P13-2014-36

Ю. Н. Пепелышев ^{1,*}, Ц. Цогтсайхан ^{1,2,**}

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ШУМОВ ЭНЕРГИИ ИМПУЛЬСОВ **ИБР-2М** С ПОМОЩЬЮ КЛАСТЕРНОГО АНАЛИЗА

Направлено в журнал «Annals of Nuclear Energy»

* E-mail: pepel@nf.jinr.ru

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

² Институт физики и технологии, МАН, Улан-Батор

^{**} E-mail: tsolmon@nf.jinr.ru

Пепелышев Ю. Н., Цогтсайхан Ц. Исследование динамики шумов энергии импульсов ИБР-2М с помощью кластерного анализа

Представлены результаты исследования динамики шумового состояния импульсного реактора ИБР-2М с использованием методов кластерного анализа. Показано, что изменение спектральной плотности колебаний энергии импульсов после выхода реактора на номинальную мощность 2 МВт имеет переходную область длительностью ~ 3 сут. В процессе работы реактора структура шумов последовательно разделяется на четыре устойчивых кластера, три из которых отражают особенности переходной области шумов. Четвертая устойчивая структура шумов не зависит от уровня шумов и времени работы реактора. Отмечено, что переходная область в шумах мощности связана с асимптотическим усилением вибраций лопастей подвижных отражателей при прогреве конструкции модулятора реактивности после подъема мощности.

P13-2014-36

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И. М. Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2014

Pepelyshev Yu. N., Tsogtsaikhan Ts. P13-2014-36 Cluster Analysis for Investigation of the Dynamics of Pulse Energy Noise at the IBR-2M Reactor

The results of study of the dynamics of the noise component of IBR-2M using cluster analysis methods are presented. It is shown that spectral density changes of pulse energy fluctuations after the reactor nominal power 2 MW have a transition region of duration ~ 3 days. During the operation of the reactor the noise structure is divided into four stable structures, three of them describing the noise transition region. The fourth stable structure is independent of the reactor's noise level and operation time. The noise transition region is caused by the vibration of moving reflectors in the process of heating after increasing of the reactor power.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2014

введение

Шумы энергии импульсов ИБР-2М, вызванные работой различных технологических систем реактора, влияют на управление реактором, процесс стабилизации мощности, работу аппаратуры контроля и т.д., т.е. непосредственно на безопасность и надежность эксплуатации реактора. Полные шумы мощности из-за высокой чувствительности реактора к шумам реактивности достигают ± 20 % в режиме стабилизации. Частично колебания реактивности можно уменьшить, но полностью исключить нельзя. Поэтому высокий уровень шумов энергии импульсов можно считать отличительным свойством реактора типа ИБР-2М. Ситуация усугубляется тем, что при работе реактора деградационные процессы, происходящие в активной зоне и в ее ближайшем окружении, приводят к изменению уровня и структуры шумов. Естественно, возникает вопрос: как происходят эти изменения и чем они вызваны? В этой ситуации исследование реакторных шумов и динамики их изменения представляется одним из важных элементов в системе обеспечения безопасной и надежной работы реактора. В работе представлены результаты этого анализа с применением статистических методов обработки временных рядов и кластерного анализа. Ранее в восьмидесятые-девяностые годы XX в. методы распознавания образов и, в частности, кластерного анализа, как алгоритмы организации больших массивов данных в значимые структуры широко использовались для изучения ИБР-2 и диагностики его состояния [1-7]. С помошью этих методов можно было исследовать очень тонкие и по величине очень слабые возмущения реактивности, недоступные для обнаружения и изучения с помощью других методов. В настоящее время с развитием мощных вычислительных систем и с появлением новых методов кластерного анализа задача использования указанных методов на новом модернизированном реакторе ИБР-2М стала вновь актуальной.

1. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Целью работы является исследование динамики шумов энергии импульсов в процессе реакторного цикла. Реактор работает в следующих циклах: две недели при мощности 2 МВт, затем останов реактора до мощности, близкой к нулевой, и перерыв около недели. Циклы периодически повторяются. Такой режим выбран в основном с учетом нужд экспериментаторов (пользователей нейтронных пучков).

