

P11-2009-121

А. А. Егоров^{1,а}, Э. А. Айрян^{2,б}, А. Л. Севастьянов^{3,в},
Л. А. Севастьянов^{2,3,г}

СТРУКТУРА МОД ПЛАВНО-НЕРЕГУЛЯРНОГО
ТРЕХМЕРНОГО ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКОГО
ЧЕТЫРЕХСЛОЙНОГО ВОЛНОВОДА

¹Институт общей физики им. А. М. Прохорова РАН, Москва

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

³Российский университет дружбы народов, Москва

^аE-mail: yegorov@kapella.gpi.ru

^бE-mail: ayrgan@jinr.ru

^вE-mail: alsevastyanov@gmail.com

^гE-mail: sevast@sci.pfu.edu.ru

Егоров А. А. и др.

P11-2009-121

Структура мод плавно-нерегулярного трехмерного интегрально-оптического четырехслойного волновода

В качестве метода исследования интегрально-оптического многослойного волновода, удовлетворяющего условию плавного изменения профиля исследуемой трехмерной структуры, использован асимптотический метод. Аналитически описаны трехмерные поля плавно деформирующихся мод четырехслойного интегрально-оптического волновода. Получена явная зависимость вкладов первого порядка малости в амплитуды электрического и магнитного полей квази-волноводных мод. Представлен канонический для асимптотического метода вид квазиволновых уравнений, описывающих распространение квази-ТЕ и квази-ТМ мод в плавно-нерегулярной части трехмерного четырехслойного интегрально-оптического волновода. С помощью теории возмущений и метода связанных волн в явном виде получены сдвиги комплексных постоянных распространения для квази-ТЕ и квази-ТМ мод. Разработанная теория применима для анализа аналогичных структур из диэлектрических, магнитных и метаматериалов в достаточно широком диапазоне электромагнитных длин волн.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2009

Egorov A. A. et al.

P11-2009-121

Structure of Modes of Smoothly Irregular Three-Dimensional Integrated Optical Four-Layer Waveguide

As a method of research of an integrated optical multilayer waveguide, satisfying the condition of smooth modification of the shape of the studied three-dimensional structure, an asymptotic method is used. Three-dimensional fields of smoothly deforming modes of the integrated optical waveguide are circumscribed analytically. An evident dependence of the contributions of the first order of smallness in the amplitudes of the electrical and magnetic fields of the quasi-waveguide modes is obtained. The canonical type of the equations circumscribing propagation of quasi-TE and quasi-TM modes in the smoothly irregular part of a four-layer integrated optical waveguide is represented for an asymptotic method. With the help of the method of coupled waves and perturbation theory method, the shifts of complex propagation constants for quasi-TE and quasi-TM modes are obtained in an explicit form. The elaborated theory is applicable for the analysis of similar structures of dielectric, magnetic and metamaterials in a sufficiently broad band of electromagnetic wavelengths.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2009

ВВЕДЕНИЕ

Направляемые моды при распространении вдоль регулярного участка интегрально-оптического волновода являются независимыми, они не обмениваются энергией между собой и с окружающей волноводной средой [1, 2]. На участке волновода с плавными нерегулярностями показателей преломления слоев или их толщин направляемая волноводная мода испытывает возмущение. Эту слабозвозмущенную моду можно рассматривать как «квазиволноводную» моду. Эта мода характеризуется тем, что в поперечном сечении волновода волна является стоячей, и количество узлов (нулей) напряженности электромагнитного поля остается неизменным при волноводном распространении моды. Квазиволноводные моды могут обмениваться энергией между собой и с окружающей средой [2–17]. Эта энергия составляет малую часть мощности, переносимой отдельными модами, что позволяет использовать для исследования плавно-нерегулярных волноводов приближенные методы (см., например, [3–10]).

Как показывает анализ таких процессов [2–17, 19–21], направляемые моды плавно-нерегулярного участка волновода являются слабосвязанными квази-ТЕ и квази-ТМ модами [9, 13, 16, 17, 21]. Удержание в граничных условиях и в решении квазиволновых уравнений слагаемых, пропорциональных градиенту диэлектрической проницаемости, позволяет учесть векторный характер распространения монохроматического электромагнитного поля вдоль плавно-нерегулярных участков многослойного многомодового интегрально-оптического волновода [2, 8–10, 13, 16, 17, 21]. Заметим, что векторное рассеяние волноводной моды в статистически нерегулярном волноводе рассмотрено достаточно подробно в работах [8–10, 13, 15, 21], в том числе и при наличии шума [15]. Поэтому проблема рассеяния света в статистически нерегулярном волноводе в данной работе не затрагивается.

В разд. 1 настоящей статьи обсуждены особенности процесса распространения монохроматических электромагнитных волн в плавно-нерегулярной части четырехслойного трехмерного (3D) интегрально-оптического волновода. Отмечается, что граничные условия в плавно-нерегулярной части связывают две волноводные квази-ТЕ и квази-ТМ моды в одну слабосвязанную гибридную моду. В разд. 2 показано, что учет адиабатичности квазиволноводной

моды приводит к квазиволновым уравнениям в зависимости от вертикальной координаты x для продольных компонент полей (E_z в случае квази-ТМ мод и H_z в случае квази-ТЕ мод). Полученные квазиволновые уравнения в нулевом и первом приближениях решены асимптотическим методом. В обоих случаях приведена трехмерная структура компонент электромагнитного поля мод. Представлен канонический для асимптотического метода вид квазиволновых уравнений, описывающих вертикальное распределение полей квази-ТЕ и квази-ТМ мод в плавно-нерегулярной части четырехслойного трехмерного интегрально-оптического волновода.

