

P11-2009-124

И. В. Амирханов, Э. Павлушова¹, М. Павлуш²,
Т. П. Пузынина, И. В. Пузынин, И. Сархадов

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА
В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ

Доложено на международной конференции «Математическое
моделирование и вычислительная физика», 7–11 июля 2009 г., Дубна

¹ENERGO-CT s.r.o., Košice, Slovakia

² Prešov University in Prešov, Prešov, Slovakia

Численное моделирование процессов тепло- и массопереноса
в пористом материале

В настоящей работе проведено численное исследование предложенной макроскопической модели переноса тепла и влаги в пористом материале. Модель описывается системой уравнений для четырех неизвестных функций — концентрации воды w_l , концентрации водяного пара w_v , температуры T и источника I — как функций пространственной переменной x и временной переменной t . Исследования проведены для разных случаев начальных и граничных условий, соответствующих сушке влажного образца или увлажнению сухого образца. Вычислены изменения по времени профилей приведенных концентраций, температуры и источника.

Работа выполнена в Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Numerical Modeling of Heat-and-Mass Transfer Process
in a Porous Material

The numerical research of the suggested phenomenological model of heat and moisture transfer in a porous material is performed. The model is described by a system of equations of four unknown functions — the water concentration w_l , water vapor concentration w_v , temperature T and source I — as functions of the space variable x and time variable t . Different cases of initial and boundary conditions are considered that correspond to drying of a wet sample or wetting of a dry sample. The dynamics of the space distribution of concentrations, temperatures and sources is calculated and imaged in the graphs.

The investigation has been performed at the Laboratory of Information Technologies, JINR.

ВВЕДЕНИЕ

Многие авторы занимались проблемой переноса тепла и влаги. Напомним работы Лыкова [1, 2], де Фриза [3, 4], Глазера [5], Васильевой [6], Ривиса и Целии [7], Решетина и Орлова [8] и др. [9–22]. В работе [18] использован метод нейтронной радиографии для определения влаги по ширине пористого влажного образца в разные моменты времени. В работе [21] мы путем решения обратной задачи диффузии влаги определили коэффициент ее переноса, исходя из измеренных данных в работе [18]. При этом мы предполагали, что температура в образце и его окрестности постоянная, равная комнатной температуре в течение всего эксперимента.

В настоящей работе мы строим математическую модель, в которой учтено изменение температуры T , а также других физических величин: концентрации воды w_l , концентрации водяного пара w_v , функции источника I , которая выражает скорость изменения концентрации водяного пара и воды в результате испарения воды и конденсации водяных паров в порах. При этом, как и в работе [22], предполагаем, что между пористым телом и его компонентами (водой и водяным паром) все время существует локальное равновесие, т. е. температуры отдельных компонент и самого пористого тела в любой точке пространства совпадают. Сама модель состоит из системы уравнений переноса для вышеперечисленных величин. Моделирование проводим для трех случаев начальных и граничных условий. Первый, когда пространство пор вначале полностью заполнено водой и на правом конце образца происходит испарение воды во внешнее пространство. В этом случае мы моделируем процесс сушки из эксперимента [18]. Второй, когда пространство пор вначале полностью заполнено паром без воды и на правом конце вода постепенно втекает в поры образца. И третий, похожий на второй, но только с той разницей, что на правом конце подается горячий водяной пар, конденсирующийся здесь в воду. Левый конец в первом и втором случаях изолирован, а в третьем случае частично изолирован. Далее мы строим явную разностную схему [23] для решения поставленной задачи с порядком аппроксимации $O(\tau + h^2)$, приводим численные результаты расчетов в виде графиков и обсуждаем полученные результаты.

1. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим влажный образец пористого материала, который состоит из твердой фазы, а в порах — из воды и пара. Обозначим Π — пористость материала, V — объем материала, V_Π — объем пор в объеме V . Тогда $\Pi = V_\Pi/V$. Далее обозначим w_i , ρ_i — концентрацию и плотность воды ($i = l$) и пара ($i = v$). Рассмотрим следующие уравнения переноса:

$$\frac{\partial w_l}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} \right) - I, \quad (1)$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \right) + I, \quad (2)$$

$$C_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - rI + \left(c_l D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} + c_v D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \right) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (3)$$

$$C_s = c_d \rho_d + c_l w_l + c_v w_v, \quad \lambda = \lambda_{d0}(1 - \Pi) + c_l D_l w_l + c_v D_v w_v.$$

В уравнениях (1), (2) и (3) величины D_i , c_i — коэффициенты диффузии и теплоемкости для воды ($i = l$) и паров ($i = v$), а ρ_d , c_d , $\lambda_{d0}(1 - \Pi)$ и r — плотность, теплоемкость, теплопроводность сухого образца и удельная теплота парообразования. C_s , λ — соответственно объемная теплоемкость и теплопроводность влажного образца.