Изучалась последовательность значений амплитуды импульса мощности, измеряемых с помощью трех независимых детекторов, окружающих активную зону. Для одного из них измерялся интеграл тока, соответствующего импульсу мощности. Этот сигнал с детектора пропорционален энергии импульса. Отметим, что при работе на мощности, т.е. в состоянии равновесной импульсной критичности, амплитуда и энергия импульса равнозначны. Соотношение между ними может меняться только в единственном случае, если по каким-то причинам изменилась фаза вращения основного и дополнительного подвижных отражателей. Поэтому в данном случае для контроля введено измерение интеграла токового импульса с одного из детекторов. Регистрировался каждый последовательный импульс мощности в одном из типичных реакторных циклов в 2013 г. с расходом натрия через активную зону 100 м³/ч. Измерения велись в течение 10,5 сут, начиная с момента вывода реактора на номинальный уровень мощности 2 МВт и кончая остановом реактора в конце цикла. Далее зарегистрированный временной ряд длительностью $\sim 10^7$ последовательных значений энергии импульсов обрабатывался с помощью процедур статистического и кластерного анализа. Основным элементом статистического анализа являлся разброс значений, а объектом кластерного анализа спектральная плотность колебаний энергии импульсов. Ниже представлены основные процедуры анализа измеренных данных.

Спектральная плотность колебаний и разброс. Полный временной ряд X(t), зарегистрированный в течение всего реакторного цикла, разбивался на N отдельных последовательных временных рядов X_i длиной 8192 значения энергии импульсов. Для каждого временного ряда X_i выполнялось конечное дискретное преобразование Фурье по методу периодограмм [8]. Спектральная плотность колебаний энергии импульсов реактора $S_x^{(i)}(f)$ определялась в виде

$$|S_x^{(i)}(f)|^2 = F[X_i(t)]^2$$

где F — оператор фурье-преобразования. Вычислялись параметры разброса элементов, входящих во временной ряд X_i : $\sigma_{f_j}^2$ — дисперсия колебаний на средней частоте f; σ_f^2 — полная дисперсия, вычисленная по спектру; σ_t/\overline{Q} относительное стандартное отклонение (\overline{Q} — средняя энергия импульсов); σ_t — стандартное отклонение энергии импульсов, вычисленное во временной области; относительное парциальное среднеквадратическое отклонение

$$\eta_j = \left(\sqrt{\frac{\sigma_{f_j}^2}{\sigma_f^2}}\right) \frac{\sigma_t}{\overline{Q}} \cdot 100 \%.$$

Кластерный анализ. Задача кластерного анализа в данном случае есть классификация большого объема данных по шумовому состоянию ИБР-2М. Использовались различные методы кластерного анализа, как иерархические,

так и неиерархические. Иерархический метод как наиболее гибкий из существующих методов кластерного анализа позволяет детально исследовать структуру различий между объектами и выбрать наиболее оптимальное число кластеров. Неиерархические алгоритмы использовались в дополнение к первым, поскольку эвристические процедуры анализа данных, встроенные в эти алгоритмы, например, алгоритм ISODATA [9], давали более значимое число кластеров. Каждая последовательная спектральная плотность колебаний энергии импульсов (далее спектр), отражающая шумовое состояние реактора в интервале времени ~ 28 мин (или 8192 последовательных значения энергии импульсов), представлялась в виде точки в многомерном евклидовом пространстве. Евклидово расстояние между *i*-й и *k*-й точками есть

$$d_{ik} = \left[\sum_{j=1}^{p} (x_{ij} - x_{ik})^2\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Размерность пространства составляла 256 координат по числу точек в спектре. Выбранные методы кластерного анализа основаны на анализе расстояний между точками. Мера подобия — минимум расстояния между точками в кластере. В качестве альтернативного расстояния исследовался также квадрат евклидова расстояния и абсолютная величина расстояния между точками. Наибольшей трудностью при исследовании динамического изменения структуры объектов с использованием кластерного анализа является определение «правильного» числа кластеров. Все алгоритмы кластеризации основаны на предположении, что исходное распределение объектов (в данном случае спектров) неравномерно в пространстве с выбранной мерой длины [10]. Другими словами, кластеризация возможна, если сами исходные данные позволяют это сделать. Существует ряд эвристических алгоритмов кластеризации, способных автоматически определять количество кластеров [11]. Но этого недостаточно, поскольку все алгоритмы основаны на формализованных процедурах анализа, поэтому требуют введения дополнительных априорных данных или использования приемлемых критериев оценки результатов. В настоящее время известно по крайней мере шестнадцать критериев оценки «правильного» числа кластеров [12]. Все они при анализе структуры шумов ИБР-2М дают, за некоторым исключением, результаты, близкие друг к другу. В работе при оценке качества кластерной структуры использовались три критерия. Первым критерием «правильности» кластеризации был принят индекс Данна $MD(c) = \min(r(j,i))/\max(D_k) \quad \forall i,j,k : i \neq j$, где D_k — диаметр кластера; r(j,i) — расстояние между кластерами i и j; c — количество кластеров. Индекс Данна позволяет оценить компактность кластеров и их удаленность друг от друга [13]. Вторым обязательным условием анализа была оценка «силуэта», которая для i-й точки вычисляется как $sw_i = rac{(b_i-a_i)}{\max(a_i,b_i)},$ где a_i среднее расстояние от всех других точек в своем кластере; d(i, c) — среднее расстояние относительно всех точек в кластере c; $b_i = \min d(i, c)$ [14]. Если среднее значение «силуэта» по всем точкам $\overline{sw} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} sw_i > 0,5$, то разбиение объектов по кластерам осмысленно, если $\overline{sw} < 0,2$ — данные не имеют кластерной структуры. Например, на рис. 1 показаны изменения «силуэта» при классификации спектров колебаний энергии импульсов ИБР-2М с получением трех и четырех кластеров для одного из иерархических методов анализа.

