

P9-2009-110

С. Н. Доля, К. А. Решетникова

**ОБ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОМ УСКОРЕНИИ  
МАКРОСКОПИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ**

Направлено в журнал «Вопросы атомной науки и техники»

Доля С. Н., Решетникова К. А.

P9-2009-110

Об электродинамическом ускорении макроскопических частиц

На макрочастицы помещается электрический заряд, после чего они предварительно ускоряются в электростатическом поле с разностью потенциалов  $U = 220$  кВ. После этого частицы ускоряются электромагнитной волной с начальной фазовой скоростью  $\beta = 10^{-3} - 10^{-5}$ . Фокусировка частиц осуществляется электростатическими дублетами. На длине  $L = 20$  м частицы с  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-7}$  увеличивают свою скорость от  $\beta = 10^{-5}$  до  $\beta = 10^{-4}$ .

Работа выполнена в Лаборатории физики высоких энергий им. В. И. Векслера и А. М. Балдина ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2009

Dolya S. N., Reshetnikova K. A.

P9-2009-110

About the Electrodynamic Acceleration of Macroscopic Particles

An electric charge is imparted to macroscopic particles, whereupon they are pre-accelerated in an electrostatic field with the high voltage  $U = 220$  kV. Then the particles are accelerated by a traveling electromagnetic wave with the initial phase velocity lying in the range  $\beta = 10^{-3} - 10^{-5}$ . Focusing the particles is provided by electrostatic doublets. At the acceleration length  $L = 20$  m, the particles with  $Z/A = 2.3 \cdot 10^{-7}$  increase their velocity from  $\beta = 10^{-5}$  to  $\beta = 10^{-4}$ .

The investigation has been performed at the Veksler and Baldin Laboratory of High Energy Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2009

## ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим возможность ускорения электродинамическими методами очень маленьких шариков с диаметрами  $D = 0,1-100$  мкм. Такие ускоренные шарики могут быть использованы для имитации повреждения космических объектов микрометеоритами [1].

Чтобы ускорить такие макроскопические частицы, на них надо «посадить» электрический заряд или убрать с них электрический заряд, а затем такой макроскопический объект можно ускорять электромагнитной волной. Будем рассматривать ускорение графитовых шариков. Примем плотность графита  $\rho = 2,3$  г/см<sup>3</sup> и после несложных вычислений найдем, что плотность нуклонов в графите равна  $N_n = 1,38 \cdot 10^{24}$  нукл./см<sup>3</sup>.

### 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД НА ШАРИКАХ

Напряженность поля на поверхности шара может быть найдена из закона Кулона  $E_{\text{поверх}} = Ze/r^2$ . Приравняем это поле пороговому значению  $E_{\text{порог}}$  и найдем, какой максимальный заряд может быть посажен на шарик. Для автоэлектронной эмиссии  $E_{\text{порог}}^e = 10^9$  В/см, для автоионной эмиссии [1] положительно заряженных шариков  $E_{\text{порог}}^i = 10^{10}$  В/см. Найдем максимальный заряд на шарике  $Z$  исходя из соотношения

$$E_{\text{порог}} = Ze/r^2, \quad (1)$$

откуда для  $E_{\text{порог}}^i = 10^{10}$  В/см найдем заряд шарика  $Z$ , выраженный в единицах элементарного заряда  $e$ , и  $Z/A$  — отношение заряда к массе нуклона для шарика, где  $A$  — масса шарика, выраженная в единицах массы нуклона,  $M_{\text{ш}} = AM_n$ . Для шариков это отношение лежит в диапазоне  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-3} - 2,3 \cdot 10^{-7}$ , для однозарядного иона урана  $U_{238}^{+1}$  отношение заряда к массе равно  $Z/A = 1/238 = 4,2 \cdot 10^{-3}$ .

После предварительного ускорения в электростатическом поле  $U_{\text{эл}} = 220$  кВ эти шарики будут иметь скорости  $\beta$ , находящиеся в диапазоне  $\beta = 10^{-3} - 10^{-5}$ . Здесь и далее скорости  $\beta$  выражены в единицах скорости света в вакууме,  $\beta = V/c$ ,  $c = 3 \cdot 10^{10}$  см/с. В табл. 1 представлены параметры ускоряемых шариков.

**Таблица 1. Параметры ускоряемых шариков**

Диаметр	Число нуклонов	Число зарядов	Масса, г	$Z/A$	$\beta, U_{эл} = 220 \text{ кВ}$
0,1 мкм	$7,2 \cdot 10^8$	$1,66 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^{-15}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$10^{-3}$
10 мкм	$7,2 \cdot 10^{14}$	$1,66 \cdot 10^{10}$	$1,2 \cdot 10^{-9}$	$2,3 \cdot 10^{-5}$	$10^{-4}$
1 мм	$7,2 \cdot 10^{20}$	$1,66 \cdot 10^{14}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,3 \cdot 10^{-7}$	$10^{-5}$
100 мм	$7,2 \cdot 10^{26}$	$1,66 \cdot 10^{18}$	$1,2 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^{-9}$	$10^{-6}$

## 2. ТРЕБУЕМЫЕ ЗАМЕДЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Для ускорения частицы электродинамическим способом необходимо, чтобы начальные скорости частицы и волны примерно совпадали:  $\beta = \beta_{\text{ф}}$ , и надо увеличивать фазовую скорость волны по мере ускорения частиц.

Медленные электромагнитные волны с  $\beta_{\text{ф}}$ , равной  $\beta_{\text{ф}}^{-1} = 10^2 - 5 \cdot 10^2$ , можно получить за счет замедления фазовой скорости электромагнитной волны спиралью. Известно [2], что замедление волны в спирали при плотной намотке равно отношению периметра к шагу спирали. Дисперсионное уравнение, связывающее фазовую скорость волны с размерами спирали и частотой, при плотной намотке выглядит так:

$$\beta_{\text{ф}} = \text{tg } \Psi, \quad (2)$$

где  $\beta_{\text{ф}} = V_{\text{ф}}/c$ ,  $\text{tg } \Psi = h/2\pi r_0$  — тангенс угла намотки спирали. Выберем радиус спирали равным  $r_0 = 10$  см и шаг равным  $h = 0,1$  см. Видно, что фазовая скорость  $\beta_{\text{ф}}$  не зависит от частоты, это известная широкополосность спирали, и в данном случае  $\beta_{\text{ф}} = 1/628 = 0,0016$ .