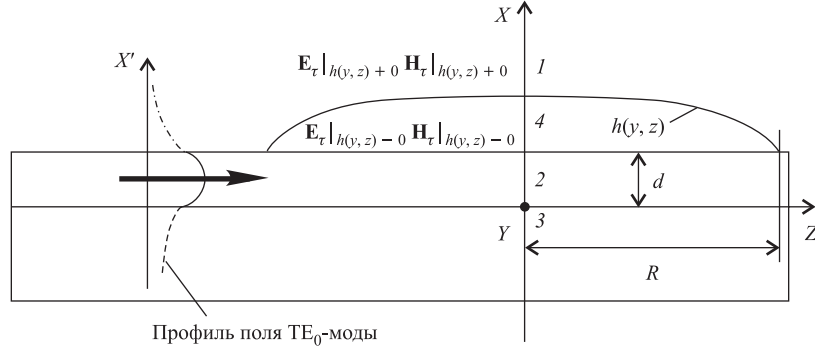
В разд. 3 проведен анализ квази-ТМ и квази-ТЕ мод в плавно-нерегулярном участке четырехслойного трехмерного интегрально-оптического волновода. С помощью метода связанных волн и теории возмущений в явном виде получены сдвиги комплексных постоянных распространения (спектральных чисел) для квази-ТЕ и квази-ТМ мод. Установлено, что эти сдвиги являются мнимыми и различны для различных квази-ТЕ и квази-ТМ мод.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОБЩИЙ АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ

Объектами исследования данной работы являются плавно-нерегулярные 3D интегральные оптические структуры, которые содержат регулярные (волновод) и нерегулярные (типа обобщенной волноводной линзы Люнеберга) участки (см. рисунок). Примерами плавных «нерегулярностей» являются широко используемые устройства сопряжения, связывающие различные элементы интегрально-оптического процессора, а также такие элементы оптических интегральных схем, как призмы и линзы на основе пленок [5, 11, 17, 18]. К последним относится, в частности, тонкопленочная волноводная обобщенная линза Люнеберга [5, 17]. Как известно, эффективность сопряжения сильно зависит от согласования между полями до и после элемента сопряжения [2, 7–13, 16].

Волноводная линза Люнеберга является важнейшим функциональным элементом в таких интегрально-оптических устройствах [11, 12, 16], как ВЧ-спектроанализатор, работающий в реальном масштабе времени [12]. Требование к точности расчета параметров аналогичной волноводной линзы при переходе в нанометровый диапазон сильно возрастает в связи с наличием ограничений, обусловленных дифракционными эффектами. Последние определяют размер пятна линзы [2], а от него во многом зависит разрешение спектроанализатора.

Похожие проблемы существуют в разнообразных устройствах сопряжения, связывающих различные элементы одной оптической интегральной схемы. В частности, в интегрально-оптическом ВЧ-спектроанализаторе существует проблема сопряжения лазерного пучка с волноводом. В оптических



Поперечное сечение рассматриваемой интегрально-оптической структуры. Интегрально-оптический волновод образован средами 1–3. 1 — обрамляющая среда или покровный слой (воздух) с показателем преломления n_c ; 2 — волноводный слой (регулярная часть интегрально-оптической структуры) с показателем преломления n_f ; 3 — подложка с показателем преломления n_s ; 4 — тонкопленочная волноводная линза Люнеберга (нерегулярная часть интегрально-оптической структуры) с показателем преломления n_l ; $h(y, z)$ — толщина слоя, образующего линзу Люнеберга; R — радиус апертуры линзы; d — толщина регулярной части волноводной интегрально-оптической структуры. Направление распространения TE_0 -моды показано жирной стрелкой в левой части рисунка

системах передачи информации необходимо связывать оптические волокна как с источниками излучения, так и с детекторами сигналов.

Для успешного решения задачи эффективной передачи энергии через трехмерные плавно-нерегулярные элементы оптической интегральной схемы необходимо учесть векторный характер полей на всех этапах решения электродинамической задачи распространения монохроматической световой волны в планарной многослойной интегральной оптической структуре [2, 8–10, 16, 17].

Уравнения Максвелла для непоглощающей неоднородной изотропной среды в системе СИ можно записать в следующем виде:

$$\text{rot } \tilde{\mathbf{H}} = \varepsilon \frac{\partial \tilde{\mathbf{E}}}{\partial t}, \quad \text{rot } \tilde{\mathbf{E}} = -\mu \frac{\partial \tilde{\mathbf{H}}}{\partial t}, \quad (1)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ — диэлектрическая проницаемость среды; $\mu = \mu_r \mu_0$ — магнитная проницаемость среды; ε_r, μ_r — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно; ε_0 и μ_0 — это электрическая и магнитная постоянные соответственно; $\omega \sqrt{\mu \varepsilon} = nk_0$, n — показатель преломления среды (слоя), $k_0 = 2\pi/\lambda_0 = \omega/c$ — модуль волнового вектора \mathbf{k}_0 , λ_0 — длина волны монохроматического излучения в вакууме (длина волны

излучения в среде $\lambda = \lambda_0/n$, $\omega = 2\pi f$, f — частота электромагнитного поля, c — скорость света в вакууме; \mathbf{E} , \mathbf{H} — векторы напряженностей электрического и магнитного полей; символ тильда наверху у векторов полей отражает их комплексный характер.

В записи системы уравнений (1) учтено, что для линейной изотропной среды справедливы следующие соотношения: $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$, где \mathbf{D} — вектор электрической индукции, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции.