В общем случае коэффициенты диффузии D_l и D_v , а также плотность ρ_v зависят от температуры, и при сильном изменении температуры эти зависимости должны быть учтены. Поскольку температура рассматриваемого образца изменяется не так сильно, то эти коэффициенты и плотность при расчетах полагаем константами. В порах происходит переход воды в пар ($I > 0$) или, наоборот, пар конденсирует в воду ($I < 0$). В правой части уравнения (3) второй член $-rI$ выражает плотность мощности поглощаемого тепла из-за испарения ($I > 0$) или выделяемого тепла из-за конденсации ($I < 0$), а последний член — плотность мощности тепла, которая возникает из-за переноса массы в неоднородно нагретом теле.

Как мы уже отметили, уравнение (3) получено в предположении локального равновесия температур. В случае отсутствия локального равновесия следует писать уравнения теплопроводности для каждой компоненты отдельно с учетом теплоотдачи между этими компонентами, а именно

$$\begin{aligned} c_d \rho_d \frac{\partial T_d}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_d \frac{\partial T_d}{\partial x} \right) - \alpha_1(T_d - T_l) - \alpha_2(T_d - T_v), \\ c_l w_l \frac{\partial T_l}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_l \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) + \alpha_1(T_d - T_l) - \alpha_3(T_l - T_v) - rI + c_l D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} \frac{\partial T_l}{\partial x}, \\ c_v w_v \frac{\partial T_v}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial x} \right) + \alpha_2(T_d - T_v) + \alpha_3(T_l - T_v) + c_v D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \frac{\partial T_v}{\partial x}, \end{aligned}$$

где $\lambda_d = \lambda_{d0}(1 - \Pi)$, $\lambda_l = c_l D_l w_l$, $\lambda_v = c_v D_v w_v$, а α_i , $i = 1, 2, 3$, — соответствующие коэффициенты теплоотдачи. При локальном равновесии между подсистемами можно полагать $T_d = T_l = T_v = T$, и тогда, суммируя все эти уравнения, мы приходим к уравнению теплопроводности влажного пористого тела (3).

Далее, следуя работам [6], [8], рассмотрим следующее соотношение:

$$\Pi = \frac{w_l}{\rho_l} + \frac{w_v}{\rho_v}. \quad (4)$$

Учитывая уравнения (1), (2), мы получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{w_l}{\rho_l} + \frac{w_v}{\rho_v} \right) = \frac{1}{\rho_l} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \right) + \left(\frac{1}{\rho_v} - \frac{1}{\rho_l} \right) I.$$

Так как левая часть равна нулю, то из этого уравнения можно вычислить источник

$$I = -\frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} \right) - \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v} \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \right). \quad (5)$$

Подставляя полученный источник I в уравнения (1) и (2), получим

$$\frac{\partial w_l}{\partial t} = \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \right) \right], \quad (6)$$

$$\frac{\partial w_v}{\partial t} = -\frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(D_l \frac{\partial w_l}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_v \frac{\partial w_v}{\partial x} \right) \right]. \quad (7)$$

В уравнениях (1)–(7) переходим к безразмерным переменным

$$\bar{x} = \frac{x}{l_0}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t_0}, \quad \bar{w}_j = \frac{w_j}{w_0}, \quad \bar{\rho}_j = \frac{\rho_j}{w_0}, \quad \bar{D}_j = \frac{D_j t_0}{l_0^2}, \quad \bar{c}_j = \frac{c_j}{c_l}, \quad j = l, v,$$

$$\bar{c}_d = \frac{c_d}{c_l}, \quad \bar{\lambda}_d = \frac{\lambda_d t_0}{l_0^2 c_l w_0}, \quad \bar{r} = \frac{r}{c_l w_0 T_0}$$