Известно также, что в среде, в которой диэлектрическая и магнитная проницаемости имеют заметную величину, фазовая скорость электромагнитной волны меньше скорости света в вакууме и равна

$$\beta_{\text{ф}} = 1/(\varepsilon\mu)^{1/2}. \quad (3)$$

Можно ожидать, что если поместить спираль в такую среду, то общее замедление электромагнитной волны увеличится и фазовая скорость будет равна

$$\beta_{\text{ф}} = \text{tg } \Psi / (\varepsilon\mu)^{1/2}, \quad (4)$$

где множитель  $\text{tg } \Psi$  определяет замедляющие свойства структуры, а  $(\varepsilon\mu)^{1/2}$  показывает, какими замедляющими свойствами обладает среда. Видно, что при значительных величинах  $(\varepsilon\mu)^{1/2}$  (согласно формуле (4)) замедления, необходимые для ускорения шариков, могут быть получены.

### 3. ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ

Рассмотрим, следуя [2], свойства спирального волновода, полностью погруженного в среду с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  и магнитной проницаемостью  $\mu$ .

Найдем из уравнений Максвелла компоненты поля для внутренней области:

$$\begin{aligned}
 E_{z1} &= E_0 I_0(k_1 r), \\
 E_{r1} &= i(k_3/k_1) E_0 I_1(k_1 r), \\
 H_{\varphi 1} &= i\varepsilon(k/k_1) E_0 I_1(k_1 r), \\
 H_{z1} &= -i(k_1/\mu k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 I_0(k_1 r) / I_1(k_1 r_0), \\
 E_{\varphi 1} &= -\operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 I_1(k_1 r) / I_1(k_1 r_0), \\
 H_{r1} &= (k_3/\mu k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 I_1(k_1 r) / I_1(k_1 r_0).
 \end{aligned} \tag{5}$$

Компоненты поля для внешней области спирали могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned}
 E_{z2} &= I_0(k_1 r_0) E_0 K_0(k_1 r) / K_0(k_1 r_0), \\
 E_{r2} &= -i(k_3/k_1) I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r) / K_0(k_1 r_0), \\
 H_{\varphi 2} &= -i(k/k_1) I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r) / K_0(k_1 r_0), \\
 H_{z2} &= i(k_1/k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 K_0(k_1 r) / K_1(k_1 r_0), \\
 E_{\varphi 2} &= -\operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r) / K_1(k_1 r_0), \\
 H_{r2} &= (k_3/\mu k) \operatorname{tg} \Psi I_0(k_1 r_0) E_0 K_1(k_1 r) / K_1(k_1 r_0),
 \end{aligned} \tag{6}$$

где, как и в [2], мы опустили множитель  $e^{i(\omega t - k_3 z)}$ .

Дисперсионное уравнение, связь между фазовой скоростью волны, параметрами структуры и частотой волны для спирали, полностью погруженной в ферродиелектрическую среду, выглядит так:

$$\operatorname{ctg}^2 \Psi = k_1^2/k^2 \{I_0(k_1 r_0) K_0(k_2 r_0) / I_1(k_1 r_0) K_1(k_2 r_0)\}, \tag{7}$$

где  $k_1 = k(1/\beta_{\Phi}^2 - 1)^{1/2}$ ,  $k_2 = k(1/\beta_{\Phi}^2 - \varepsilon\mu)^{1/2}$ ,  $k = \omega/c$ .

При больших замедлениях дисперсионное уравнение упрощается и принимает вид

$$\beta_{\Phi} = \operatorname{tg} \Psi / (\varepsilon\mu)^{1/2}, \tag{8}$$

совпадающий с ожидаемым, см. (4).

Эта формула, как и для спирали, находящейся в вакууме [2], имеет простой физический смысл: отношение фазовой скорости к скорости волны в среде равно отношению путей, проходимых волной вдоль спирали и вдоль ее оси. После несложных вычислений получим соотношение между потоком

мощности в спирали и напряженностью  $E_0$  поля на ее оси для случая спирали, погруженной в среду:

$$P = (c/8)E_0^2 r_0^2 [kk_3/k_1^2] \varepsilon \{ (1 + I_0 K_1 / I_1 K_0) (I_1^2 - I_0 I_2) + (I_0 / K_0)^2 (1 + I_1 K_0 / I_0 K_1) (K_0 K_2 - K_1^2) \}. \quad (9)$$

Эта связь между потоком и напряженностью поля на оси в точности совпадает с выражением для спирали, находящейся в вакууме [2], за исключением множителя  $\varepsilon$ , определяющего диэлектрическую проницаемость среды.

#### 4. ФЕРРОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ЗАПОЛНЕНИЕ

Пусть спиральная структура радиусом  $r_0$  полностью погружена в ферродиэлектрическую среду. Снаружи спираль также заполнена ферродиэлектрической средой вплоть до внешнего проводника, имеющего радиус  $R$  и расположенного коаксиально со спиралью.

При распространении мощных электромагнитных волн в спиральном волноводе, целиком заполненном ферродиэлектрической средой, надо учитывать следующие особенности. Прежде всего у феррита должно быть маленькое затухание.

Вторая особенность феррита состоит в том, что рабочая индукция магнитного поля в нем  $B_{\text{раб}}$  не должна превышать некую величину порядка

$$B_{\text{раб}} < 0,2 \text{ Тл}. \quad (10)$$

Это связано со сложной зависимостью кривой намагниченности феррита. В случае спирального волновода максимальная индукция магнитного поля достигается внутри спирали, в начале секций, в области ввода мощности в спиральный волновод.