В регулярном четырехслойном волноводе толщина $h(y, z)$ второго волноведущего слоя постоянна и собственные моды, распространяющиеся вдоль плоскости yOz в направлении Oz , имеют вид [1, 16]

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(x, y, z; t) &= \mathbf{A} \exp(-i\omega t) \exp(ik_x x) \exp(ik_z z) \\ \tilde{\mathbf{H}}(x, y, z; t) &= \mathbf{B} \exp(-i\omega t) \exp(ik_x x) \exp(ik_z z) \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Причем для ТЕ-мод $\mathbf{A} = (0, A_y, 0)^t$ и $\mathbf{B} = (B_x, 0, B_z)^t$, а для ТМ-мод $\mathbf{A} = (A_x, 0, A_z)^t$ и $\mathbf{B} = (0, B_y, 0)^t$, где $(*, *, *)^t$ означает столбец, транспонированный к строке $(*, *, *)$. Между продольными и поперечными компонентами полей выполняются соотношения [1, 16] для ТЕ-мод $B_x = (-i\beta/k_0^2\varepsilon\mu) dB_z/dx$, $A_y = (-i\varepsilon\omega/k_0^2\varepsilon\mu) dB_z/dx$, для ТМ-мод $A_x = (-i\beta/k_0^2\varepsilon\mu) dA_z/dx$, $B_y = (-i\varepsilon\omega/k_0^2\varepsilon\mu) dA_z/dx$, где $\beta = k_z/k_0$ — коэффициент фазового замедления, k_z — проекция вектора \mathbf{k} на ось z , вдоль которой распространяется падающая волноводная мода.

В плавно-нерегулярном трехмерном четырехслойном волноводе (см. рисунок) толщина второго волноведущего слоя непостоянна ($h(y, z) \neq \text{const}$), так что $\partial h/\partial y \neq 0$, $\partial h/\partial z \neq 0$, но при этом предполагается, что эти производные малы по абсолютной величине: $|\partial h/\partial y|, |\partial h/\partial z| \ll 1$.

На регулярном участке волновода вдоль оси Oz распространяются ТЕ- и ТМ-моды (2). Граница раздела $x = h(y, z) = \text{const}$ волноводного слоя и воздуха на регулярном участке горизонтальна, и в любой точке $(h(y, z), y, z)^t$ касательная к ней плоскость совпадает с плоскостью yOz . Тангенциальные граничные условия выполняются по отдельности для ТМ-моды: $E_z|_{h-0} = E_z|_{h+0}$, $H_y|_{h-0} = H_y|_{h+0}$; и для ТЕ-моды: $H_z|_{h-0} = H_z|_{h+0}$, $E_y|_{h-0} = E_y|_{h+0}$.

На поверхности раздела $x = h(y, z)$ трехмерного нерегулярного участка волновода в точке $(h(y, z), y, z)^t$ касательная плоскость в общем случае не совпадает с горизонтальной плоскостью yOz . При этом тангенциальные граничные условия $\mathbf{E}_\tau|_{h-0} = \mathbf{E}_\tau|_{h+0}$, $\mathbf{H}_\tau|_{h-0} = \mathbf{H}_\tau|_{h+0}$ в общем случае не выполняются раздельно для ТЕ- и ТМ-мод. Таким образом, именно граничные условия связывают две независимые волноводные моды (так называемые квази-ТЕ и квази-ТМ моды) в одну слабосвязанную гибридную моду. Связь является слабой в силу оценки $|\partial h/\partial y|, |\partial h/\partial z| \ll 1$.

В работе [5] для тонкопленочной волноводной линзы Люнеберга, являющейся примером изучаемых нами плавно-нерегулярных интегральных волноводных структур, Саутвеллом были получены дисперсионные соотношения в приближении, когда наклонные тангенциальные граничные условия были заменены их проекциями на горизонтальную плоскость, т. е. полученное решение было по сути двухмерным (2D). Учет негоризонтальности тангенциальных граничных условий вносит в соотношения Саутвелла малую поправку по параметру δ , определенному следующим образом: $\delta = \max |\nabla_{y,z} \beta| (k_0 \beta^2)^{-1}$ (это двухмерный волноводный аналог величины $|\nabla \varepsilon / \varepsilon|$).

В результате получены квазиволновые уравнения, имеющие вид волнового уравнения в левой части равенства, в правой части которого вместо нуля находится выражение от неизвестной функции первого порядка малости δ по сравнению с выражением в левой части. Этот подход отражает возникновение в волноводе с трехмерными плавными нерегулярностями гибридных мод, имеющих шесть компонент поля (см. далее разд. 2, 3), а не три, как ТЕ- и ТМ-моды [1–13]. Для гибридных мод не выполняется условие $\partial \mathbf{E} / \partial y \equiv 0$ [1, 2, 9], т. е. существуют вариации полей в направлении оси y .

2. КВАЗИВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АДИАБАТИЧЕСКИХ МОД ПЛАВНО-НЕРЕГУЛЯРНОГО ЧЕТЫРЕХСЛОЙНОГО 3D ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

2.1. Асимптотический метод решения квазиволновых уравнений. Решения уравнений Максвелла (1) ищем в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{E}}(x, y, z; t) &= \exp(-i\omega t) \frac{\mathbf{E}(x; y, z)}{\sqrt{\beta(y, z)}} \exp \left[ik_0^{y,z} \int \beta(y', z') ds(y', z') \right], \\ \tilde{\mathbf{H}}(x, y, z; t) &= \exp(-i\omega t) \frac{\mathbf{H}(x; y, z)}{\sqrt{\beta(y, z)}} \exp \left[ik_0^{y,z} \int \beta(y', z') ds(y', z') \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $ds = \sqrt{dy^2 + dz^2}$ — элемент длины луча.

