} 0. \tag{4}$$

Здесь используются следующие обозначения: p — точка трехмерного пространства $\mathbb{R}^3$, индексы f и v соответствуют области ферромагнетика и вакуума; $\vec{H}$ — вектор напряженности магнитного поля; $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции; $\vec{J}$ — известный вектор объемной плотности тока, отличный от нуля в ограниченной области Ω_c и удовлетворяющий соотношению $\int\limits_{\Omega_c}\vec{J}d\Omega = 0$; $\mu\left(\left|\vec{H}\right|\right)$ — известная в ограниченной односвязной области Ω_f нелинейная функция магнитной проницаемости ферромагнетика (для немагнитной среды $\mu = 1$); μ_0 — магнитная проницаемость вакуума; $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности раздела сред ферромагнетик/вакуум.

2. МЕТОД А. РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ОТНОСИТЕЛЬНО ВЕКТОРНОГО ПОТЕНЦИАЛА

Будем решать краевую магнитостатическую задачу относительно векторного потенциала [2]. Введем в R^3 векторный потенциал $\vec{A}$, определяемый выражением $\vec{B} = \mathrm{rot}\vec{A}$. Тогда из (1)–(3) получим уравнение

$$\mathrm{rot}\left(\frac{1}{\mu}\mathrm{rot}\vec{A}\,(p)\right) = -\mu_0 \vec{J}\,(p)\,,\; p \in R^3, \tag{5}$$

а условия (4) примут вид

$$\vec{n} \times \left(\vec{A}_f - \vec{A}_v\right) = 0, \quad \vec{n} \times \left(\frac{1}{\mu}\,\mathrm{rot}\vec{A}_f - \mathrm{rot}\vec{A}_v\right) = 0, \quad A\,(p) \overset{p\to\infty}{\longrightarrow} 0. \tag{6}$$

Для однозначного определения потенциала дополним уравнения (5), (6) условием $\mathrm{div}\vec{A}\,(P) = 0$. Будем предполагать, что продольный размер магнита вдоль оси OZ существенно больше поперечного размера. В таком приближении в плоскости поперечного сечения B_z-компонентой поля можно пренебречь по сравнению с B_x- и B_y-компонентами. Следовательно, векторный потенциал имеет только одну компоненту A_z. Учитывая это, получим

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial A_z}{\partial y}\right) = -\mu_0 J_z\,(x,y)\,, \\ A_z|_{\Gamma+} = A_z|_{\Gamma-}\,, \qquad \left.\dfrac{\partial A_z}{\partial n}\right|_{\Gamma+} = \dfrac{1}{\mu}\left.\dfrac{\partial A_z}{\partial n}\right|_{\Gamma-}, \qquad A|_{\Gamma_0} = 0, \end{cases} \tag{7}$$

где Γ — граница раздела сред ферромагнетик/вакуум. Условие на бесконечности заменено условием на вспомогательной границе Γ_0.

Введем обозначения $A_z = U(x,y)$ и будем решать данную задачу относительно $U(x,y)$.

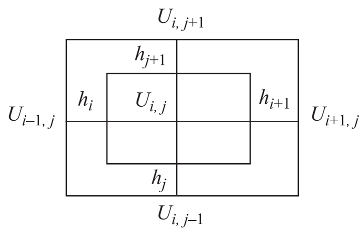

Рис. 2. Ячейка (пятиточечная схема) сетки, окружающая внутренний узел

Для разностной аппроксимации краевой задачи построим в расчетной области неравномерную сетку с прямоугольными ячейками

$$\Omega = \{(x_i, y_i);\; x_{i+1} = x_i + h^x_{i+1},\; y_{j+1} = y_j + h^y_{j+1},\; i = 1\ldots M,\; j = 1\ldots N\}.$$

Предполагается, что границы расчетной области и внутренние границы раздела сред с различными характеристиками являются узловыми линиями.

Искомая сеточная функция $U_{i,j}$ определена в узлах сетки Ω. На рис. 2 изображена ячейка сетки, окружающая внутренний узел со значениями векторного потенциала $U_{i,j}$. Интегрируя равенство (7) в пределах элементарной ячейки и применяя формулу Грина, получим (считая в пределах одной ячейки постоянными магнитную проницаемость μ и плотность тока J)

$$\oint\limits_{l} \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{e}_y - \frac{\partial U}{\partial y}\vec{e}_x\right) d\vec{l} = \iint\limits_{S} f\,(x,y)\,dxdy, \tag{8}$$

где l — граница, а S — площадь ячейки.