Воспользовавшись формулами (5), (6), найдем связь между индукцией магнитного поля в месте, где она достигает наибольшей величины, и напряженностью электрического поля на оси спирали:

$$B = \mu H_z = itg \Psi E_0 (k_1/k) I_0^2(k_1 r_0) / I_1(k_1 r_0) < B_{\text{раб}}. \quad (11)$$

Откуда следует соотношение для  $E_0$ :

$$E_0 < B_{\text{раб}} I_1(k_1 r_0) / itg \Psi (k_1/k) I_0^2(k_1 r_0), \quad E_0 < k(\beta_{\text{ф}}) B_{\text{раб}}, \quad (12)$$

где  $k(\beta_{\text{ф}})$  — коэффициент, быстро уменьшающийся с уменьшением фазовой скорости волны (ср. значения  $E_0$  в табл. 2, 3). Это соотношение при больших замедлениях ограничивает напряженность поля на оси и в конечном

итоге приводит к большим длинам ускорения. Ниже в табл. 2, 3 приведены параметры ускоряющих секций при полном заполнении спирали ферромагнитной средой.

Заметим, что все результаты, приведенные в таблицах и на графиках, получены при расчетах по точным формулам для мощности и дисперсионного уравнения, упрощенные формулы приведены только для пояснения физического смысла точных формул.

Таблица 2

Параметр	Секция 1	Секция 2
$Z/A = 2,3 \cdot 10^{-3}$	$P = 110$ кВт	$P = 200$ кВт
$U_{эл} = 220$ кВ, $(\varepsilon\mu)^{1/2} = 10$	$\varepsilon, \mu = 10$	$\varepsilon, \mu = 10$
$V_{нач} = 300$ км/с	Полное заполнен.	Полное заполнен.
Скорость, начальн. – конечн., $\beta_{ф}$	$10^{-3} - 3,16 \cdot 10^{-3}$	$3,16 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$
Радиус спирали, начальн.– конечн., см	3–1,81	2,41–1,35
Частота $f_0$ , Гц	$3,333 \cdot 10^6$	$12,5 \cdot 10^6$
Шаг спирали $h$ , см	0,17–0,13	0,15–0,67
Средняя напряж. электр. поля $\bar{E}_0$ , кВ/см	6	6
Макс. магн. поле $B_{max} = \mu H_z$ , Тл	0,1982	0,197
Длина секции, м	3,8	43

Таблица 3

Параметр	Секция 1	Секция 2
$Z/A = 2,3 \cdot 10^{-5}$	$P = 11,8$ кВт	$P = 15$ кВт
$U_{эл} = 220$ кВ, $(\varepsilon\mu)^{1/2} = 16$	$\varepsilon = 10, \mu = 25,6$	$\varepsilon = 10, \mu = 25,6$
$V_{нач} = 30$ км/с	Полное заполнен.	Полное заполнен.
Скорость, начальн. – конечн., $\beta_{ф}$	$10^{-4} - 3,16 \cdot 10^{-4}$	$3,16 \cdot 10^{-4} - 10^{-3}$
Радиус спирали, начальн.– конечн., см	10–5,5	5,5–3
Частота $\bar{F}_0$ , Гц	$10^5$	$6 \cdot 10^5$
Шаг спирали $h$ , см	0,09–0,21	0,06–0,37
Средняя напряж. электр. поля $\bar{E}_0$ , кВ/см	2	2
Макс. магн. поле $B_{max} = \mu H_z$ , Тл	0,1732	0,1961
Длина секции, м	12	120

Увеличивая  $\mu$ , можно переходить к все большим замедлениям электромагнитной волны. Так, для случая  $\varepsilon = 10, \mu = 25,6$  замедление электромагнитной волны за счет наличия среды будет равно  $(\varepsilon\mu)^{1/2} = 16$ , и это позволяет переходить к начальной фазовой скорости шариков  $\beta = 10^{-4}$ . Па-

раметры секций, в которых может быть ускорен шарик диаметром 10 мкм, приведены в табл. 3.

Увеличивая  $\mu$  в 100 раз до значения  $\mu = 2560$ , можно перейти к замедлениям средой  $(\varepsilon\mu)^{1/2} = 160$ , однако напряженность электрического поля на оси  $E_0$  при этом становится очень низкой.

Для ускорения частиц вдоль оси спирали должен быть открыт вакуумный канал. Соответствующие формулы имеют очень громоздкий вид и здесь не приводятся.

## 5. ЧАСТИЧНОЕ ЗАПОЛНЕНИЕ СРЕДОЙ

В случае, когда ферродиелектрик находится только снаружи спирали, а область внутри спирали свободна от заполнения, формула (9), связывающая поток мощности с напряженностью поля на оси, выглядит несколько иначе:

$$P = (c/8)E_0^2 r_0^2 [kk_3/k_1^2] \{ (1 + I_0 K_1 / I_1 K_0) (I_1^2 - I_0 I_2) + \varepsilon (I_0 / K_0)^2 (1 + I_1 K_0 / I_0 K_1) (K_0 K_2 - K_1^2) \}. \quad (13)$$

Только второе слагаемое в фигурных скобках, соответствующее потоку мощности, распространяющемуся вне спирали, умножается на  $\varepsilon$ , а множитель, стоящий перед фигурной скобкой,  $\varepsilon$  не содержит. Назовем этот случай частичным заполнением спирали средой.

Дисперсионное уравнение, связывающее фазовую скорость волны с частотой, в случае, когда замедляющая среда находится вне спирали, выглядит так:

$$\operatorname{ctg}^2 \Psi = (k_1 k_2 / k^2) \varepsilon \mu \{ I_0(k_1 r_0) K_0(k_2 r_0) / I_1(k_1 r_0) K_1(k_2 r_0) \} F_0, \quad (14)$$

где

$$F_0 = \varepsilon \{ 1 + (k_1 / k_2) \mu I_0 K_1 / I_1 K_0 \} [1 + (k_1 / k_2) \varepsilon I_0 K_1 / I_1 K_0]^{-1}, \quad (15)$$

аргументы функций  $I_{0,1}$  равны  $(k_1 r_0)$ , функций  $K_{0,1}$  равны  $(k_2 r_0)$ .

В наиболее интересном для нас случае густой намотки дисперсионное уравнение упрощается, становится похожим на выражения (4), (8) и выглядит так:

$$\beta_{\Phi} = \operatorname{tg} \Psi F_0^{1/2} / (\varepsilon \mu)^{1/2}. \quad (16)$$

Легко видеть, что когда  $\varepsilon, \mu = 1$ , дисперсионное уравнение переходит в вакуумный случай:  $\beta_{\Phi} = \operatorname{tg} \Psi$ . В общем случае  $F_0^{1/2} > 1$  и замедляющие свойства у спирали, заполненной ферродиелектриком только снаружи, хуже, чем при полном заполнении.