В настоящей работе с целью учета трехмерности исследуемого четырехслойного интегрально-оптического волновода (в отличие от 2D-рассмотрения Саутвелла) анализируется зависимость компонент электромагнитного поля от вертикального аргумента x . После дополнительного дифференцирования (3) и подстановки полученного результата в уравнения Максвелла (1) получаем выражения для компонент поля E_x, E_y, H_y, H_x :

$$H_y = \chi_z^{-2} \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(-i\beta \frac{\partial s}{\partial y} \right) - \beta^2 \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial s}{\partial y} \right) H_z - i\varepsilon \omega \frac{dE_z}{dx} \right\}, \quad (4)$$

$$H_x = \chi_z^{-2} \left\{ \left(-i\beta \frac{\partial s}{\partial z} \right) \frac{dH_z}{dx} + i\varepsilon\omega\beta \frac{\partial s}{\partial y} E_z \right\}, \quad (5)$$

$$E_y = \chi_z^{-2} \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial z} \left(-i\beta \frac{\partial s}{\partial y} \right) - \beta^2 \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial s}{\partial y} \right) E_z + i\mu\omega \frac{dH_z}{dx} \right\}, \quad (6)$$

$$E_x = \chi_z^{-2} \left\{ \left(-i\beta \frac{\partial s}{\partial z} \right) \frac{dE_z}{dx} - i\mu\omega\beta \frac{\partial s}{\partial y} H_z \right\}. \quad (7)$$

Для компонент поля E_z , H_z получаем следующие квазиволновые уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_z}{dx^2} + \chi_z^2 E_z = & - \left(p_y p_y + \frac{\partial p_y}{\partial y} - p_y \chi_z^2 \frac{\partial \chi_z^{-2}}{\partial y} \right) E_z - \\ & - \frac{i}{\omega\varepsilon} \left(\frac{\partial p_y}{\partial z} - \frac{\partial p_z}{\partial y} + p_z \chi_z^{-2} \frac{\partial \chi_z^2}{\partial y} \right) \frac{dH_z}{dx}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 H_z}{dx^2} + \chi_z^2 H_z = & - \left(p_y p_y + \frac{\partial p_y}{\partial y} - p_y \chi_z^2 \frac{\partial \chi_z^{-2}}{\partial y} \right) H_z + \\ & + \frac{i}{\omega\mu} \left(\frac{\partial p_y}{\partial z} - \frac{\partial p_z}{\partial y} + p_z \chi_z^{-2} \frac{\partial \chi_z^2}{\partial y} \right) \frac{dE_z}{dx}. \quad (9) \end{aligned}$$

В соотношениях (4)–(9) использованы обозначения $\chi_z^2 = k_0^2 \varepsilon \mu + p_z p_z + \partial p_z / \partial z$, $p_y = -ik_0 \beta \partial s / \partial y - (2\beta)^{-1} \partial \beta / \partial y$, $p_z = -ik_0 \beta \partial s / \partial z - (2\beta)^{-1} \partial \beta / \partial z$, с помощью которых производные от напряженностей E_i выражаются следующим образом: $\partial E_i / \partial y = p_y E_i$, $\partial^2 E_i / \partial y^2 = (p_y p_y + \partial p_y / \partial y) E_i$, $\partial E_i / \partial z = p_z E_i$, $\partial^2 E_i / \partial z^2 = (p_z p_z + \partial p_z / \partial z) E_i$. Производные от напряженностей H_i выражаются аналогичным образом.

В каждой из областей I_j ($j = 1, 2, 3, 4$) с постоянными диэлектрической и магнитной проницаемостями

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \{ (x, y, z) : x \in (-\infty, -d]; \quad y, z \in (-\infty, +\infty) \}, \\ I_2 &= \{ (x, y, z) : x \in [-d, 0]; \quad y, z \in (-\infty, +\infty) \}, \\ I_3 &= \{ (x, y, z) : x \in [0, h(y, z)]; \quad y, z \in (-\infty, +\infty) \}, \\ I_4 &= \{ (x, y, z) : x \in [h(y, z), +\infty); \quad y, z \in (-\infty, +\infty) \}, \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

уравнения для зависимости продольных компонент E_z , H_z от вертикального аргумента x имеют вид

$$\frac{d^2 E_z}{dx^2} + \chi_j^2 E_z = \frac{i}{\omega\varepsilon_j} \left(\frac{\partial p_z}{\partial y} - \frac{\partial p_y}{\partial z} \right) \frac{dH_z}{dx}, \quad (11)$$

$$\frac{d^2 H_z}{dx^2} + \chi_j^2 H_z = \frac{i}{\omega\mu_j} \left(\frac{\partial p_y}{\partial z} - \frac{\partial p_z}{\partial y} \right) \frac{dE_z}{dx}. \quad (12)$$

Здесь $\chi_j^2 = \chi^2|_{I_j}$ — значения χ^2 в области I_j (см. (10)); $\chi^2 = \chi_z^2 + p_y p_y + \partial p_y / \partial z$. Выражение χ^2 можно разложить в сумму слагаемых $\chi^2 = (\chi^2)^{(0)} + (\chi^2)^{(1)} + (\chi^2)^{(2)}$ нулевого, первого и второго порядков малости по δ :

$$\begin{aligned} (\chi^2)^{(0)} &= k_0^2 (\varepsilon\mu - \beta^2), \\ (\chi^2)^{(1)} &= ik_0 \left(\frac{\partial s}{\partial y} \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) - ik_0 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\beta \frac{\partial s}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta \frac{\partial s}{\partial z} \right) \right], \\ (\chi^2)^{(2)} &= \left[\left(\frac{\partial \beta}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} \right)^2 \right] / 4\beta - \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} / 2\beta \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} / 2\beta \right) \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогично выражение в скобках в правых частях уравнений (11), (12) также можно разложить в сумму слагаемых $\left(\frac{\partial p_y}{\partial z} - \frac{\partial p_z}{\partial y} \right) = C^{(1)} + C^{(2)}$ первого, второго порядка малости по δ :

$$\begin{aligned} C^{(1)} &= ik_0 \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\beta \frac{\partial s}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta \frac{\partial s}{\partial y} \right) \right]; \\ C^{(2)} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \beta}{\partial z} / 2\beta \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \beta}{\partial y} / 2\beta \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнения (11), (12) будем решать асимптотическим методом [22], для чего представим поля в виде асимптотического (по δ) ряда:

$$E_z(x) = \sum_{m=0}^{\infty} E_z^m(x) \delta^m; \quad H_z^j(x) = \sum_{k=0}^{\infty} H_z^m(x) \delta^m, \quad (15)$$

где m , как правило, ограничено сверху: $m \ll \infty$.