Используя для вычисления интегралов формулы прямоугольников и заменяя при этом производные, входящие в (8), их разностными аналогами, получим систему нелинейных уравнений для определения сеточной функции $U_{i,j}$:

$$\left(\frac{h_i}{\mu_4} + \frac{h_{i+1}}{\mu_1}\right)\frac{U_{i,j} - U_{i,j-1}}{h_j} + \left(\frac{h_i}{\mu_3} + \frac{h_{i+1}}{\mu_2}\right)\frac{U_{i,j} - U_{i,j+1}}{h_{j+1}} + \left(\frac{h_j}{\mu_4} + \frac{h_{j+1}}{\mu_3}\right)$$
$$\frac{U_{i,j} - U_{i-1,j}}{h_i} + \left(\frac{h_j}{\mu_1} + \frac{h_{j+1}}{\mu_2}\right)\frac{U_{i,j} - U_{i+1,j}}{h_{i+1}} - \frac{1}{2}F_{i,j} \equiv \Phi U_{i,j} = 0, \tag{9}$$

$$F_{i,j} = j_1 h_{i+1} h_j + j_2 h_{i+1} h_{j+1} + j_3 h_i h_{j+1} + j_4 h_i h_j;\ h_i^x \equiv h_i,\ h_j^y \equiv h_j.$$

Значение μ в каждой элементарной ячейке вычисляется через значения потенциала в вершинах ячейки (см. рис. 2). Например, значение μ можно вычислить по формуле

$$\mu_1 = \mu_1\left(\sqrt{\left(\tfrac{U_{i+1,j}+U_{i+1,j-1}-U_{i,j}-U_{i,j-1}}{2h_{i+1}}\right)^2 + \left(\tfrac{U_{i,j}+U_{i+1,j}-U_{i,j-1}-U_{i+1,j-1}}{2h_j}\right)^2}\right).$$

Для решения системы разностных уравнений (9) применяем двухступенчатый итерационный процесс, когда циклы последовательной верхней релаксации при расчете потенциала чередуются с нижней релаксацией для магнитной проницаемости μ:

$$U_{i,j}^{(k+1/2)} = \frac{\alpha_1 U_{i+1,j}^{(k)} + \alpha_2 U_{i,j+1}^{(k)} + \alpha_3 U_{i-1,j}^{(k+1)} + \alpha_4 U_{i,j-1}^{(k+1)} + \frac{1}{2}F_{i,j}}{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4},$$
$$U_{i,j}^{(k+1)} = (1-\omega_k)U_{i,j}^{(k)} + \omega_k U_{i,j}^{(k+1/2)},\ \ \omega_k \geqslant 1,$$
$$\nu_j^{(k+1)} = (1-\eta_k)\nu_j^{(k)} + \eta_k \nu_j^{(k+1/2)},\ \ \nu_j = \frac{1}{\mu_j},\ \ j = 1,2,3,4;\ \ \eta_k \leqslant 1, \tag{10}$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{h_{i+1}}\left(\frac{h_j}{\mu_1} + \frac{h_{j+1}}{\mu_2}\right),\quad \alpha_2 = \frac{1}{h_{j+1}}\left(\frac{h_i}{\mu_3} + \frac{h_{i+1}}{\mu_2}\right),$$
$$\alpha_3 = \frac{1}{h_i}\left(\frac{h_j}{\mu_4} + \frac{h_{j+1}}{\mu_3}\right),\quad \alpha_4 = \frac{1}{h_j}\left(\frac{h_i}{\mu_4} + \frac{h_{i+1}}{\mu_1}\right).$$

Оптимальное значение параметра верхней релаксации ω_k выбирается из интервала (0, 2). Хорошее значение $\omega = 1{,}8$. Как правило, в каждой среде выбирается свой параметр релаксации. Проделав некоторое количество итераций, пересчитываем значения магнитной проницаемости с последующей нижней релаксацией. Значение параметра нижней релаксации выбирается из интервала (0, 1) в процессе численных расчетов. Итерации прекращаются при выполнении условия $\sum\limits_{i,j} \left| U_{i,j}^{(k)} - U_{i,j}^{(k-1)} \right| / \left| U_{i,j}^{(k)} \right| < \varepsilon$.