Среднее значение «силуэта» на рис. 1 для трех кластеров равно 0,43 и для четырех — 0,30. Структура на рис. 1, a «лучше», чем на рис. 1, δ , но обе слабо классифицированы. Отметим, что в этом примере переход от евклидова расстояния к его квадратичной форме почти в полтора раза увеличивает значение «силуэта», хотя кластерная структура практически не меняется. Таким образом, выбор числа кластеров с использованием индекса Данна и «силуэта» является необходимым, но не достаточным критерием. Третий критерий оценки оптимального числа кластеров в данной работе основан на физическом смысле результатов кластеризации. С физической точки зрения, если существует возможность разбиения спектров на кластеры, то эти кластеры должны отличаться наличием некоторого инвариантного (в данном случае устойчивого) признака относительно общего изменения реакторного шума. По сути задача выбора оптимального алгоритма кластеризации спектров колебаний энергии импульсов ИБР-2М фактически состояла в следующем: временная последовательность спектров не должна иметь большого числа «перескоков» в соседние кластеры при достаточно высоких показателях индекса Данна и «силуэта».

При выборе оптимальной кластерной структуры использовались такие процедуры кластеризации: метод дальнего соседа, взвешенное попарно групповое среднее, взвешенное расстояние между центрами масс, метод наимень-



Рис. 1. Пример изменения «силуэта» при использовании взвешенного попарно группового метода кластерного анализа для трех (*a*) и четырех кластеров (*б*) при анализе шумов энергии импульсов ИБР-2М



Рис. 2. Изменение величины «силуэта» от числа кластеров при использовании некоторых методов кластерного анализа: ■ — взвешенное попарно групповое среднее; ▲ — К — среднее; • — невзвешенное расстояние между центрами масс

ших квадратов и ряд других [11,14]. Наилучшие результаты показал алгоритм с решением минимаксной задачи на основе взвешенного попарно группового среднего и евклидова расстояния. Выделялась структура кластеров с минимальными расстояниями между точками в кластере при максимальном расстоянии между центрами кластеров. На рис. 2 показано изменение средней величины «силуэта» от числа кластеров при использовании некоторых методов кластерного анализа.

ОСНОВНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Изменение спектральной плотности колебаний энергии импульсов ИБР-2М за цикл от момента выхода на номинальный уровень мощности 2 МВт до начала снижения приведено на рис. 3. Усредненная по всему циклу спектральная плотность колебаний энергии импульсов представлена на рис. 4. Как видно из рис. 3 и 4, в спектре колебаний энергии импульсов имеется несколько пиков большой интенсивности.