В важном случае  $\varepsilon, \mu \gg 1$  выражение для  $F_0$  упрощается:

$$F_0 = \mu, \quad (17)$$

и дисперсионное уравнение переходит в

$$\beta_\Phi = \operatorname{tg} \Psi / \varepsilon^{1/2}. \quad (18)$$

С одной стороны, в этом случае значительно облегчаются требования на замагниченность феррита, так как магнитные поля снаружи спирали много меньше, чем внутри, с другой стороны, замедляющие свойства такой структуры хуже в корень из  $\mu$  раз, чем при полном заполнении спирали средой.

В наиболее интересном случае, когда снаружи спирали находится диэлектрик с большим  $\varepsilon, \varepsilon \gg 1$ , а среда не ферромагнитная,  $\mu = 1$ , выражение для  $F_0$  упрощается,  $F_0 = 2$ , и дисперсионное уравнение выглядит так:

$$\beta_\Phi = \sqrt{2} \operatorname{tg} \Psi / \varepsilon^{1/2}. \quad (19)$$

Именно этот случай, позволяющий получать большие замедления (формула (14), упрощенная формула (19)) и большие напряженности электрического поля  $E_0$  на оси (формула (13)), будет рассмотрен подробно.

## 6. СТРУКТУРА ПОЛЯ В СПИРАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Поддержание синхронизма между скоростью волны и скоростью частицы обычно достигается увеличением шага спирали. Для спирали, намотанной на цилиндрическую поверхность, это приводит к тому, что намотка становится редкой и напряженность поля на оси (при фиксированной мощности генератора) уменьшается. В работах [3, 4] было предложено наматывать спираль на сужающийся конус; по сути, здесь увеличение фазовой скорости достигается не увеличением шага спирали  $h$ , а уменьшением ее радиуса  $r_0$ . При этом множитель  $(kk_3/k_1^2)r_0^2$  в формуле (16), равный  $\beta r_0^2$ , остается примерно постоянным при изменении фазовой скорости более чем в 3 раза, и при этом напряженность поля на оси изменяется несильно. Когда применение уменьшающегося радиуса намотки невозможно, как, например, для фокусировки и ускорения релятивистских электронных колец [5], то приходится идти на большое уменьшение фокусирующих свойств спирали с увеличением фазовой скорости.

Все данные, приведенные в таблицах и на графиках, получены следующим образом. Для начальной скорости частицы и совпадающей с ней фазовой скорости волны на каждом шаге решалось уравнение движения

$$dV/dt = (Ze/AM_n)E_0 \cos \varphi_s, \quad (20)$$

где  $Ze$  — заряд шарика,  $AM_n$  — его масса,  $E_0$  — напряженность электрического поля на оси,  $\varphi_s$  — синхронная фаза, находящаяся, как всегда для случая бегущих волн, на переднем склоне волны. В нашем случае синхронная фаза выбрана равной  $\varphi_s = 45^\circ$ ,  $\cos \varphi_s = 0,7$ . После вычисления скорости частицы из уравнения (23) из дисперсионного уравнения находилась шаг спирали и определялась напряженность поля на оси  $E_0$ , действующая на шарик на следующем шаге.

В работе [2] было исследовано влияние внешнего экрана, наружного проводника, на распространение медленных электромагнитных волн в спиральном волноводе. Показано, что расположенный достаточно далеко от спирали экран практически не влияет на условия распространения волн в спирали. В работе [3] было показано, что при радиусе внешнего проводника, равном  $R = 3r_0$ , формулы, связывающие размеры спирали с замедлением волн в ней (7) и поток с напряженностью поля на оси (9), практически не изменяются. По форме спиральный волновод похож на обычный коаксиальный кабель, у которого внутренний проводник имеет форму спирали. Так же как и у обычного кабеля, у спирального волновода нет граничной частоты, по нему могут распространяться волны любой, самой низкой частоты, отличие состоит в том, что внешний проводник не должен находиться слишком близко к спирали:  $R > 3r_0$ , так как это приводит к уменьшению полей на внутреннем проводнике.

Наружу от спирали поля распространяются на расстояния порядка  $\lambda_{\text{зам}}/2\pi$  (что близко к  $r_0$ ), и примерно на таком удалении от спирали можно располагать внешний проводник.

## 7. УСКОРЕНИЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНОЙ

Рассмотрим случай ускорения шарика диаметром 0,1 мкм от начальной скорости  $\beta = 10^{-3}$ , которую шарик будет иметь после ускорения в электростатическом поле  $U = 220$  кВ, до конечной  $\beta = 10^{-2}$ .

Для ускорения потребуются две секции, которые будут запитываться каждая от своего генератора, имеющего различные мощности и частоты.

В качестве замедляющей среды будет использоваться вода,  $\varepsilon = 80$ . Вода заполняет пространство вне спирали, предполагается, что внутри спирали вакуум. Вторая секция в данном случае — это спираль, находящаяся в вакууме. Увеличение скорости шариков в каждой секции примерно в 3 раза, конечное увеличение скорости в 10 раз, кинетической энергии шарика в 100 раз. Параметры ускоряющих секций приведены в табл. 4.

Видно, что на оси спирали может быть получено электрическое поле достаточно большой напряженности. Чтобы получить такую же скорость шариков при электростатическом ускорении, надо было бы приложить разность

Таблица 4

Параметр	Секция 1	Секция 2
$Z/A = 2,3 \cdot 10^{-3}$ $U_{эл} = 220$ кВ	$P = 6$ МВт, $\varepsilon = 80, \mu = 1$ Част. заполн.	$P = 1$ МВт, $\varepsilon, \mu = 1$ Без заполнения
Скорость, начальн. – конечная, $\beta_{\Phi}$	$10^{-3} - 3,16 \cdot 10^{-3}$	$3,16 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$
Радиус спирали, начальн.- конечн., см	3–1,81	2,41–1,39
Частота $f_0$ , Гц	$3,333 \cdot 10^6$	$12,5 \cdot 10^6$
Шаг спирали $h$ , см	0,12–0,23	0,047–0,084
Средняя напряж. электр. поля $E_0$ , кВ/см	17	30
Длина секции (без учета длины фокусирующих промежутков), м	1,53	8

потенциалов  $U_{эл} = 22$  МВ. Заметим, что из-за большого кулоновского расталкивания вряд ли можно будет ускорять более одного шарика на длине волны.