3. МЕТОД Б. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ОТНОСИТЕЛЬНО ДВУХ СКАЛЯРНЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

Решим эту же краевую магнитостатическую задачу относительно скалярного потенциала [3–5]. Введем скалярный потенциал φ:

$$\vec{H}\left(p\right) = \vec{T}_c\left(p\right) - \nabla\varphi\left(p\right), \tag{11}$$

где $\vec{T}_c$ — поле, созданное токовыми обмотками, определяемое по закону Био–Саварра–Лапласа:

$$\vec{T}_c\left(p\right) = \frac{1}{4\pi}\int\limits_{\Omega_c} \vec{J}(q) \times \nabla_q \frac{1}{r_{pq}} d\Omega_q. \tag{12}$$

Учитывая (11), из (2) получаем уравнение для определения скалярного потенциала

$$\operatorname{div}\left(\mu\left(\left|\nabla\varphi\left(p\right)\right|\right)\nabla\varphi\left(p\right)\right) = \operatorname{div}\left(\mu\left(\left|\nabla\varphi\left(p\right)\right|\right)\vec{T}_c\left(p\right)\right). \tag{13}$$

Используя (11), из (4) получаем соответствующие граничные условия для φ:

$$\varphi_f - \varphi_v = 0, \qquad \mu\frac{\partial\varphi}{\partial n}\bigg|_{\Gamma-} - \frac{\partial\varphi}{\partial n}\bigg|_{\Gamma+} = (\mu - 1)\left(\vec{T}_c, \vec{n}\right), \qquad \varphi\left(p\right) \xrightarrow{p\to\infty} 0. \tag{14}$$

При больших значениях μ в области Ω_f векторы $\vec{T}_c$ и $\nabla\varphi$ становятся большими, близкими по значению. Это приводит к потере точности вычислений. Для преодоления этой трудности введем полный скалярный потенциал Ψ по формуле

$$\vec{H}\left(p\right) = -\nabla\Psi\left(p\right), \qquad p \in \Omega_f. \tag{15}$$

Таким образом, приходим к постановке задачи магнитостатики относительно двух неизвестных скалярных потенциалов Ψ и φ:

$$\operatorname{div}\left(\mu\left(\left|\nabla\Psi\left(p\right)\right|\right)\nabla\Psi\left(p\right)\right) = 0, \quad p \in \Omega_f, \tag{16}$$

$$\Delta\varphi\left(p\right) = 0, \quad p \in \mathbb{R}^3 \backslash \left(\Omega_f \cup \Gamma\right). \tag{17}$$

Уравнение (16) получается из (2) с учетом того, что $\mu = 1$ в области $\mathrm{R}^3 \setminus (\Omega_f \cup \Gamma)$ и $\mathrm{div}\vec{T}_c = 0$. На границе области Ω_f имеют место условия, вытекающие из (4):

$$-\mu \frac{\partial \Psi}{\partial n}\bigg|_{\Gamma-} = \left(\vec{T}_c, \vec{n}\right)\Big|_{\Gamma+} - \frac{\partial \varphi}{\partial n}\bigg|_{\Gamma+}, \qquad \Psi(p) - \varphi(p) = -\int\limits_Q^P \vec{T}_c \cdot d\vec{r}, \tag{18}$$

где p — произвольная точка на поверхности Γ, а $d\vec{r}$ — вектор касательной к поверхности.

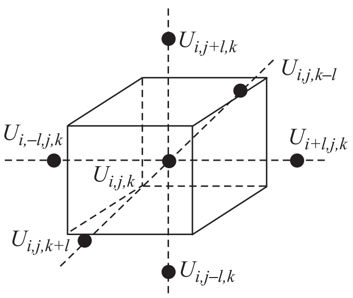

Рис. 3. Элементарная ячейка разностной схемы

Аналогично, для разностной аппроксимации краевой задачи (16), (17) построим неравномерную сетку с элементарными ячейками (рис. 3) в виде параллелепипедов. Интегрируя (16) по объему параллелепипеда П, который содержит узел (i, j, k) и вершинами которого являются центры элементарных ячеек $(i \pm 1/2, j \pm 1/2, k \pm 1/2)$, и применяя формулу Грина, получим

$$\int\limits_{\Pi} \sum_{i=1}^{3} \frac{d}{dx_i}\left(\mu \frac{d}{dx_i} u\right) dV = \int\limits_{S_\Pi} \mu \nabla u d\vec{S} = 0. \tag{19}$$