2.2. Нулевое приближение квазиволновых уравнений. В каждой из указанных в (10) однородных областей I_1 – I_4 полученные квазиволновые уравнения (8), (9) принимают в нулевом приближении (по порядку малости δ) более простой вид волновых уравнений:

$$\frac{d^2 E_z^{(0)}}{dx^2} + k_0^2 (\varepsilon_j \mu_j - \beta^2) E_z^{(0)} = 0, \quad (16)$$

$$\frac{d^2 H_z^{(0)}}{dx^2} + k_0^2 (\varepsilon_j \mu_j - \beta^2) H_z^{(0)} = 0, \quad (17)$$

где $\varepsilon_1 \mu_1 = n_s^2$, $\varepsilon_2 \mu_2 = n_f^2$, $\varepsilon_3 \mu_3 = n_f^2$, $\varepsilon_4 \mu_4 = n_c^2$ и, следовательно,

$$\begin{aligned} \chi_s^2 &= k_0^2 (n_s^2 - \beta^2) = -\gamma_s^2 < 0, & \chi_f^2 &= k_0^2 (n_f^2 - \beta^2) > 0, \\ \chi_l^2 &= k_0^2 (n_l^2 - \beta^2) > 0, & \chi_c^2 &= k_0^2 (n_c^2 - \beta^2) = -\gamma_c^2 < 0. \end{aligned}$$

Для нулевых приближений величин E_x , E_y , H_y , H_x справедливы выражения

$$E_x^{(0)} = \frac{1}{(\chi_z^2)^{(0)}} \left\{ -i\beta \frac{\partial s}{\partial z} \frac{dE_z^{(0)}}{dx} - i\omega\mu\beta \frac{\partial s}{\partial y} H_z^{(0)} \right\}, \quad (18)$$

$$H_y^0 = \frac{1}{(\chi_z^2)^{(0)}} \left\{ -\beta^2 \frac{\partial s}{\partial y} \frac{\partial s}{\partial z} H_z^{(0)} - i\omega\varepsilon \frac{dE_z^{(0)}}{dx} \right\},$$

$$H_x^{(0)} = \frac{1}{(\chi_z^2)^{(0)}} \left\{ -i\beta \frac{\partial s}{\partial z} \frac{dH_z^{(0)}}{dx} + i\omega\varepsilon\beta \frac{\partial s}{\partial y} E_z^{(0)} \right\}, \quad (19)$$

$$E_y^{(0)} = \frac{1}{(\chi_z^2)^{(0)}} \left\{ -\beta^2 \frac{\partial s}{\partial y} \frac{\partial s}{\partial z} E_z^{(0)} + i\omega\mu \frac{dH_z^{(0)}}{dx} \right\}.$$

Решения уравнений (16), (17) (с учетом граничных условий $|H_z|$, $|E_z| < \infty$ в области I_1 при $x \rightarrow -\infty$, и $|H_z|$, $|E_z| < \infty$ в области I_4 при $x \rightarrow \infty$) имеют вид

$$\begin{aligned} E_s^{(0)}(x) &= A_s e^{\gamma_s x}, & x \in (-\infty, -d], \\ E_f^{(0)}(x) &= A_f^+ e^{i\chi_f x} + A_f^- e^{-i\chi_f x}, & x \in [-d, 0], \\ E_l^{(0)}(x) &= A_l^+ e^{i\chi_l x} + A_l^- e^{-i\chi_l x}, & x \in [0, h], \\ E_c^{(0)}(x) &= A_c e^{-\gamma_c x}, & x \in [h, \infty), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} H_s^{(0)}(x) &= B_s e^{\gamma_s x}, & x \in (-\infty, -d], \\ H_f^{(0)}(x) &= B_f^+ e^{i\chi_f x} + B_f^- e^{-i\chi_f x}, & x \in [-d, 0], \\ H_l^{(0)}(x) &= B_l^+ e^{i\chi_l x} + B_l^- e^{-i\chi_l x}, & x \in [0, h], \\ H_c^{(0)}(x) &= B_c e^{-\gamma_c x}, & x \in [h, \infty). \end{aligned} \quad (21)$$

Таким образом, ТЕ-мода имеет следующую структуру компонент электромагнитного поля: $E_z^{(0)} = 0$, $H_y^{(0)} = 0$, $E_x^{(0)} = 0$, $H_z^{(0)} \neq 0$, $H_x^{(0)} \neq 0$, $E_y^{(0)} \neq 0$ согласно (2), а явные выражения для них даны соотношениями (19), (21). В свою очередь ТМ-мода имеет следующую структуру компонент электромагнитного поля: $H_z^{(0)} = 0$, $H_x^{(0)} = 0$, $E_y^{(0)} = 0$, $E_z^{(0)} \neq 0$, $H_y^{(0)} \neq 0$, $E_x^{(0)} \neq 0$ согласно (2), а явные выражения для них даны в соотношениях (18), (20).

2.3. Первое приближение квазиволновых уравнений. Для вкладов первого порядка малости по δ в амплитуды (15) получаем по правилам асимптотического метода систему уравнений с малым параметром в правой части:

$$\frac{d^2 E_z^{(1)}}{dx^2} + k_0^2 (\varepsilon\mu - \beta^2) E_z^{(1)} = f_1 E_z^{(0)} + (f_2 \varepsilon) \frac{dH_z^{(0)}}{dx}, \quad (22)$$

$$\frac{d^2 H_z^{(1)}}{dx^2} + k_0^2 (\varepsilon\mu - \beta^2) H_z^{(1)} = -f_1 H_z^{(0)} - (f_2 \mu) \frac{dE_z^{(0)}}{dx}. \quad (23)$$