Сравним параметры первых секций (табл. 2, 4) для случаев заполнения ферритом и водой. Для воды при той же мощности генератора  $P = 110$  кВт напряженность электрического поля была бы меньше, чем для феррита. Это следует из формул (9), (13), показывающих, что при заданной мощности генератора напряженность поля обратно пропорциональна корню квадратному из диэлектрической проницаемости среды  $\varepsilon^{1/2}$ . Точно так же вакуум при одной и той же мощности дает большую напряженность электрического поля, чем

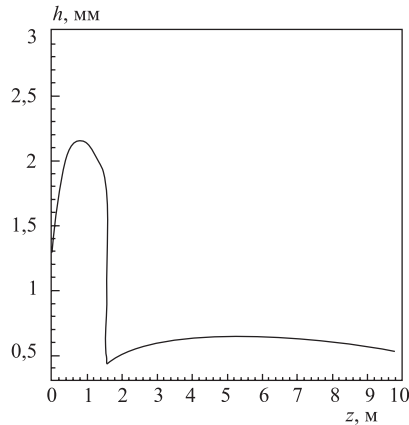


Рис. 1. Зависимость шага  $h$  в первой, второй секциях (табл.4) от расстояния  $z$  от начала первой секции. Длина первой секции  $L = 1,53$  м

среда. В вакууме для спирали получаются значительно более мелкие шаги, дисперсионное уравнение (2) для вакуума не содержит множителя  $(\epsilon\mu)^{1/2}$ , имеющегося в уравнении (8), соответствующего замедлению электромагнитных волн средой. В данном случае для  $\epsilon, \mu = 10$  шаг намотки спирали увеличивается в 10 раз. На рис. 1 показана зависимость шага спирали от длины при ускорении частиц с  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-3}$ .

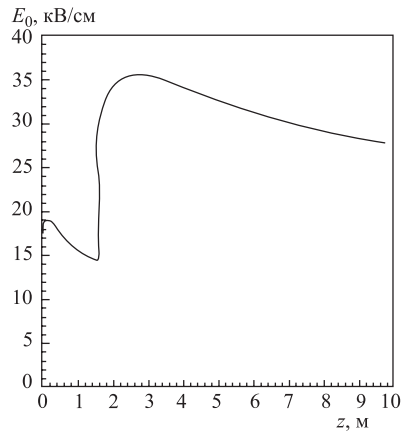


Рис. 2. Зависимость напряженности поля  $E_0$  на оси в первой, второй секциях (табл. 4) от расстояния  $z$  от начала первой секции

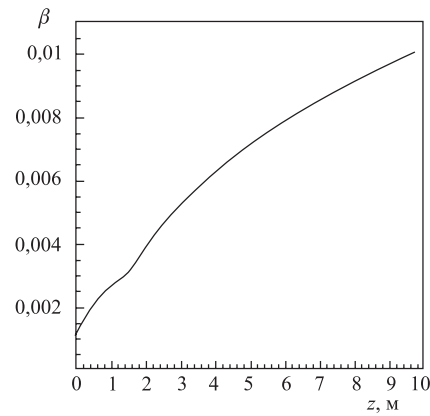


Рис. 3. Темп набора скорости  $\beta$  в первой, второй секциях (табл. 4) в зависимости от расстояния  $z$  от начала первой секции. Начальная скорость  $\beta = 10^{-3}$ , конечная  $\beta = 10^{-2}$

На рис. 2 приведена напряженность электрического поля для этого случая. На рис. 3 показана зависимость темпа набора скорости.

## 8. УСКОРЕНИЕ ИМПУЛЬСОМ, БЕГУЩИМ ПО СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ

При еще больших значениях  $\epsilon$ ,  $\epsilon = 1280$  (титанат бария), можно будет перейти к еще меньшей начальной скорости шариков. Параметры ускоряющих секций для этого случая приведены в табл. 5. Согласно формуле (13) для достижения напряженности поля на оси в десятки киловольт на сантиметр потребуются мощности в сотни мегаватт.

На рис. 4 приведена зависимость шага спирали, на рис. 5 — напряженности электрического поля и на рис. 6 — темпа набора скорости от длины ускорения.

Такая мощность легко достижима для импульсной техники.

Таблица 5

Параметр	Секция 1	Секция 2
$Z/A = 2.3 \cdot 10^{-5}$ , диэлектрик вне спирали, $U_{эл} = 220$ кВ	$P = 107$ МВт $\mu = 1, \varepsilon = 1280$	$P = 150$ МВт $\mu = 1, \varepsilon = 1280$
Скорость, начальн. – конечн., $\beta_{\Phi}$	$10^{-4} - 3,16 \cdot 10^{-4}$	$3,16 \cdot 10^{-4} - 10^{-3}$
Радиус, начальн. – конечн., см	10–5,5	5,5–3
Частота $f_0$ , Гц	$10^5$	$6 \cdot 10^5$
Напряж. электр. поля $E_0$ , кВ/см	17	22
Шаг спирали $h$ , см	0,17– 0,27	0,27–0,4
Длина секции (без учета длины фокусирующих промежутков), м	1,5	12,5
Длительность импульса $\tau$ , мкс	5	0,83
Амплитуда напряжения $\tilde{U}_a$ , кВ	170	220
Амплитуда тока $\tilde{I}_a$ , А	630	680
Волновое сопротивление линии $\rho_{волн}$ , Ом	270	323

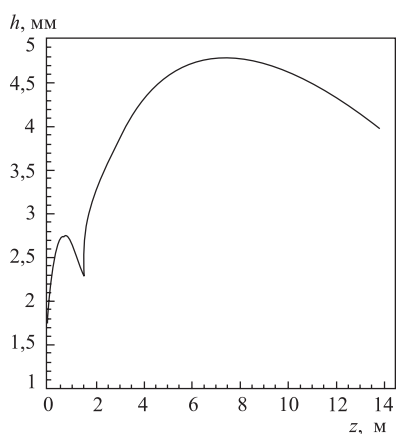


Рис. 4. Зависимость шага  $h$  в первой, второй секции (табл. 5) от расстояния  $z$  от начала первой секции