Для вычисления интегралов в (19) заменяем производные их разностными аналогами и считаем магнитную проницаемость μ постоянной в пределах одной элементарной ячейки и равной значению в центре ячейки. Получаем систему нелинейных уравнений для определения сеточной функции $u_{i,j,k} = u(i, j, k)$

$$\begin{aligned} A_i u_{i+1,j,r} + A_{i-1} u_{i-1,j,k} + B_j u_{i,j+1,k} + B_{j-1} u_{i,j-1,k} + C_k u_{i,j,k+1} + \\ + C_{k-1} u_{i,j,k-1} - S_{i,j,k} u_{i,j,k} = 0, \end{aligned} \tag{20}$$

$$A_i = \frac{1}{h_i^x} \sum_{m=j-1}^{j} \sum_{n=k-1}^{k} \mu_{i,m,n} h_m^y h_n^z, \;\; B_j = \frac{1}{h_j^y} \sum_{m=i-1}^{i} \sum_{n=k-1}^{k} \mu_{m,j,n} h_m^x h_n^z,$$

$$C_k = \frac{1}{h_k^z} \sum_{m=i-1}^{i} \sum_{n=j-1}^{j} \mu_{m,n,k} h_m^x h_n^y,$$

$$\begin{aligned} S_{i,j,k} &= A_i + A_{i-1} + B_j + B_{j-1} + C_k + C_{k-1}, \mu_{,j,k} = \\ &= \mu\left(\left|\vec{B}(i + 1/2, j + 1/2, k + 1/2)\right|\right), \quad (i, j, k) \in \Omega_f^h, \\ \mu_{i,j,k} &= 1, \quad (i, j, k) \in \Omega_v^h. \end{aligned}$$

Функции Φ и ϕ определены в (18). Для решения нелинейной системы разностных уравнений (20) применяется двухступенчатый итерационный процесс [5], в котором циклы последовательной верхней релаксации при вычислении потенциала чередуются с нижней релаксацией для магнитной проницаемости:

$$\mu^{n+1}_{,j,k} = (1-\eta)\,\mu^{n}_{i,j,k} + \eta\mu^{n+1/2}_{,j,k},\ 0 < \eta \leqslant 1,\ \mu^{n+1/2}_{,j,k} = \mu\left(\mu^{n}_{i,j,k}\,|gradu|\right),$$

$$|gradu| = \left\{\left[\frac{1}{4}\sum_{m=j-1}^{j}\sum_{l=k-1}^{k}\left(\frac{u^{n+1}_{i+1,m,l}-u^{n}_{i,m,l}}{h^x_i}\right)\right]^2 + \right.$$

$$+\left[\frac{1}{4}\sum_{m=i-1}^{j}\sum_{l=k-1}^{k}\frac{u^{n+1}_{m,j+1,l}-u^{n+1}_{m,j,l}}{h^y_j}\right]^2 +$$

$$\left. + \left[\frac{1}{4}\sum_{m=i-1}^{i}\sum_{l=j-1}^{j}\frac{u^{n+1}_{m,l,k+1}-u^{n+1}_{m,l,k}}{h^z_k}\right]^2\right\}^{1/2}.$$

Векторы ϕ и Φ вычисляются один раз до начала итерационного процесса и используются в дальнейших итерациях. Для формирования ϕ и Φ необходимо знать поле $\vec{T_c}$ на поверхности ферромагнетика, создаваемое токовыми обмотками Ω_c. Итерации прекращаются при выполнении условия $\sum\limits_{i,j,k}\left|U^{(n)}_{i,j,k} - U^{(n-1)}_{i,j,k}\right| / \left|U^{(n)}_{i,j,k}\right| < \varepsilon$.

Вопросы устойчивости вычислительного алгоритма рассмотрены в [5, 6], и в данной работе мы используем их результаты.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И СРАВНЕНИЕ С ИЗМЕРЕНИЯМИ

На рис. 4 приведен график сравнения результатов эксперимента (сплошные линии) с расчетом по методу А (пунктирные линии) основной компоненты B_y при четырех токах: 300, 600, 800, 1100 А — в зависимости от поперечной координаты x при продольной координате z, равной 0.

На рис. 5 приводим зависимости $B_y(x, 0, z)$, B_y (x, 0,05 м, z), B_x (x, 0,05 м, z), B_z (x, 0,05 м, z) для тока 600 А (метод Б). На рис. 5, *а* приведено распределение основной компоненты поля $B_y(x, 0, z)$ на медианной плоскости ($y = 0$). Область однородного поля на уровне 1,21 Тл находится целиком под полюсом магнита, спадая на краях полюса (и в поперечном направлении, и по пучку) до величин порядка 8 Гс для $z = 2{,}50$ м ($x = y = 0$) и до 0 Гс в поперечном направлении для $x = 1{,}35$ м ($y = z = 0$).