Подставим в (22), (23) выражения амплитуд полей из (20), (21), после чего эти уравнения принимают вид

$$\frac{d^2 E_z^{(1)}}{dx^2} + \chi_j^2 E_z^{(1)} = f_1 (A_j^+ e^{i\chi_j x} + A_j^- e^{-i\chi_j x}) + (i\chi_j f_2 \varepsilon) (B_j^+ e^{i\chi_j x} - B_j^- e^{-i\chi_j x}), \quad (24)$$

$$\frac{d^2 H_z^{(1)}}{dx^2} + \chi_j^2 H_z^{(1)} = -f_1 (B_j^+ e^{i\chi_j x} + B_j^- e^{-i\chi_j x}) - (i\chi_j f_2 \mu) (A_j^+ e^{i\chi_j x} - A_j^- e^{-i\chi_j x}). \quad (25)$$

После группировки подобных членов система принимает канонический для асимптотического метода вид

$$\frac{d^2 E_1^j}{dx^2} + \chi_j^2 E_1^j = C_{j1}^+ e^{i\chi_j x} + C_{j1}^- e^{-i\chi_j x}, \quad (26)$$

$$\frac{d^2 H_1^j}{dx^2} + \chi_j^2 H_1^j = D_{j1}^+ e^{i\chi_j x} + D_{j1}^- e^{-i\chi_j x}. \quad (27)$$

Поскольку левые и правые части уравнений (26), (27) периодичны с одной «частотой» χ_j , то эти уравнения отражают возникновение резонансных явлений в исследуемой системе. Множитель x не нарушает регулярности решения, так как соответствующий линейный рост подавляется при $x \rightarrow \pm\infty$ экспоненциально убывающим множителем (см. подробнее в [22]).

Решение уравнений (26), (27) имеет вид

$$E_z^{(1)}(x) = \frac{x}{2i\chi_j} (C_{j1}^+ e^{i\chi_j x} - C_{j1}^- e^{-i\chi_j x}), \quad (28)$$

$$H_z^{(1)}(x) = \frac{x}{2i\chi_j} (D_{j1}^+ e^{i\chi_j x} - D_{j1}^- e^{-i\chi_j x}). \quad (29)$$

Учитывая, что (см. выражения (26)–(29))

$$\begin{aligned} C_{j1}^+ &= A_j^+ f_1 + B_j^+ (i\chi_j f_2 / \varepsilon), \\ C_{j1}^- &= A_j^- f_1 - B_j^- (i\chi_j f_2 / \varepsilon), \\ D_{1j}^+ &= -B_j^+ f_1 - A_j^+ (i\chi_j f_2 / \mu), \\ D_{1j}^- &= -B_j^- f_1 + A_j^- (i\chi_j f_2 / \mu), \end{aligned} \quad (30)$$

получаем согласно (15) явную зависимость вкладов первого порядка малости

по δ в амплитуды электрического поля:

$$\begin{aligned} E_z^{(1)}(x) &= \frac{xf_1}{2i\chi_j} (A_j^+ e^{i\chi_j x} - A_j^- e^{-i\chi_j x}) + \frac{xf_2}{2\varepsilon} (B_j^+ e^{i\chi_j x} + B_j^- e^{-i\chi_j x}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_z^{(1)}(x) = -\frac{xf_1}{2\chi_j^2} \frac{dE_z^{(0)}(x)}{dx} + \frac{xf_2}{2\varepsilon} H_z^{(0)}(x). \end{aligned} \quad (31)$$

Аналогично для вкладов первого порядка малости по δ в амплитуды магнитного поля получаем согласно (15) выражения

$$\begin{aligned} H_z^{(1)}(x) &= -\frac{xf_1}{2i\chi_j} (B_j^+ e^{i\chi_j x} - B_j^- e^{-i\chi_j x}) - \frac{xf_2}{2\mu} (A_j^+ e^{i\chi_j x} + A_j^- e^{-i\chi_j x}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow H_z^{(1)}(x) = \frac{xf_1}{2\chi_j^2} \frac{dH_z^{(0)}(x)}{dx} - \frac{xf_2}{2\mu} E_z^{(0)}(x). \end{aligned} \quad (32)$$

Отметим еще, что коэффициенты C_{1j}^\pm , D_{1j}^\pm при осциллирующих экспоненциальных множителях $e^{\pm i\chi_j x}$ в первом (по малому параметру δ) приближении решений $E_z^{(1)}(x)$, $H_z^{(1)}(x)$ зависят от коэффициентов A_j^\pm , B_j^\pm нулевого приближения и коэффициента фазового замедления β в нулевом приближении.

Сами же решения для амплитуд электрического поля $E_z(x)$ и магнитного поля $H_z(x)$ в первом приближении по δ равны

$$E_z = E_z^{(0)} + E_z^{(1)} = E_z^{(0)}(x) + \frac{x}{2} \left\{ \frac{f_2}{\varepsilon} H_z^{(0)}(x) - \frac{f_1}{\chi_j^2} \frac{dE_z^{(0)}(x)}{dx} \right\} + O(\delta^2), \quad (33)$$

$$H_z = H_z^{(0)} + H_z^{(1)} = H_z^{(0)}(x) - \frac{x}{2} \left\{ \frac{f_2}{\mu} E_z^{(0)}(x) - \frac{f_1}{\chi_j^2} \frac{dH_z^{(0)}(x)}{dx} \right\} + O(\delta^2) \quad (34)$$

равномерно по всей оси Ox при произвольных $(y, z) \in yOz$ (при этом δ не зависит от y, z).

3. КВАЗИ-ТЕ И КВАЗИ-ТМ МОДЫ ПЛАВНО-НЕРЕГУЛЯРНОГО ЧЕТЫРЕХСЛОЙНОГО 3D ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

Рассмотрим последовательно распространение ТЕ- и ТМ-моды из регулярного трехслойного интегрально-оптического волновода (левая часть рисунка) в трехмерный четырехслойный интегрально-оптический волновод (правая часть рисунка). Главное внимание уделим трансформации этих мод в

плавно-нерегулярной части четырехслойного интегрально-оптического волновода.