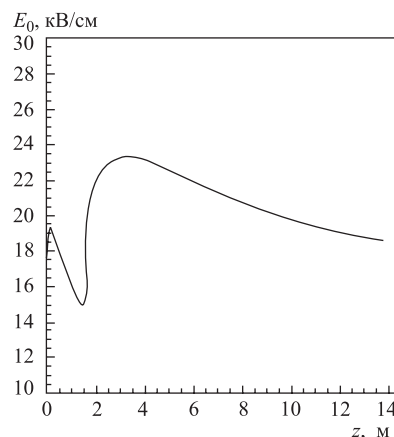


Рис. 5. Зависимость напряженности электрического поля  $E_0$  в первой, второй секциях (табл. 5) от расстояния  $z$  от начала первой секции

Разложим синусоидальный импульс, соответствующий полуволне  $E = E_0 \sin(2\pi/T_0)t$ ,  $2\pi/T_0 = \omega_0$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , в ряд Фурье:

$$f_1(\omega) = (2/\pi)^{1/2} \int_0^{T_0/2} \sin \omega_0 t \sin \omega t dt. \quad (21)$$

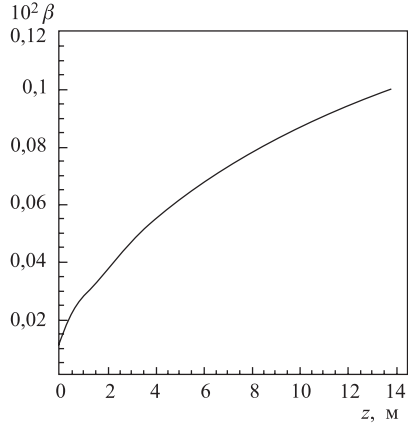


Рис. 6. Зависимость темпа набора скорости  $\beta$  в первой, второй секциях (табл. 5) от расстояния  $z$  от начала первой секции. Начальная скорость  $\beta = 10^{-4}$ , конечная  $\beta = 10^{-3}$

Спектр импульса достаточно узкий и занимает область частот от 0 до  $2\omega_0$ . Поскольку в спиральном волноводе дисперсия (зависимость фазовой скорости от частоты) слабая, можно ожидать, что весь спектр частот от 0 до  $2\omega_0$  будет распространяться примерно с одной и той же фазовой скоростью. В результате полуволновой синусоидальный импульс в пространстве будет расплываться в 3,16 раза только за счет увеличения фазовой скорости волны. Согласование спирального волновода с подводющим фидером в этом случае надо осуществлять в полосе частот  $\Delta f \approx \omega_0/2\pi$ .

Введем понятие амплитуды импульса  $\tilde{U}$ , связанное с напряженностью поля на оси спирали  $E_0$  соотношением

$$U = E_0 \lambda_{\text{зам}} / 2\pi, \quad \lambda_{\text{зам}} = \beta \lambda, \quad \lambda = c/f_0. \quad (22)$$

Согласно данным, приведенным в табл. 5, напряженность поля на оси спирали  $E_0$  равна  $E_0 = 17$  кВ/см, на поверхности спирали она в два раза больше, и для  $\tilde{U}_a$  из (25) мы получаем значение  $\tilde{U}_a = 170$  кВ. Из закона Ома (уравнение (16) — это высокочастотная форма записи закона Ома) найдем импульсный ток, текущий по виткам спирали:

$$\tilde{I}_a = P / \tilde{U}_a = 630 \text{ А}. \quad (23)$$

Волновое сопротивление такой спирали

$$\rho_{\text{волн}} = \tilde{U}_a / \tilde{I}_a = 270 \text{ Ом}. \quad (24)$$

Пусть спираль намотана вольфрамовым проводом диаметром  $d_{\text{п}} = 1$  мм. Тогда периметр одного витка  $2\pi r_0 = 60$  см, поперечное сечение  $\pi d_{\text{п}}^2/4 = 7,5 \cdot 10^{-3}$  см<sup>2</sup>, масса витка  $m = 9$  г. Теплоемкость одного грамма вольфрама равна  $C_{\text{г}} = 0,1347$  Дж/г·град, одного витка  $C_{\text{витка}} = 12$  Дж/град.

Электрическое сопротивление одного витка примерно равно  $R_{\text{витка}} = 3$  Ом. При протекании тока в 0,6 кА в нем будет выделяться мощность  $W = (1/2)\tilde{I}^2 R_{\text{витка}} = 0,5 \cdot 10^6$  Вт. При длительности импульса  $\tau = 5$  мкс это дает энерговыделение  $Q = 2,5$  Дж. Разделив  $Q$  на теплоемкость витка, найдем, что при прохождении одного токового импульса виток нагреется примерно на 0,2 °С.

Таблица 6

Параметр	Секция 1	Секция 2
$Z/A = 2,3 \cdot 10^{-7}$ , диэлектрик вне спирали, $U_{эл} = 220$ кВ	$P = 10,7$ МВт $\mu = 1, \varepsilon = 1280$	$P = 15$ МВт $\mu = 1, \varepsilon = 1280$
Скорость, начальн. – конечн., $\beta_{ф}$	$10^{-5} - 3,16 \cdot 10^{-5}$	$3,16 \cdot 10^{-5} - 10^{-4}$
Радиус, начальн. – конечн., см	10–5,5	5,5–3
Частота $f_0$ , Гц	$10^4$	$6 \cdot 10^4$
Напряж. электр. поля $E_{0z}$ , кВ/см	20	20
Шаг спирали $h$ , мм	0,17–0,27	0,27–0,4
Длина секции (без учета длины фокусирующих промежутков), м	1,5	12,5
Длительность импульса $\tau$ , мкс	50	8,3
Амплитуда напряжения, $\tilde{U}_a$ , кВ	170	220
Амплитуда тока $\tilde{I}_a$ , А	63	68
Волновое сопротивление $\rho_{волн}$ , кОм	2,7	3,23

Перейти к еще большим замедлениям можно, уменьшая шаг спирали. При уменьшении  $\text{tg } \Psi$  в 10 раз для сохранения формы кривых на графиках и значения напряженности поля надо одновременно в 10 раз уменьшить частоту  $f_0$ , и согласно уравнению (13) потребуется в 10 раз меньшая мощность. Параметры ускоряющих секций для этого случая приведены в табл. 6.