На рис. 5, *б* приведено распределение основной компоненты поля B_y (x, 0,05 м, z) на плоскости $y = 0{,}05$ м. Область однородного поля на уровне

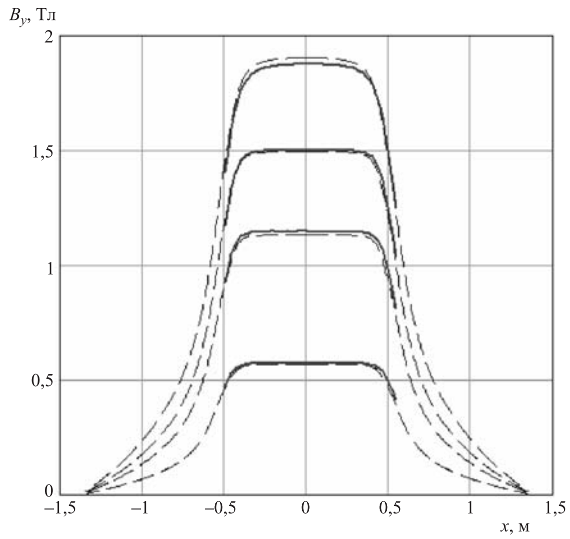

Рис. 4. Расчетная B_y-компонента магнитного поля для $I = 1100$, 800, 600, 300 А (при фиксированных $y = z = 0$ м). Сплошные линии — данные измерений

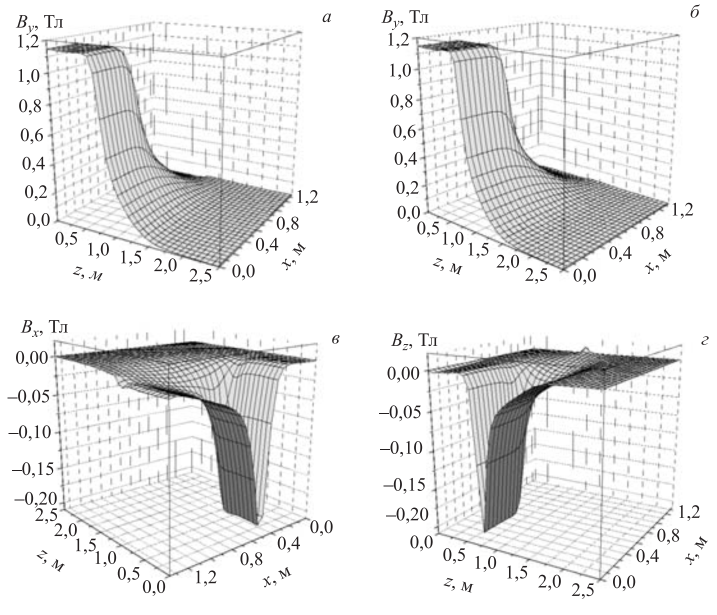

Рис. 5. Пространственное распределение компонент B_y, B_x, B_z магнитного поля СП-40 при токе $I = 600$ А

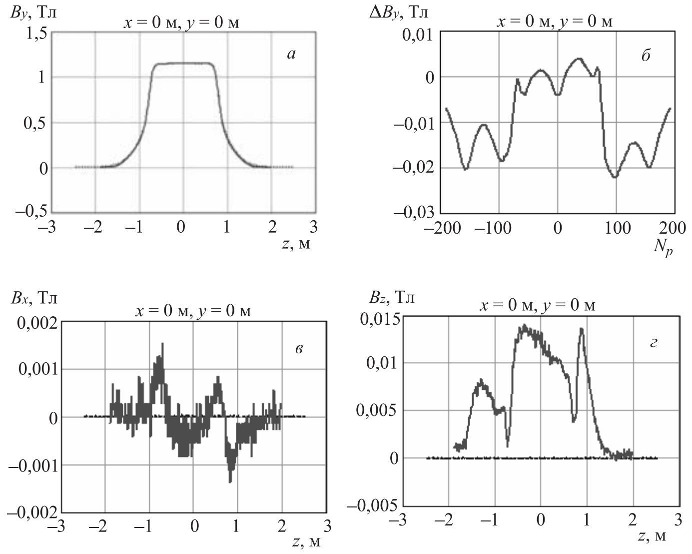

Рис. 6. Распределение компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $x = 0$, $y = 0$ м (медианная плоскость, центр магнита) и разность основной компоненты ΔB_y