с размерными постоянными, являющимися характеристиками образца,

$$\begin{aligned} l_0 &= 0,09 \text{ м}, & t_0 &= 20 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с}, & w_0 &= 200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \\ \rho_l &= 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \rho_v &= 0,0258 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, & \rho_d &= 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \\ c_l &= 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, & c_v &= 1996 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, & c_d &= 850 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \\ T_0 &= 300 \text{ К}, & r &= 2,25 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}, & \lambda_d &= 0,14 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \\ \beta &= 23 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} \end{aligned}$$

и безразмерными значениями

$$\begin{aligned}
\bar{\rho}_l &= \frac{\rho_l}{w_0} = \frac{1000}{200} = 5, & \bar{\rho}_v &= \frac{\rho_v}{w_0} = \frac{0,0258}{200} = 0,00013, \\
\bar{\rho}_d &= \frac{\rho_d}{w_0} = \frac{600}{200} = 3, & \bar{D}_l &= \frac{D_l t_0}{l_0^2} = \frac{3}{640} \cdot 10^{-6} \frac{20 \cdot 24 \cdot 3600}{(9 \cdot 10^{-2})^2} = 1, & \bar{c}_l &= 1, \\
\bar{D}_v &= \frac{D_v t_0}{l_0^2} = \frac{3}{1280} \cdot 10^{-6} \frac{20 \cdot 24 \cdot 3600}{(9 \cdot 10^{-2})^2} = 0,5, & \bar{c}_v &= \frac{c_v}{c_l} = \frac{1996}{4200} = 0,44, \\
\bar{c}_d &= \frac{c_d}{c_l} = \frac{850}{4200} = 0,2, & \bar{r} &= \frac{r}{c_l T_0} = \frac{2,25 \cdot 10^6}{4200 \cdot 300} = 1,746, \\
\bar{\lambda}_d &= \frac{\lambda_d t_0}{c_l w_0 l_0^2} = \frac{0,14 \cdot 20 \cdot 24 \cdot 3600}{4200 \cdot 200 \cdot (9 \cdot 10^{-2})^2} = 35,6, \\
\bar{T}_{0,out} &= \frac{293\text{K}}{T_0}, & \bar{T}_{1,out} &= \bar{T}_{1,v} = \frac{300\text{K}}{T_0}, \\
\bar{\beta} &= \frac{\beta t_0}{c_l w_0 l_0} = \frac{23 \cdot 20 \cdot 24 \cdot 3600}{4200 \cdot 200 \cdot 9 \cdot 10^{-2}} \sim 526, \\
\Pi &= 0,2, & \alpha &= 60, & v_0 &= 0,019645.
\end{aligned}$$

Итак, решается система уравнений переноса (3), (6) и (7) для некоторых начальных и граничных условий. Поскольку вид уравнений от замены размерных переменных на безразмерные не меняется, то черту над безразмерными переменными опускаем, а начальные и граничные условия пишем уже в безразмерных величинах.

2. НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассмотрим, во-первых, случай, когда вначале все поры образца заполнены водой, температура постоянная и со временем происходит испарение воды на правом конце:

$$w_l(x, 0) = \rho_l \Pi, \quad w_v(x, 0) = 0, \quad T(x, 0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (8)$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial x}(0, t) = 0, \quad j = l, v, \quad \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (9)$$

$$w_l(1, t) = 1 + (v_0 - 1)[1 - \exp(-\alpha t)], \quad \alpha \gg 1, \quad (10)$$

$$w_v(1, t) = \rho_v[\Pi - w_l(1, t)/\rho_l],$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(1, t) = r D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}(1, t) - \beta [T(1, t) - T_{1,out}], \quad 0 \leq t \leq 1.$$

Во-вторых, рассмотрим случай, противоположный первому, когда вначале в порах образца воды нет, но есть пар; температура, как и прежде,

постоянная, а со временем на правом конце вода втекает в образец:

$$w_l(x, 0) = 0, \quad w_v(x, 0) = \rho_v \Pi, \quad T(x, 0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (11)$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial x}(0, t) = 0, \quad j = l, v, \quad \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (12)$$

$$w_l(1, t) = 1 - \exp(-\alpha t), \quad \alpha \gg 1, \quad w_v(1, t) = \rho_v[\Pi - w_l(1, t)/\rho_l], \quad (13)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(1, t) = -\beta[T(1, t) - T_{1,\text{out}}], \quad 0 \leq t \leq 1.$$