Наибольшие изменения происходят на частотах 0,82 и 1,4 Гц. Пики в диапазоне частот 0,78–0,85 Гц; 1,36–1,80 Гц, как уже было показано ранее, обусловлены осевыми вибрациями лопастей подвижных отражателей (ПО) [15,16]. Доминантные колебания энергии импульсов на частотах осевых колебаний ПО, отмеченных на рис. 4, вносят $\sim 55~\%$ в полную дисперсию шума [17]. Остальные компоненты колебаний гармонического вида в спектрах шумов ИБР-2М слабо выражены и близки к уровню случайного фона. Как видно из рис. 3, спектральная плотность колебаний энергии импульсов в



Рис. 3. Изменение спектральной плотности колебаний энергии импульсов ИБР-2М за цикл от момента выхода на среднюю мощность 2 МВт до начала снижения мощности. Длительность измерений 10,5 сут. Представлено 552 спектра



Рис. 4. Усредненная за цикл спектральная плотность колебаний энергии импульсов ИБР-2М (S_Q) при мощности 2 МВт и расходе натрия 100 м³/ч, f — частота. Заштрихованная область связана с вибрациями ПО

процессе работы реактора существенно меняется. Изменение величины среднеквадратических полных колебаний энергий импульсов и колебаний, связанных с вибрациями лопастей ПО в диапазонах частот, указанных на рис. 4, приведено на рис. 5. Там же показана последовательность смены кластеров во времени для полных колебаний энергии импульсов и для колебаний, связанных с вибрациями лопастей ПО. Из рисунка видно, что спектральная плотность колебаний энергии импульсов разделяется на четыре кластера. Первые три кластера включают в себя спектры переходной области, длящейся 1,7 сут



Рис. 5. Изменение величины относительного среднеквадратического отклонения полных (верхняя осциллограмма) и связанных с осевыми вибрациями лопастей ПО (нижняя осциллограмма) колебаний энергии импульсов. Линией показан переход шумового состояния реактора из одного кластера в другой. Цифрами отмечены номера кластеров

после выхода реактора на номинальный уровень мощности 2 МВт. Четвертый, основной кластер соответствует установившемуся шумовому состоянию реактора, которое начинается через 1,7 сут от начала работы реактора при номинальном уровне мощности и продолжается до конца реакторного цикла. Интенсивность шумов в этом четвертом шумовом состоянии реактора со временем меняется с тенденцией к уменьшению на ~ 12 % к концу цикла. При этом уменьшение уровня шумов слабо влияет на их спектральный состав. Таким образом, через 1,7 сут шумы мощности в целом стабилизируются. Характеристики кластеров представлены в таблице. Структура кластеров, «сжатая» из 256-мерного в двухмерное пространство, приведена на рис. 6.

Номер кластера	Анализ по полным		Анализ по колебаниям энергии	
	колебаниям		импульсов, связанных с осевыми	
	энергии импульсов		вибрациями лопастей ПО	
	Число	Время жизни	Число	Время жизни
	спектров в	кластера после	спектров	кластера после
	кластере	выхода на мощность	в кластере	выхода на мощность
		2 MBt		2 МВт
1	13	0-5 ч	12	0-6 ч
2	18	5-14 ч	19	6–14 ч
3	22	14-41 ч (1,2 сут)	52	14-24 ч (1 сут)
4	499	1,7–10,5 сут	469	1-10,5 сут
Всего	552	10,5 сут	552	10,5 сут

Характеристики кластеров шумового состояния реактора в процессе работы реактора



Рис. 6. Структура кластеров, «сжатая» из 256-мерного в двухмерное пространство по полным колебаниям энергии импульсов (*a*) и по колебаниям, обусловленным осевыми колебаниями лопастей ПО (б)



Рис. 7. Изменение кластерной структуры колебаний энергии импульсов в зависимости от времени в двухмерном представлении пространства шумов для полных колебаний мощности (*a*) и для колебаний, обусловленных вибрациями лопастей ПО (*б*)

На рис. 7 показано изменение кластерной структуры в двухмерном представлении пространства реакторных шумов от времени работы реактора как для полных колебаний мощности, так и для колебаний, обусловленных вибрациями ПО.

На рис. 8 приведены центры кластеров с минимальным и максимальным значениями спектров, входящих в данный кластер. Из рисунка видно следующее. Центры первого и второго кластеров сильно отличаются от третьего и четвертого. Центры третьего и четвертого кластеров близки друг к другу. Первые два кластера с резким изменением центров соответствуют переходной области шумов длительностью ~ 0,5 сут после выхода реактора на номиналь-



Рис. 8. Спектральные плотности полных колебаний энергии импульсов, соответствующих центрам четырех кластеров. Штриховыми линиями обозначен разброс спектров в кластерах

ный уровень мощности. Третий кластер в диапазоне 14–41 ч (1,2 сут) после выхода реактора на номинальный уровень мощности представляет собой шумовое состояние реактора, близкое по структуре к четвертому кластеру. Полное время стабилизации шумов составляет примерно 27 ч (1,7 сут). Кластерная структура в доминантных координатах спектра, т.е. для колебаний энергии импульсов, связанных с вибрациями ПО, близка к структуре полных колебаний (см. рис. 6, 7), поэтому весь предыдущий анализ можно отнести и к этой структуре. Таким образом, динамическое изменение шумового состояния ИБР-2М после выхода реактора на номинальный уровень мощности вызвано изменением вибрационного состояния ПО.