Начнем наше рассмотрение с ТЕ-моды (см. первое выражение в (2)). Коэффициент фазового замедления β удовлетворяет дисперсионному соотношению [17] $\det(\mathbf{B}) = 0$ для продольной компоненты напряженности поля H_z . Допустимые значения β задаются корнями дисперсионного соотношения $\beta_1^H, \beta_2^H, \dots$ (они же являются корнями дисперсионного соотношения в общепринятой тригонометрической форме записи [2, 16]).

На 3D нерегулярном участке зависящие от вертикального переменного «фактора» $H_z(x)$ и $E_z(x)$ в продольных компонентах полей $\tilde{\mathbf{H}}$ и $\tilde{\mathbf{E}}$ удовлетворяют уравнениям (11), (12). В эти уравнения входят координатные функции f_1 и f_2 , зависящие в данном случае от β_m^H при $z = -R$ (на границе области нерегулярности, здесь — обобщенной планарной линзы Люнеберга). Решение в нулевом приближении дисперсионного соотношения $\det(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = 0$, включающего не шесть, а все двенадцать амплитуд A_j, B_j [17], и совпадающие с β_m^H при $z = -R, y \in [-R, R]$ (в случае линзы Люнеберга) будем обозначать через $\beta_m^H(y, z)$. Такое решение в общем случае ищется с помощью численных методов.

Обозначим $f_1(\beta_m^H(y, z))$ через f_1^H , а $f_2(\beta_m^H(y, z))$ — через f_2^H . С учетом этих обозначений уравнения (11), (12) можно записать в следующем явном виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_z}{dx^2} + \chi_j^2(\beta_m^H) E_z &= f_1^H E_z + \frac{f_2^H}{\varepsilon} \frac{dH_z}{dx}, \\ \frac{d^2 H_z}{dx^2} + \chi_j^2(\beta_m^H) H_z &= -f_1^H H_z - \frac{f_2^H}{\mu} \frac{dE_z}{dx}. \end{aligned}$$

Решения этих уравнений в нулевом приближении (20), (21) изменяют амплитуды, которые не были равны нулю в регулярной части, и естественно оставляют равными нулю амплитуды, которые были равны нулю в регулярной части рассматриваемой интегрально-оптической структуры.

Решения этих же уравнений в первом приближении задаются выражениями (33), (34), в которых конкретизирован вид функций $f_1(\beta_m^H(y, z))$, $f_2(\beta_m^H(y, z))$ и $\chi_j(\beta_m^H(y, z))$.

Таким образом, структура квази-ТЕ моды (слабогибридной моды) в нерегулярном участке изучаемого четырехслойного интегрально-оптического волновода имеет вид

$$\left. \begin{aligned} H_z^{(1)} &= H_z^{(0)} + \delta H_z, & E_y^{(1)} &= E_y^{(0)} + \delta E_y, & H_x^{(1)} &= H_x^{(0)} + \delta H_x, \\ E_z^{(1)} &= \delta E_z, & E_x^{(1)} &= \delta E_x, & H_y^{(1)} &= \delta H_y. \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

В случае ТМ-моды (см. второе выражение в (2)) коэффициент фазового замедления β удовлетворяет дисперсионному соотношению [17] $\det(\mathbf{A}) = 0$

для продольной компоненты напряженности поля E_z . Допустимые значения β задаются корнями дисперсионного соотношения $\beta_1^E, \beta_2^E, \dots$ (они же являются корнями дисперсионного соотношения в общепринятой тригонометрической форме записи [2, 16]).

На нерегулярном участке факторы $E_z(x)$ и $H_z(x)$, как и в случае ТЕ-моды, удовлетворяют уравнениям (11), (12). Коэффициенты этих уравнений f_1 и f_2 зависят от конкретного решения дисперсионного соотношения $\det(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = 0$, включающего все двенадцать амплитуд A_j, B_j получающегося матричного уравнения [17].

В общем случае данное решение находится численным методом, при этом из различных возможных решений выбирается то, которое на границе регулярного и нерегулярного участков многослойной 3D интегрально-оптической структуры совпадает с β_m^E падающей слева ТМ-моды, и которое обозначено $\beta_m^E(y, z)$. Уравнения (11), (12) в этом случае принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_z}{dx^2} + \chi_j^2 (\beta_m^E(y, z)) E_z &= f_1 (\beta_m^E(y, z)) E_z + \frac{f_2}{\varepsilon} (\beta_m^E(y, z)) \frac{dH_z}{dx}, \\ \frac{d^2 H_z}{dx^2} + \chi_j^2 (\beta_m^E(y, z)) H_z &= -f_1 (\beta_m^E(y, z)) H_z + \frac{f_2}{\mu} (\beta_m^E(y, z)) \frac{dE_z}{dx}. \end{aligned}$$

В силу рассуждений, аналогичных приведенным при анализе квази-ТЕ мод, получаем конкретный вид структуры квази-ТМ мод в нерегулярной части изучаемого многослойного трехмерного интегрально-оптического волновода:

$$\left. \begin{aligned} E_z^1 &= E_z^0 + \delta E_z, & H_y^1 &= H_y^0 + \delta H_y, & E_x^1 &= E_x^0 + \delta E_x, \\ H_z^1 &= \delta H_z, & H_x^1 &= \delta H_x, & E_y^1 &= \delta E_y. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Аналогичная (35), (36) структура (связанных) квази-ТЕ и квази-ТМ волн возникает в задаче, описанной в работе [21], где исследуются собственные волны среднего поля в статистически нерегулярном волноводе. Однако у нас выражения для полей получены в явном виде. В явном же виде можно получить и сдвиги спектральных (собственных волновых) чисел для квази-ТЕ и для квази-ТМ мод $\beta_m^{E,H}$, вычисляя их по методу теории возмущений, например, как в работе [21]. Анализ особенностей комплексных постоянных распространения и особенностей структуры мод надо проводить на комплексной плоскости [2, 7–10, 13, 15, 19].