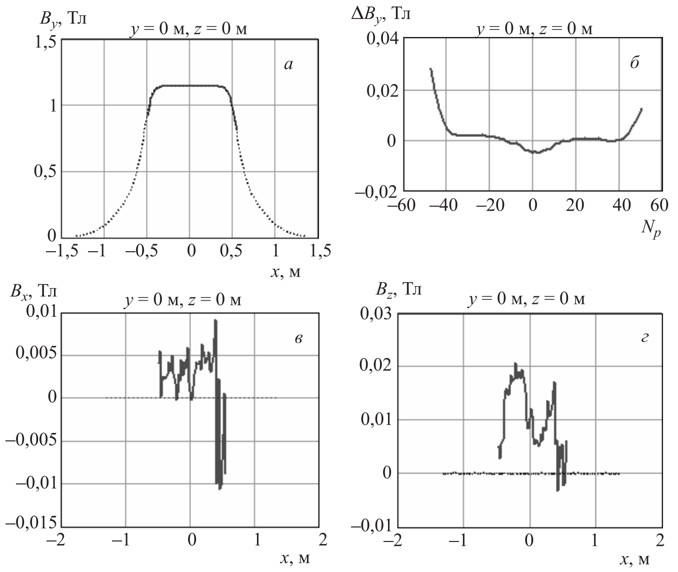

Рис. 7. Распределение компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $y = 0$, $z = 0$ м (медианная плоскость, центр магнита) и разность основной компоненты ΔB_y

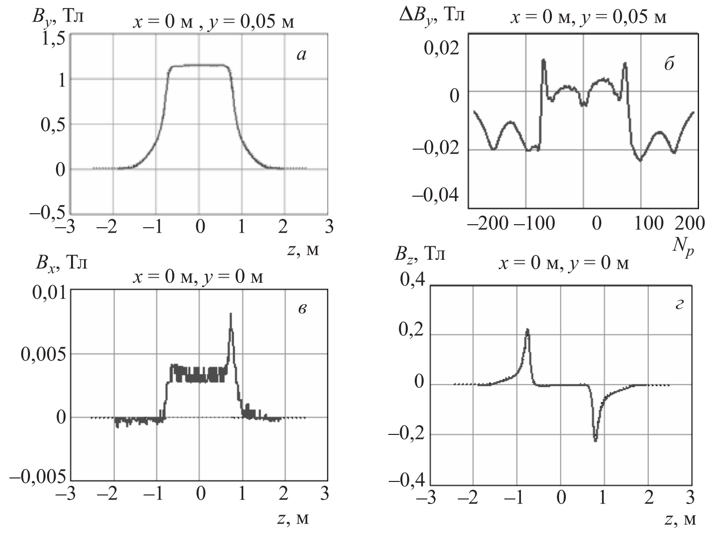

Рис. 8. Распределение расчетных и экспериментальных компонент $B_y,\ B_x,\ B_z$ при фиксированных $x = 0$, $y = 0{,}05$ м и разность ΔB_y

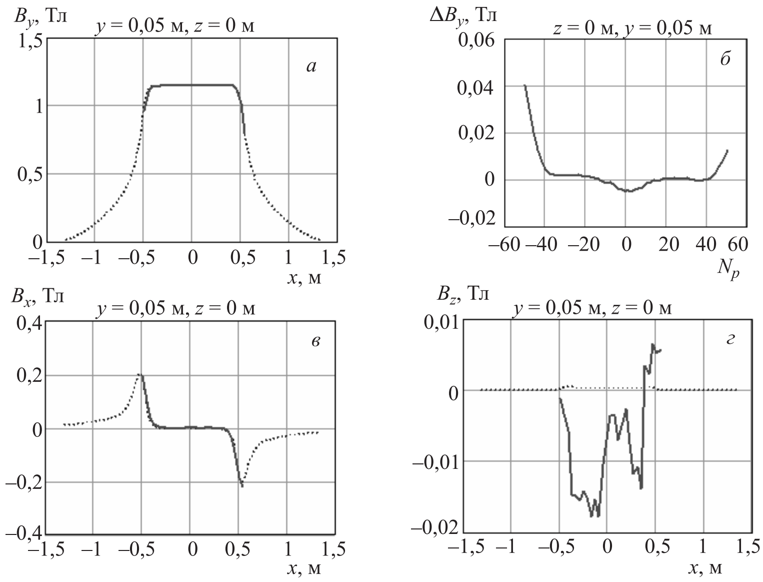

Рис. 9. Распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $y = 0{,}05$ м, $z = 0$ м и разность ΔB_y