И, наконец, рассмотрим третий случай, который похож на второй, но отличается тем, что на правом конце подается не вода, а горячий водяной пар, который на холодной стенке образца конденсируется:

$$w_l(x, 0) = 0, \quad w_v(x, 0) = \rho_v \Pi, \quad T(x, 0) = 1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (14)$$

$$\frac{\partial w_j}{\partial x}(0, t) = 0, \quad j = l, v, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = \beta[T(0, t) - T_{0,\text{out}}], \quad 0 \leq t \leq 1, \quad (15)$$

$$D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}(1, t) = -\frac{\beta}{r}[T(1, t) - T_{1,v}], \quad T(1, t) < T_{1,v}, \quad (16)$$

$$w_v(1, t) = \rho_v[\Pi - w_l(1, t)/\rho_l],$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(1, t) = r D_l \frac{\partial w_l}{\partial x}(1, t) - \beta[T(1, t) - T_{1,v}], \quad 0 \leq t \leq 1.$$

3. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Систему уравнений переноса (3), (6) и (7) решаем численно с помощью следующей явной разностной схемы [23]:

$$\frac{w_{l,i}^{k+1} - w_{l,i}^k}{\tau} = \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v} (D_l w_{l,xx,i}^k + D_v w_{v,xx,i}^k), \quad (17)$$

$$\frac{w_{v,i}^{k+1} - w_{v,i}^k}{\tau} = -\frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v} (D_l w_{l,xx,i}^k + D_v w_{v,xx,i}^k), \quad (18)$$

где

$$w_{j,xx,i}^k = \frac{w_{j,i-1}^k - 2w_{j,i}^k + w_{j,i+1}^k}{h^2}, \quad j = l, v,$$

и

$$c_{\sum,i}^k \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\tau} = \lambda T_{xx,i}^k + \frac{r}{\rho_l - \rho_v} [\rho_v D_l w_{l,xx,i}^k + \rho_l D_v w_{v,xx,i}^k] +$$

$$+ [c_l D_l w_{l,\dot{x},i}^k + c_v D_v w_{v,\dot{x},i}^k] T_{\dot{x},i}^k, \quad (19)$$

$$c_{\sum,i}^k = c_d \rho_d + c_l w_{l,i}^k + c_v w_{v,i}^k, \quad w_{j,\dot{x},i}^k = \frac{w_{j,i+1}^k - w_{j,i-1}^k}{2h}, \quad j = l, v.$$

Начальные и граничные условия (8)–(10) для первого случая принимают следующий вид:

$$w_{l,i}^0 = \rho_l \Pi, \quad w_{v,i}^0 = 0, \quad T_i^0 = 1, \quad i = 1, 2 \dots n, \quad (20)$$

$$3w_{j,1}^{k+1} - 4w_{j,2}^{k+1} + w_{j,3}^{k+1} = 0, \quad j = l, v, \quad (21)$$

$$3T_1^{k+1} - 4T_2^{k+1} + T_3^{k+1} = 0, \quad k = 0, 1, 2 \dots k_{\max},$$

$$w_{l,n}^{k+1} = 1 + (v_0 - 1)[1 - \exp(-\alpha t_{k+1})], \quad \alpha \gg 1, \quad (22)$$

$$w_{v,n}^{k+1} = \rho_v [\Pi - w_{l,n}^{k+1} / \rho_l],$$

$$\lambda T_{\dot{x},n}^{k+1} = r D_l w_{l,\dot{x},n}^k - \beta (T_n^k - T_{1,\text{out}}^k), \quad k = 0, 1, 2 \dots k_{\max},$$

где

$$w_{l,\dot{x},n}^{k+1} = \frac{3w_{l,n}^{k+1} - 4w_{l,n-1}^{k+1} + w_{l,n-2}^{k+1}}{2h}, \quad T_{\dot{x},n}^{k+1} = \frac{3T_n^{k+1} - 4T_{n-1}^{k+1} + T_{n-2}^{k+1}}{2h}.$$