Как видно из рис. 3 и 5, в начальной, переходной области изменения шумов наибольшее изменение претерпевает амплитуда доминантных колебаний на частотах 0,82 и 1,63 Гц. Изменение амплитуды колебаний на основной частоте от времени работы реактора приведено на рис. 9. За первые трое суток работы реактора амплитуда колебаний на частоте 0,82 Гц асимптоти-



Рис. 9. Изменение амплитуды колебаний энергии импульсов (A) на частоте 0,82 Гц в зависимости от времени работы ИБР-2М (t) после выхода реактора на номинальный уровень мощности 2 МВт



Рис. 10. Изменение величины относительного среднеквадратического отклонения полных колебаний энергии импульсов и смены кластерной структуры от времени работы реактора в цикле со сбросом мощности (a) и структура кластеров, «сжатая» из 256мерного в двухмерное пространство шумов энергии импульсов (δ). Цифрами отмечены номера кластеров

чески увеличивается с константой ~ 1 сут от ~ 0 до 30 кВт. Эта компонента шумов мощности обусловлена колебаниями как основного (ОПО), так и дополнительного (ДПО) подвижных отражателей [12]. Вероятнее всего, такая особенность шумов в целом связана с термомеханическими деформациями привода ПО. На это указывает еще и следующий факт. Для предыдущего варианта ПО, выполненного в виде: ДПО — трезубец, ОПО — лопасть, амплитуда осевых колебаний ДПО, так же как и для существующего варианта (ОПО — трезубец, ДПО — вилка), асимптотически возрастала со временем работы реактора [18]. Заметим, что наблюдаемые частоты в спектре колебаний мощности являются замаскированными аналогами некоторых реальных частот, «свернутых» в частотный диапазон ниже критической частоты Найквиста, равной в нашем случае 2,5 Гц. Идентификация доминантной частоты 0,82 Гц имеет большую степень неопределенности, поскольку характерные реальные частоты колебаний ОПО и ДПО явно выше критической частоты. Вероятным аналогом частоты 0,82 Гц может быть, согласно [15], частота одной из форм собственных колебаний ДПО, равная ~ 85 Гц, а частота 1,63 Гц — с некоторым небольшим дефектом в поворотном редукторе ПО.

Для сравнения с результатами кластеризации спектров, представленных на рис. 3, был исследован еще один цикл работы реактора в том же 2013 г. (см. рис. 10). Этот цикл отличался от предыдущего наличием сброса мощности.

выводы

В результате статистического и кластерного анализа шумов энергии импульсов ИБР-2М получены данные о динамике изменения шумового состояния реактора в цикле. Шумовое состояние ИБР-2М, представленное в виде спектральной плотности колебаний энергии импульсов за цикл (~ 11 сут), имеет переходную область, появляющуюся после выхода реактора на номинальный уровень мощности 2 МВт. Шумы мощности последовательно разделяются на три-четыре устойчивые структуры (кластеры). Первые два кластера наблюдаются в диапазоне 0-14 ч после выхода реактора на номинальный уровень мощности. Затем еще через 1,2 сут переходная область заканчивается, и через 1,7 сут шумовое состояние реактора стабилизируется. В этом состоянии реактор работает до конца цикла. Показано, что переходная область реакторных шумов вызвана изменением вибрационного состояния ПО, а именно осевых колебаний лопастей отражателей на частотах 0,82, 1,40 Гц и в диапазоне 1,55-1,80 Гц. Основной компонентой в переходной области изменения шумов является изменение амплитуды осевых колебаний ДПО на частоте 0,82 и 1,63 Гц. За трое суток работы реактора амплитуда гармонических колебаний энергии импульсов на частоте 0,82 Гц асимптотически увеличивается с константой ~ 1 сут от ~ 0 до ~ 30 кВт. Указанные выше частоты энергии импульсов есть «скрытые» частоты, аналогами которых являются более высокие частоты собственных колебаний ПО. Переходная область реакторных шумов, вероятнее всего, связана с появлением изгибных деформаций ПО в процессе их прогрева после выхода реактора на номинальный уровень мощности. Нужно также отметить, что динамика изменения шумового состояния реактора слабо меняется от цикла к циклу и от сбросов мощности. Указанные изменения малы и в целом не вносят ограничений на безопасную работу реактора.