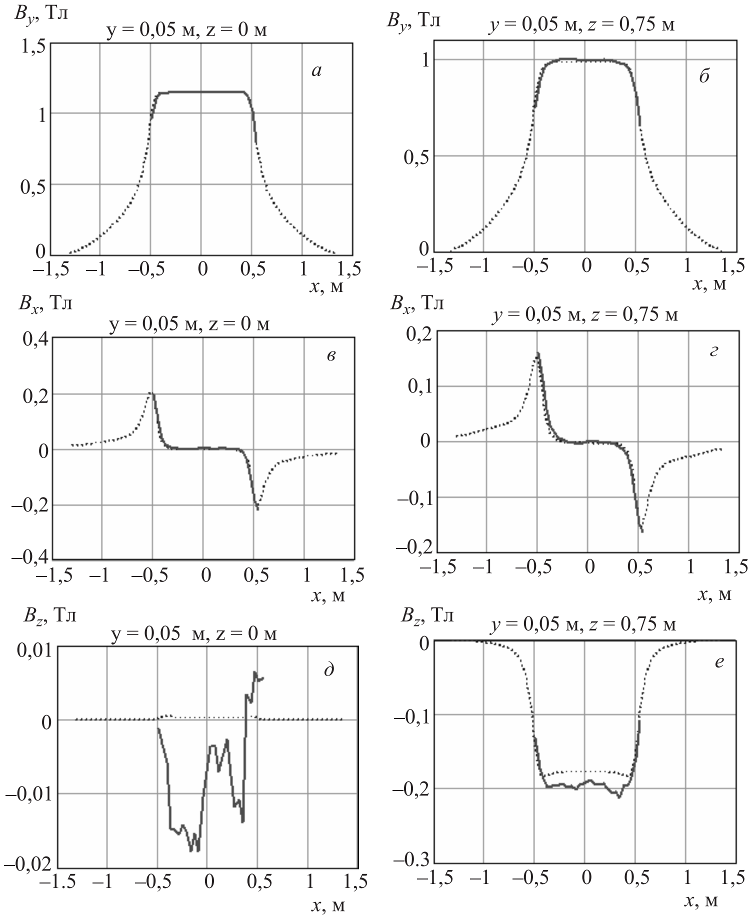

Рис. 10. Распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $y = 0{,}05$ м, $z = 0$ м и $y = 0{,}05$ м, $z = 0{,}75$ м (торец магнита)

1,21 Тл находится также под полюсом магнита. Далее поле спадает также на краях полюса (и в поперечном направлении, и по пучку) до величин порядка 5 Гс для $z = 2{,}50$ м ($x = y = 0$) и до 0 в поперечном направлении для $x =$ 1,35 м ($y = z = 0$).

На рис. 5, *в* приведено распределение поперечной компоненты поля B_x (x, 0,05 м, z) на плоскости $y = 0{,}05$ м, на рис. 5, *г* — распределение продольной компоненты поля B_z (x, 0,05 м,z) на плоскости $y = 0{,}05$ м.

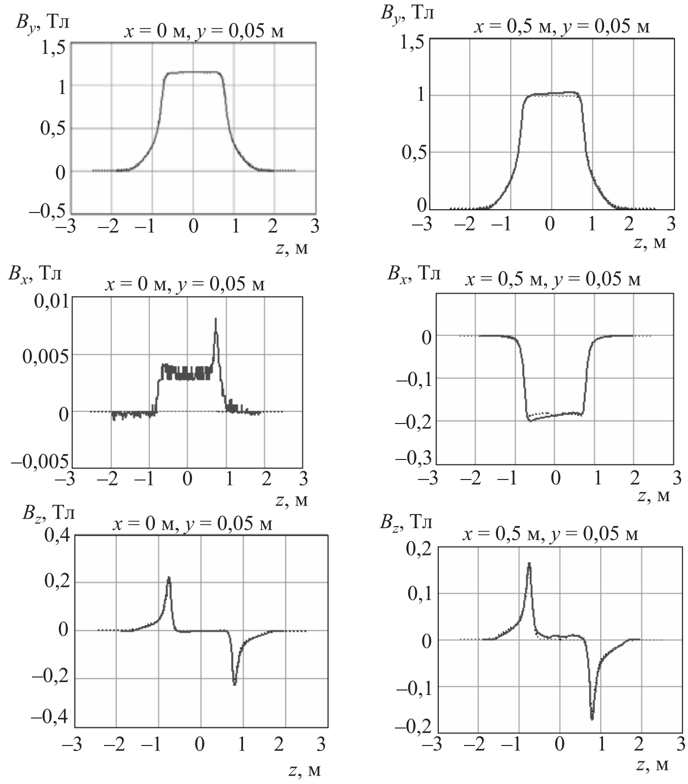

Рис. 11. Распределение расчетных и экспериментальных компонент $B_y,\ B_x,\ B_z$ при фиксированных значениях $x = 0$, $y = 0{,}05$ м и $x = 0{,}5$ м, $y = 0{,}05$ м (торец магнита)

Более подробные (для плоскостей $y = 0, y = 0{,}05$ м) графики сравнения величин $B_y,\ B_x,\ B_z$ в зависимости от z и x по методу Б при токе $I = 600$ А приведены на рис. 6–11. Здесь и далее сплошными линиями обозначены экспериментальные величины, а расчетные — пунктирными.