Для второго случая вместо (11) и (13) имеем

$$w_{l,i}^0 = 0, \quad w_{v,i}^0 = \rho_v \Pi, \quad T_i^0 = 1, \quad i = 1, 2 \dots n, \quad (23)$$

$$w_{l,n}^{k+1} = 1 - \exp(-\alpha t_{k+1}), \quad \alpha \gg 1, \quad w_{v,n}^{k+1} = \rho_v [\Pi - w_{l,n}^{k+1} / \rho_l], \quad (24)$$

$$\lambda T_{\dot{x},n}^{k+1} = -\beta (T_n^k - T_{1,\text{out}}^k), \quad k = 0, 1, 2 \dots k_{\max},$$

где

$$T_{\dot{x},n}^{k+1} = \frac{3T_n^{k+1} - 4T_{n-1}^{k+1} + T_{n-2}^{k+1}}{2h},$$

а вместо (12) имеем (21). И, наконец, для третьего случая вместо (14) имеем (23), а вместо (15) и (16) имеем

$$3w_{j,1}^{k+1} - 4w_{j,2}^{k+1} + w_{j,3}^{k+1} = 0, \quad j = l, v, \quad (25)$$

$$\lambda T_{\dot{x},1}^{k+1} = -\beta [T_1^{k+1} - T_{0,\text{out}}^k], \quad k = 0, 1, 2 \dots k_{\max},$$

$$D_l w_{l,\dot{x},n}^{k+1} = -\frac{\beta}{r} [T_n^k - T_{1,v}^k], \quad T_n^k < T_{1,v}^k, \quad k = 0, 1, 2 \dots k_{\max}, \quad (26)$$

$$w_{v,n}^{k+1} = \rho_v [\Pi - w_{l,n}^{k+1} / \rho_l],$$

$$\lambda T_{\dot{x},n}^{k+1} = r D_l w_{l,\dot{x},n}^k - \beta (T_n^k - T_{1,v}^k), \quad k = 0, 1, 2 \dots k_{\max},$$

где

$$w_{l,\ddot{x},n}^{k+1} = \frac{3w_{l,n}^{k+1} - 4w_{l,n-1}^{k+1} + w_{l,n-2}^{k+1}}{2h}, \quad T_{\ddot{x},n}^{k+1} = \frac{3T_n^{k+1} - 4T_{n-1}^{k+1} + T_{n-2}^{k+1}}{2h}.$$

При этом пространственный шаг $h = 1/100$, т.е. $n = 101$, и условие сходимости [23, 24] разностной схемы имеет место при $\tau = 10^{-6}/3$. Расчеты проводились для $\tau = 10^{-6}/4$, т.е. $k_{\max} = 4 \cdot 10^6$. Все предложенные разностные схемы имеют порядок аппроксимации $O(\tau + h^2)$. Для разностного уравнения теплопроводности (19) проверено правило Рунге:

$$K_r = \frac{T_h - T_{h/2}}{T_{h/2} - T_{h/4}} \sim 4.$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Результаты расчетов в виде графиков имеют размерную форму и соответствуют в основном временам $t = 0, 0,4, 1, 2, 6, 13$ и 20 сут и ширине образца 9 см, изображаемой на оси абсцисс.

Решая численно разностные уравнения (17)–(19) с начальными и граничными условиями (20)–(22), мы получили для первого случая (сушки) следующие результаты. На рис. 1 слева показана динамика изменения концентрации воды, которая постепенно уменьшается от своего максимального постоянного значения $0,2$ г/см³ почти до нулевого. На рис. 1 справа показана динамика изменения концентрации паров, которая постепенно повышается от своего минимального постоянного значения 0 г/см³ почти до $5 \cdot 10^{-6}$ г/см³.