ЛИТЕРАТУРА

- Pepelyshev Yu. N., Dzwinel W. Pattern Recognition Application for Surveillance of Abnormal Condition in a Nuclear Reactor // Annals of Nuclear Energy. 1990. V. 18, No. 3. P. 117–123, 191.
- Pepelyshev Yu. N., Dzwinel W. Clustering Method and Visualization Algorithms to Nuclear Reactor Operative Diagnostics. JINR Preprint E10-90-323. Dubna, 1990.
- Pepelyshev Yu. N., Dzwinel W. Pattern Recognition System for the Nuclear Reactor Noise Image Analysis and Diagnostics // A Symposium on Nuclear Reactor Surveillance and Diagnostics, SMORNVT, Gatlinburg, Tennessee, USA, May 19–24, 1991. V.2.
- Pepelyshev Yu. N., Dzwinel W. // Technical Committee on Utilization of Condition Monitoring and Degradation Diagnostic Systems to Improve Nuclear Safety, Vienna, October 1991.
- Pepelyshev Yu. N., Dzwinel W. A Pattern Recognition Approach to Condition-Based Plant Maintenance // Technical Committee Meeting on Safety and Reliability Improvement through Optimized Plant Maintenance, Vienna, June 22–24, 1992.
- 6. *Pepelyshev Yu. N. et al.* Comparison of the Noise Diagnostic Systems Based on Pattern Recognition and Discriminant Methods. JINR Preprint E10-94-61. Dubna, 1994.
- Pepelyshev Yu. N., Dzwinel W. Pattern Clustering and Mapping for Presentation of Nuclear Reactor Noises. JINR Communication E10-94-61. Dubna, 1994.
- 8. Пепелышев Ю. Н., Рогов А. Д., Цогтсайхан Ц. Статистический анализ флуктуаций энергий импульсов реактора ИБР-2М. Сообщение ОИЯИ Р13-2012-131. Дубна, 2012.
- Пепелышев Ю. Н., Китовски Я. Применение метода распознавания образов для исследования статических параметров реактора ИБР-2. Сообщение ОИЯИ Р13-85-657. Дубна, 1985.
- 10. Болдак А.А., Сухарев Д.Л. Определение количества кластеров в статистических данных // Вісник НТУУ «КПІ» Інформатика, управління та обчислювальна техніка № 53. 2011.
- 11. Goujun Gan, Chaogun Ma, Jianhong Wu. // Data Clustering: Theory, Algorithms, and Applications. 2007. V.2. P. 109–137; V.4. P. 354–362.
- Dunn J. Well Separated Clusters and Optimal Fuzzy Partitions // Journal of Cybernetics. 1974. V. 4. P. 95–104.
- Rousseeuw P. J. Silhouettes: A Graphical Aid to the Interpretation and Validation of Cluster Analysis // Journal of Computational and Applied Mathematics. 1987. V. 20. P. 53–65.
- 14. Lawrence Hubert J., Hans-Friedrich Köhn, Douglas Steinley L. 20 Cluster Analysis: A Toolbox for MATLAB. 2009.
- 15. Пепелышев Ю. Н. Исследование колебаний подвижных отражателей (энергетический пуск реактора ИБР-2). Сообщение ОИЯИ 13-87-564. Дубна, 1987.
- Ананьев В. Д. и др. Физический пуск модернизированного реактора ИБР-2 (ИБР-2М). Сообщение ОИЯИ Р13-2012-41. Дубна, 2012.
- 17. Ананьев В. Д. и др. Энергетический пуск модернизированного реактора ИБР-2 (ИБР-2М). Сообщение ОИЯИ Р13-2012-42. Дубна, 2012.
- Пепелышев Ю. Н. Временные характеристики параметров шумов мощности и колебаний подвижных отражателей реактора ИБР-2. Сообщение ОИЯИ Р13-88-59. Дубна, 1988.

Получено 28 апреля 2014 г.

Редактор А. И. Петровская

Подписано в печать 30.06.2014. Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 1,08. Тираж 245 экз. Заказ № 58286.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований 141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6. E-mail: publish@jinr.ru www.jinr.ru/publish/