На рис. 6 и 7 приведены распределения расчетных и экспериментальных компонент $B_y,\ B_x,\ B_z$ при фиксированных $x = 0$, $y = 0$ м (медианная плоскость, центр магнита) и разность основной компоненты ΔB_y по оси Z (по пучку) и X (в поперечной к направлению пучка плоскости) соответственно. Разности ΔB_x и ΔB_z здесь ($y = 0$) равны измеренным величинам $B_x,\ B_z$, так как расчетные значения равны нулю.

На рис. 8 и 9 приведены распределения расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных $x = 0$, $y = 0{,}05$ м и разность ΔB_y

по оси Z (по пучку) и X (в поперечной к направлению пучка плоскости) соответственно. Разности ΔB_x и ΔB_z здесь ($y = 0{,}05$ м) примерно равны значениям ΔB_x и ΔB_z при $y = 0$.

На рис. 10 показано распределение расчетных и экспериментальных компонент $B_y,\ B_x,\ B_z$ при фиксированных $y = 0{,}05$ м, $z = 0$ м и $y = 0{,}05$ м, $z = 0{,}75$ м (торец магнита). На рис. 11 приведено распределение расчетных и экспериментальных компонент B_y, B_x, B_z при фиксированных значениях $x = 0$, $y = 0{,}05$ м и $x = 0{,}5$ м, $y = 0{,}05$ м (торец магнита).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведены расчетные формулы и алгоритмы расчета поля методом А — относительно векторного потенциала и методом Б — с помощью двух скалярных потенциалов. Расчетным путем получено в полной апертуре трехмерное распределение компонент магнитного поля спектрометра МАРУСЯ.

Представлены результаты сравнения расчетного распределения магнитного поля с проведенными измерениями [1] поля модифицированного магнита СП-40 с межполюсным зазором в 0,207 м.

Полученные результаты используются для проведения компьютерного моделирования установки и эксперимента и в последующем, после проведения сеансов набора физических данных, будут использованы для обработки этих данных.

Как показано, например, на рис. 4, предлагаемая методика адекватно описывает нелинейные измерения формы магнитного поля в зависимости от тока в обмотке. Сравнение результатов расчетов и измерений, проведенное в данной работе, показало, что погрешность в величине $\Delta B/B \leqslant 0{,}5\%$ ($\leqslant 50$ Гс на уровне 1,78 Тл в центре магнита) для области поля вблизи границ полюсов и $\Delta B/B \leqslant 0{,}1\%$ (8 Гс на уровне 1,78 Тл в центре магнита) для остальной области задачи. Отметим, что измерения [1] выполнены с такой же погрешностью.

Таким образом, описанная в работе методика расчета конфигурации магнитного поля может быть использована для моделирования магнитооптических систем и спектрометров.

Авторы выражают глубокую благодарность проф. Е. П. Жидкову за обсуждение алгоритмов решения поставленной краевой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Балдин А. А. и др.* Измерение объемной карты магнитного поля для магнитооптического спектрометра МАРУСЯ. Препринт ОИЯИ Р13-2006-67. Дубна, 2006 (направлено в ПТЭ).

2. *Юдин И. П. и др.* Расчеты поля спектрометрического магнита методом векторного потенциала // XL Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии (19–23 апреля 2004 г. РУДН). Секция физики. М.: Изд-во РУДН, 2004. С. 174–177.

3. *Жидков Е. П., Юдин И. П.* Численное моделирование пространственного распределения краевого поля синхротронного дипольного магнита. Препринт ОИЯИ Р11-85-15. Дубна, 1988. 17 с.

4. *Simkin J., Trowbridge C. W.* Three dimensional non-linear electromagnetic field computations using scalar potentials // Proc. IEE. Pt. B. 1980. No. 6. V. 127. P. 368–374.

5. *Айрян Э. А., Жидков Е. П., Юдин И. П.* Численные алгоритмы расчета магнитных систем ускорителей заряженных частиц // ЭЧАЯ, 1990. Т. 21, вып. 1. С. 251–307.

6. *Самарский А. А., Николаев Е. С.* Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.

Получено 11 июля 2006 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 04.10.2006.
Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 1,04. Тираж 320 экз. Заказ № 55492.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.
E-mail: publish@jinr.ru
www.jinr.ru/publish/