На рис. 2 видна динамика изменения температуры, которая сначала снижается от 27°C на три-четыре градуса, а потом повышается почти до 27°C . На рис. 3 слева изображено изменение температуры в краевых точках

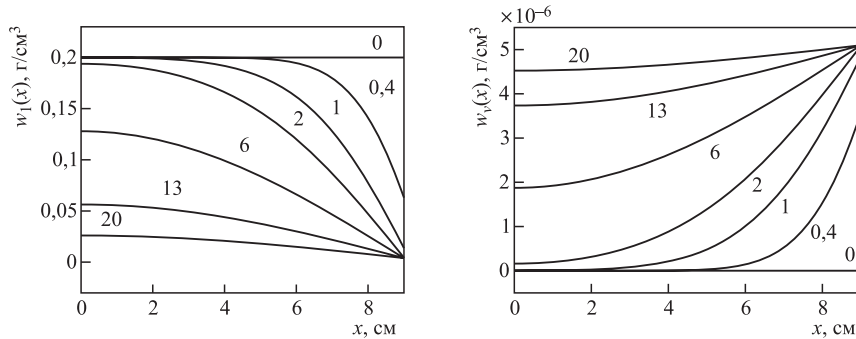


Рис. 1. Динамика изменения концентрации воды (слева) и паров (справа) для первого случая

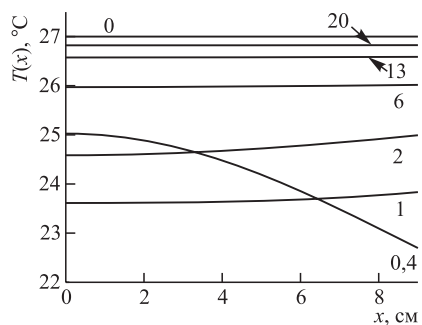


Рис. 2. Динамика изменения температуры для первого случая

$x = 0$ и $x = 9$ см, которая сначала уменьшается от значения 27°C на три-четыре градуса, а потом повышается почти до 27°C . На рис. 3 справа изображена динамика изменения источника, которая показывает, что вначале в порах слева от точки $x = 9$ см имеется испарение воды до значения $4 \cdot 10^{-8}$ г/ч \cdot см³, а потом постепенно испарение затухает.

Решая численно разностные уравнения (17)–(19) с начальными и граничными условиями (21), (23) и (24), мы

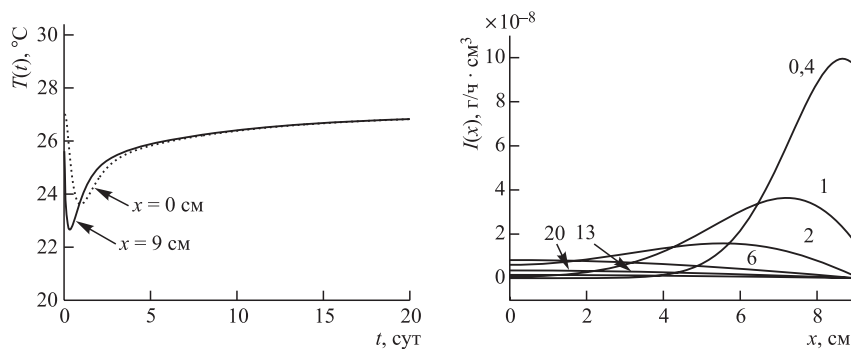


Рис. 3. Динамика изменения температуры на краях в зависимости от времени (слева) и источника в зависимости от ширины образца (справа) для первого случая

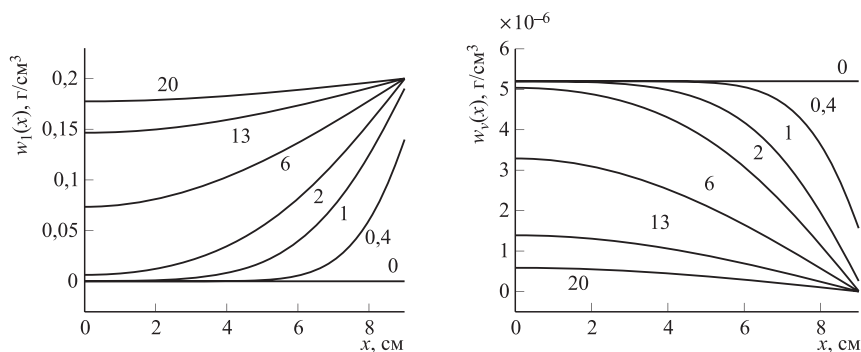


Рис. 4. Динамика изменения концентрации воды (слева) и паров (справа) для второго случая