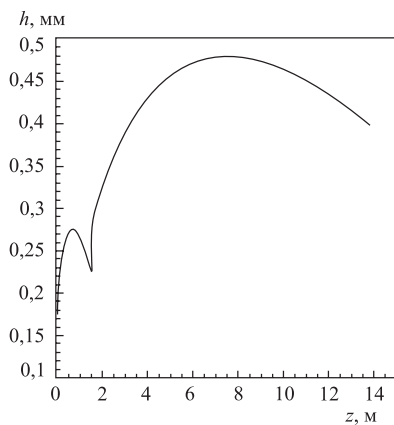


Рис. 7. Зависимость шага намотки спирали  $h$  в первой, второй секциях от расстояния  $z$  от начала первой секции (табл. 6)

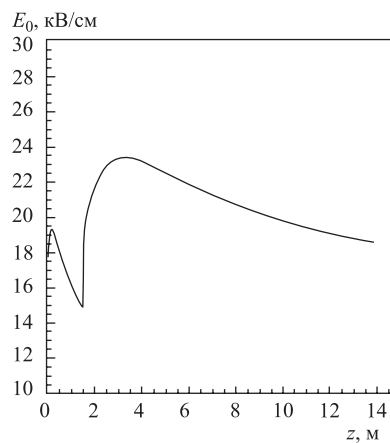


Рис. 8. Зависимость напряженности электрического поля  $E_0$  в первой, второй секциях от расстояния  $z$  от начала первой секции (табл. 6)

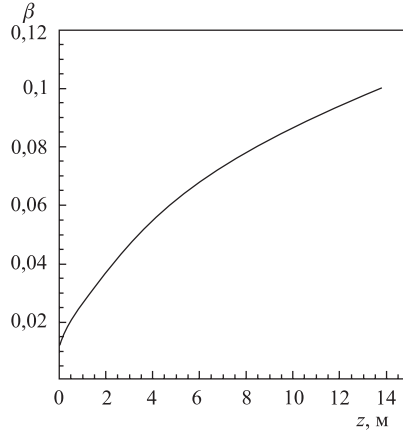


Рис. 9. Зависимость темпа набора скорости  $\beta$  от расстояния  $z$  от начала первой секции (табл. 6). Начальная скорость  $\beta = 10^{-5}$ , конечная  $\beta = 10^{-4}$

На рис. 7 приведена зависимость шага намотки спирали, на рис. 8 — напряженности электрического поля и на рис. 9 — темпа набора скорости от длины ускорения.

## 9. РАДИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

В азимутально-симметричной волне области фазовой устойчивости, области автофазировки, соответствует радиальная дефокусировка. В этой области фаз радиальная компонента электрического поля волны направлена в сторону увеличения радиуса, т. е. ускоряет частицы по радиусу.

Найдем инкремент радиальных колебаний. Воспользуемся асимптотикой  $I_1(x) \approx x/2$  для  $x \ll 1$ . Уравнение для радиального движения в этом случае выглядит так:

$$r'' \approx ZeE_0k_1r/2AM, \quad (25)$$

где  $k_1 = 2\pi/\lambda_{\text{зам}}$ ,  $\lambda_{\text{зам}} = \beta_z\lambda_0$ ,  $\lambda_0 = c/f_0$ ,  $f_0$  — частота ускорения.

Введем параметр  $W_\lambda$  — относительный набор энергии частиц на длине волны в вакууме:

$$W_\lambda = ZeE_0\lambda_0/AMc^2. \quad (26)$$

Тогда  $\omega_r^2 = W_\lambda\pi c^2/\beta_z\lambda_0^2$ , обозначим  $\omega_0 = 2\pi f_0$  и тогда окончательно получим

$$\omega_r^2 = \omega_0^2(W_\lambda/4\pi\beta_z). \quad (27)$$



Для последнего случая сделаем численные оценки  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-7}$ ,  $\lambda_0 = c/f_0 = 3 \cdot 10^6$ ,  $E_0 = 20$  кВ/см, получим

$$W_\lambda = ZeE_0\lambda_0/AMc^2 = 1,38 \cdot 10^{-5},$$

как и следовало ожидать, относительный набор энергии шариком оказался очень маленьким. Инкремент  $\omega_r$  оказывается порядка частоты ускорения  $\omega_0$ .

Это значит, что радиус в секции нарастает экспоненциально. Возьмем начальный радиус влета частиц в секцию равным  $r_b = 0,3$  см, начальную радиальную скорость примем равной нулю. Зависимость радиуса от времени тогда выглядит так:

$$r = r_b e^{\omega_r t}, \quad (28)$$

и это означает, что в отсутствие внешней фокусировки частица будет отклоняться от оси полем волны. Через некие отрезки ускоряющих секций надо вставлять элементы фокусировки.

Рассмотрим фокусировку электростатическими дублетами с параметрами: длина линзы  $l_l = 7,5$  см, длина промежутка между линзами  $l_p = 5$  см, так что общая длина дублета равна  $l_d = 20$  см. Расстановка дублетов в первой секции такова: первый стоит через  $l_s = 30$  см от начала секции. Как обычно, рассматриваются две траектории частиц, находящихся во взаимно перпендикулярных плоскостях. На рис. 10 показана зависимость радиального отклонения двух частиц от продольной координаты.