Учет структуры (35), (36) приводит уравнения (11), (12) для квази-ТМ моды к виду

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 E_z}{dx^2} + \chi_j^2 (\beta_m^E(y, z)) E_z &= f_1 (\beta_m^E(y, z)) E_z, \\ \frac{d^2 H_z}{dx^2} + \chi_j^2 (\beta_m^E(y, z)) H_z &= \frac{f_2}{\mu} (\beta_m^E(y, z)) \frac{dE_z}{dx}. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Из первого уравнения (37) видно, что для квази-ТМ моды собственное значение, равное χ_j в нулевом приближении, в первом приближении равно

$$\chi_j^2 (\beta_m^E(y, z)) = [\chi_j^2 - f_1 (\beta_m^E(y, z))] \beta_m^E(y, z). \quad (38)$$

Для квази-ТЕ моды уравнения (11), (12) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 H_z}{dx^2} + \chi_j^2 (\beta_m^H(y, z)) H_z &= -f_1 (\beta_m^H(y, z)) H_z, \\ \frac{d^2 E_z}{dx^2} + \chi_j^2 (\beta_m^H(y, z)) E_z &= -\frac{f_2}{\varepsilon} (\beta_m^H(y, z)) \frac{dH_z}{dx}. \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Так что для квази-ТЕ моды собственное значение в первом приближении равно

$$\chi_j^2 (\beta_m^H(y, z)) = [\chi_j^2 + f_1 (\beta_m^H(y, z))] \beta_m^H(y, z). \quad (40)$$

Заметим также, что в силу (38) и (40) добавка первого порядка к собственному значению χ_0^2 является чисто мнимой и не совпадает для различных квазирезонансных мод.

Сравнение выражений (19), (21) с выражением (35) показывает, как трансформируется структура ТЕ-моды при попадании из регулярного трехслойного интегрально-оптического волновода в структуру квази-ТЕ моды в плавно-нерегулярном трехмерном четырехслойном волноводе. А сравнение выражений (18), (20) с выражением (36) показывает, как соответственно трансформируется структура ТМ-моды в структуру квази-ТМ моды.

Совместное решение, например, уравнений (37) и (39) позволяет, в частности, проанализировать особенности обмена энергией между связанными квази-ТЕ и квази-ТМ модами. Основная трудность подобного анализа связана с численным решением дисперсионного соотношения, получаемого с помощью матрицы системы двенадцати линейных алгебраических уравнений [17]. Дисперсионное соотношение связывает между собой распределение коэффициента фазового замедления волноводной структуры и профиль высоты дополнительного волноводного слоя (например, обобщенная планарная линза Люнеберга). Подчеркнем, что разрешить дисперсионное соотношение для плавно-нерегулярного четырехслойного интегрально-оптического трехмерного волновода в аналитическом виде и численно с учетом вкладов первого порядка малости пока не удается.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в качестве метода исследования многослойного интегрально-оптического трехмерного волновода использован асимптотический метод. Получены аналитические выражения для полей деформирующихся мод

четырёхслойного плавно-нерегулярного трехмерного интегрально-оптического волновода как в нулевом, так и в первом приближениях теории возмущений. Дан канонический для асимптотического метода вид квазиволновых уравнений, описывающих распространение и связь квази-ТЕ и квази-ТМ мод в плавно-нерегулярной части четырёхслойного трехмерного волновода. В явном виде получены сдвиги собственных волновых чисел, позволяющие установить структуру искаженного спектра постоянных распространения для квази-ТЕ и квази-ТМ мод на комплексной плоскости.

Разработанная нами теория учитывает векторный характер полей, т. е. позволяет вполне адекватно в отличие от скалярного рассмотрения описать реальные плавно-нерегулярные многослойные трехмерные волноведущие структуры. Полученное решение может быть применено для анализа аналогичных трехмерных интегральных структур (например, обобщенной линзы Люнеберга) из диэлектрических, магнитных и метаматериалов, в том числе состоящих из N слоев, в достаточно широком диапазоне электромагнитных длин волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дерюгин Л. Н., Марчук А. Н., Сотин В. Е. // Изв. вузов: Радиоэлектроника. 1967. Т. 10. С. 134.
2. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974.
3. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно изменяющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961.
4. Кинбер Б. Е., Кравцов Ю. А. // Радиотехника и электроника. 1977. Т. 22. С. 2470.
5. Southwell W. H. // JOSA. 1977. V. 67. P. 1004.
6. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972.
7. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах (Введение в теорию). М.: Наука, 1969.
8. Унгер Х. Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980.
9. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987.
10. Содха М. С., Гхатак А. К. Неоднородные оптические волноводы. М.: Связь, 1980.
11. Золотов Е. М., Киселев В. А., Сычугов В. А. // УФН. 1974. Т. 112. С. 231.
12. Хансперджер Р. Интегральная оптика: Теория и технология. М.: Мир, 1985.
13. Нефедов Е. И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. М.: Наука, 1979.
14. Egorov A. A. // Laser Physics Letters. 2004. V. 1. P. 421.
15. Егоров А. А. // Квантовая электроника. 2004. Т. 34. С. 744.
16. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984.
17. Севастьянов Л. А., Егоров А. А. // Оптика и спектроскопия. 2008. Т. 105. С. 650.
18. Летов Д. М., Половинкин А. Н. // Письма в ЖТФ. 1977. Т. 3. С. 295.

19. *Маненков А. Б.* // Изв. вузов: Радиофизика. 2005. Т. 48. С. 388.
20. *Голант Е. И., Голант К. М.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. С. 99.
21. *Жук Н. П.* // ЖТФ. Т. 56. С. 825.
22. *Коняев Ю. А.* Асимптотические и аналитические методы решения некоторых классов прикладных модельных задач. М.: РУДН, 2005.

Получено 7 августа 2009 г.

Редактор *Е. В. Сабаева*

Подписано в печать 05.11.2009.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,12. Уч.-изд. л. 1,35. Тираж 310 экз. Заказ № 56761.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/