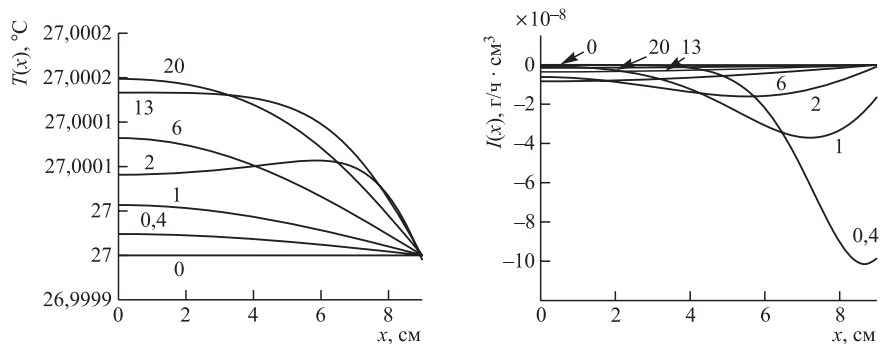


Рис. 5. Динамика изменения температуры (слева) и источника (справа) для второго случая

получили для второго случая следующие результаты. На рис. 4 слева показана динамика изменения концентрации воды, которая постепенно повышается от своего нулевого значения почти до $0,2 \text{ г/см}^3$. На рис. 4 справа показана динамика изменения концентрации паров, которая постепенно уменьшается от своего максимального постоянного значения $5 \cdot 10^{-6} \text{ г/см}^3$ почти до нуля. На рис. 5 слева видна динамика изменения температуры, которую можно считать постоянной и равной 27°C . Причина этого явления состоит в том, что при смачивании образца водой не происходит фазовое изменение. На рис. 5 справа изображена динамика изменения источника, которая показывает, что вначале в порах слева от точки $x = 9 \text{ см}$ имеется конденсация паров в воду от значения $-4 \cdot 10^{-8} \text{ г/ч} \cdot \text{см}^3$, а потом она постепенно затухает.

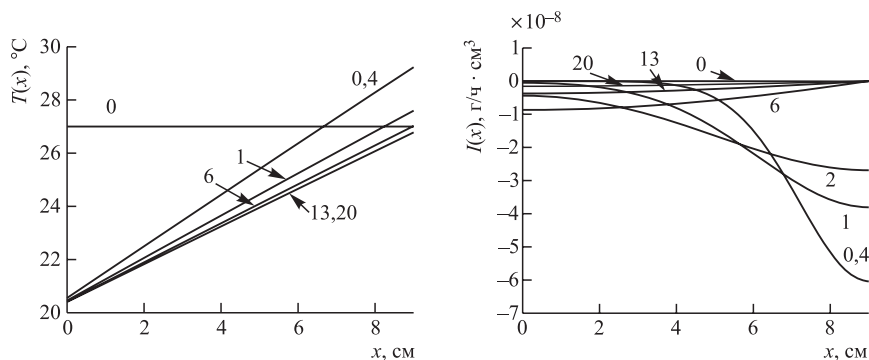


Рис. 6. Динамика изменения температуры (слева) и источника (справа) для третьего случая

Решая численно разностные уравнения (17)–(19) с начальными и граничными условиями (23), (25) и (26), мы получили для третьего случая следующие результаты. Профили изменения концентрации воды и паров отличаются лишь незначительно от профилей изменения концентраций, которые показаны на рис. 4 слева и справа. Отличия можно наблюдать, только сравнивая таблицы значений высших порядков. Картина для температуры (рис. 6 (слева)), однако, отличается существенно. Причиной является тепло, входящее в образец вследствие конденсации горячего водяного пара в воду, и то обстоятельство, что на левом конце образца это тепло отводится во внешнее пространство, температура которого равна 20°C . На рис. 6 справа изображена динамика изменения источника, показывающая, что вначале в порах слева от точки $x = 9$ см имеется конденсация паров в воду от значения $-2 \cdot 10^{-8}$ г/ч \cdot см³, которая постепенно затухает.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе с помощью численного эксперимента проверено, что предложенная математическая модель описывает процесс переноса тепла и влаги в пористом материале. Численные результаты показывают, что в первом случае температура образца понижается ниже начальной комнатной температуры вследствие испарения воды на правой границе образца. Во втором случае температура образца повышается лишь незначительно выше начальной комнатной температуры, так как фазовый переход на правой границе образца отсутствует и имеется небольшая конденсация водяных паров в порах. И, наконец, в третьем случае образец нагревается в основном из-за конденсации горячего водяного пара на правой стенке образца. В этом случае избыточное тепло отводится на левом конце образца.