На начальном этапе в соответствии с формулой (28) видно экспоненциальное нарастание радиуса. Пространство от 30 до 50 см занимает дублет,

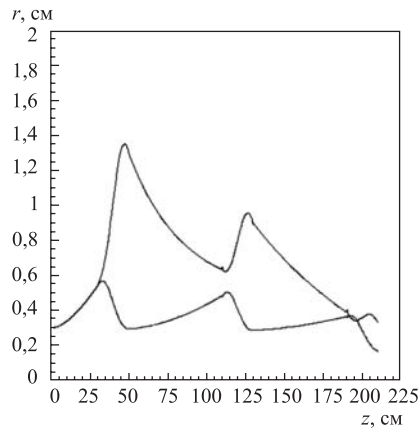


Рис. 10. Зависимость радиального отклонения частиц от оси продольной координаты в первой секции

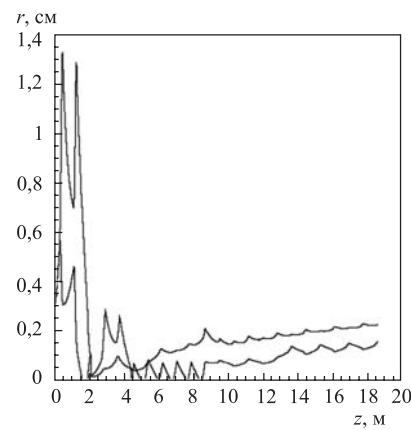


Рис. 11. Зависимость радиального отклонения частиц от длины ускорения. Общая длина ускорения (табл. 6) чуть меньше 20 м

первая линза которого еще больше отклоняет одну из частиц от оси, вторую (находящуюся в перпендикулярной плоскости) к оси прижимает. Вторая линза первую частицу фокусирует, вторую дефокусирует, совместное действие двух линз оказывается фокусирующим. Второй дублет стоит через 60 см после первого, это связано с тем, что обе частицы после прохождения первого дублета получили скорости к оси (рис. 10). Градиенты во втором дублете  $G_1 = 11$  и  $G_2 = -8$  кВ/см<sup>2</sup>, в третьем дублете, также отстоящем от второго на расстоянии 60 см, градиенты  $G_1 = -10$  и  $G_2 = 8$  кВ/см<sup>2</sup>. Суммарная длина трех дублетов 60 см, суммарная длина секции увеличивается незначительно: 150 см + 60 см = 2,1 м.

Во второй секции (колонка 2 табл. 6) расстановка таких же ( $l_d = 20$  см) дублетов такая: через каждые  $l_s = 62,5$  см секции стоит дублет, так что общее увеличение длины второй секции составит  $20 \cdot 0,2$  м = 4 м.

График зависимости радиального отклонения двух частиц, находящихся во взаимно перпендикулярных плоскостях, показан на рис. 11.

Видно, что, несмотря на дефокусирующее действие радиального поля ускоряющей волны, две частицы с начальным отклонением  $r_b = 0,3$  см в двух взаимно перпендикулярных плоскостях устойчиво ускоряются вблизи оси системы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все соотношения, приведенные в работе, имеют общий характер и легко могут быть распространены на другие значения параметров. Например, шарик, имеющий отношение заряда к массе, равное  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-8}$ , и начальную скорость  $V = 3$  км/с ( $\beta = 10^{-5}$ ), увеличит свою скорость более чем в 3 раза на длине 15 м (колонка 1 табл. 6).

Для достижения скорости  $V = 3$  км/с ( $\beta = 10^{-5}$ ) при радиусе спирали  $r_0 = 10$  см требуются очень мелкие шаги  $h = 0,17$  мм (см. рис. 7). Увеличить шаг в 10 раз можно путем увеличения радиуса спирали до  $r_0 = 1$  м. Если при этом увеличить мощность в 100 раз и в 10 раз уменьшить частоту (по сравнению с значениями параметров, приведенных в табл. 6), то напряженность электрического поля и темп набора скорости окажутся такими же, как и для спирали с радиусом  $r_0 = 10$  см.

Для спирали радиусом  $r_0 = 1$  м и прежним шагом  $h = 0,17$  мм начальная фазовая скорость будет равна  $V = 0,3$  км/с,  $\beta = 10^{-6}$ . Чтобы сохранились формы кривых на графиках и напряженность электрического поля, надо увеличить мощность в 10 раз и в 100 раз уменьшить частоту по сравнению со значениями параметров, приведенных в табл. 6. Такую начальную скорость ( $\beta = 10^{-6}$ ) при прохождении разности потенциалов  $U_{эл} = 220$  кВ будет иметь шарик с отношением заряда к массе  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-9}$ .

Для шарика диаметром 100 мкм и отношением  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-9}$  электрическое поле на поверхности будет равно  $E_{\text{поверх}} = Ze/r^2 = 10^7$  В/см, что много меньше пороговой напряженности поля для автоионной эмиссии  $E_{\text{порог}}^i = 10^{10}$  В/см и пороговой напряженности поля для автоэлектронной эмиссии  $E_{\text{порог}}^e = 10^9$  В/см. Достижение напряженности поля на поверхности шариков  $E_{\text{поверх}} = 10^7$  В/см, по-видимому, не будет вызывать технических трудностей, а такая начальная скорость частиц ( $V = 0,3$  км/с,  $\beta = 10^{-6}$ ) может быть достигнута не только прохождением разности потенциалов  $U_{\text{эл}} = 220$  кВ, но и обычным центрифугированием.

Если поверхностная напряженность поля равна  $E_{\text{поверх}} = 10^7$  В/см на шарике диаметром 1 мкм, то отношение заряда к массе для него равно  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-7}$  и его движение описывается значениями параметров, приведенных в табл. 6, и кривыми на рис. 7–11. Если поверхностная напряженность поля равна  $E_{\text{поверх}} = 10^8$  В/см на шарике с диаметром 10 мкм, то отношение заряда к массе для него равно  $Z/A = 2,3 \cdot 10^{-7}$  и его движение описывается значениями параметров, приведенных в табл. 6, и кривыми на рис. 7–11.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Акишин А. И. Космическое материаловедение. М.: НИИЯФ МГУ, 2007. С. 154.
2. Ахизер А. И., Файнберг Я. Б. Медленные электромагнитные волны // УФН. 1951. Т. 44, вып. 3. С. 321–367.
3. Доля С. Н., Решетникова К. А. Ускорение тяжелых ионов в спиральном волноводе. Сообщ. ОИЯИ Р9-2007-120. Дубна, 2007.
4. Доля С. Н., Решетникова К. А. Два варианта инжекции в бустер нуклотрона. Сообщ. ОИЯИ Р9-2008-76. Дубна, 2008.
5. Доля С. Н., Решетникова К. А. Интенсивный импульсный источник нейтронов, основанный на ускорении протонов в электронных кольцах. Препринт ОИЯИ Р9-2009-52. Дубна, 2009.

Получено 22 июля 2009 г.

Редактор *Е. В. Сабеева*

Подписано в печать 22.10.2009.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,25. Уч.-изд. л. 1,52. Тираж 270 экз. Заказ № 56745.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)