Работа выполнена при поддержке VEGA 1/0317/09, SUJV 09-6-1060-2008/2010, РФФИ 09-01-0770.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А. В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. М.: ГИТТЛ, 1954.
2. Лыков А. В. Тепломассообмен. М.: Энергия, 1971.
3. Philip J. R., de Vries D. A. Moisture Movements in Porous Materials under Temperature Gradient // Transactions, American Geophysical Union. 1957. V. 38. P. 222.
4. de Vries D. A. Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media // Transactions, American Geophysical Union. V. 39, No. 25. October, 1958.
5. Glaser H. // Kältetechnik. 1958. H. 3. S. 86.

6. *Васильева Г. В.* Тепло- и массоперенос во влажных капиллярно-пористых телах. Общие вопросы тепло- и массообмена / под ред. А. В. Лыкова. Минск: Наука и техника, 1966. С. 74.
7. *Reeves P. C., Celia M. A.* // *Water Resour. Res.* 1996. V. 32(8). P. 2345.
8. *Reshetin O. L., Orlov S. Yu.* // *Technical Physics.* 1998. V. 43, No. 2. P. 263.
9. *Podlubny I.* *Fractional Differential Equations.* Acad. Press, 1999.
10. *Podlubny I.* // *Fractional Calculus and Applied Analysis.* 2000. V. 3, No. 4. P. 359.
11. *Dalík J., Daněček J., Vala J.* // *Application of Mathematics.* 2000. V. 45. P. 3.
12. *Holm A. H., Kuenzel H. M.* // *Building and Environment.* 2002. V. 37(8–9). P. 883.
13. *Vala J.* // *Application of Mathematics.* 2002. V. 47, No. 2 P. 187.
14. *Kacur J., Van Keer R.* // *Mathematical Modelling and Numerical Analysis.* 2003. V. 37, No. 3. P. 417.
15. *Deinert M. R., Parlange I. Y., Steenhuis T., Throop J., Unlu K., Cady K. B.* // *Journal of Hydrology.* 2004. V. 290. P. 192.
16. *Carmeliet J. et al.* // *Journal of Thermal Env. & Bldg. Sci.* 2004. V. 27, No. 4. P. 277.
17. *Bucki R., Marecki F.* *Modelling and Simulation.* Parkland, 2005.
18. *Pleinert H., Sadouki H., Wittmann F. H.* // *Materials and Structures.* 1998. V. 31. P. 218.
19. *Amirkhanov I. V., Pavlušová E., Pavluš M., Puzynina T. P., Puzynin I. V., Sarhadov I.* // *Bulletin PFUR. Ser. of Applied and Computational Mathematics.* 2005. V. IV, No. 1. P. 96.
20. *Amirkhanov I. V., Pavlušová E., Pavluš M., Puzynina T. P., Puzynin I. V., Sarhadov I.* *Application of Gradient Method to a Moisture Evaporation Model // 10th Scientific Conference, Rzeszow–Lviv–Kosice, 11–13 April 2005: Book of Abstracts.* P. 47; full paper on CD. P. 218–223.
21. *Amirkhanov I. V., Pavlušová E., Pavluš M., Puzynina T. P., Puzynin I. V., Sarhadov I.* // *Materials and Structures.* 2008. V. 41, No. 2. P. 335.
22. *Амирханов И. В., Пузынина Т. П., Пузынин И. В., Сархадов И., Павлушова Э., Павлуш М.* // *Вестник Тверского государственного университета.* 2008. Т. 4, № 64. С. 51.
23. *Самарский А. А.* *Теория разностных схем.* М.: Наука, 1983.
24. *Peaceman D. W., Rachford H. H.* // *J. Soc. Indus. Appl. Math.* 1955. V. 3. P. 28.

Получено 19 августа 2009 г.

Редактор *А. И. Петровская*

Подписано в печать 27.11.2009.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,87. Уч.-изд. л. 1,06. Тираж 315 экз. Заказ № 56789.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/