

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

2-2003-25

На правах рукописи  
УДК 530.12:531.51

**ПРОСКУРИН  
Денис Викторович**

**ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СВЯЗЕЙ  
И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ К ПОСТРОЕНИЮ  
КОНФОРМНО-ИНВАРИАНТНОЙ  
КОСМОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

**Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук**

**Дубна 2003**

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.  
Боголюбова Объединённого института ядерных исследований

**Научные руководители:**

доктор физико-математических наук,  
профессор  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Б.М. БАРБАШОВ

В.Н. ПЕРВУШИН

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук.

К.А. БРОННИКОВ (ВНИИМС, г. Москва)

доктор физико-математических наук,

М.О. КАТАНАЕВ (МИ РАН, г. Москва)

**Ведущая организация:**

Московский государственный университет, г. Москва.

Защита диссертации состоится "\_\_\_" \_\_\_\_ 2003 г. в 15<sup>00</sup> часов  
на заседании диссертационного совета К 720.001.01 при Лаборатории  
теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного инсти-  
тута ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан "\_\_\_" \_\_\_\_ 2003 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



С.И. ФЕДОТОВ

## *Общая характеристика диссертации*

### Актуальность темы

Одна из трудностей, возникающая при построении гамильтоновой динамики релятивистских репараметризационно-инвариантных систем (релятивистская частица, струна и общая теория относительности) состоит в нахождении всех связей гамильтоновой теории, а также ненулевого гамильтониана эволюции для физических репараметризационно-инвариантных переменных как в классической, так и в квантовой теориях.

Для релятивистской частицы временной параметр, сопряженный гамильтониан которому не равен нулю, выбирается как временная координата, измеряемая наблюдателем в его системе.

В теории релятивистской струны в работах Барбашова и Черникова время рассматривалось как динамическая переменная, что позволило установить связь этой системы с полем Борна-Инфельда в двумерном случае.

Время как полевая переменная трактуется в общей теории относительности в работах Барбашова, Первушина и др., где показано, что в сопутствующей системе отсчета оно является динамической переменной, которая возникает при линеаризации энергетической связи с помощью канонического преобразования исходных динамических переменных Леви-Чивиты.

Диссертационная работа посвящена обоснованию такого выбора динамической временной переменной и на его основе решению проблемы энергии в теориях струны и гравитации.

### Цели работы

- Развитие метода решения проблемы энергии в релятивистских теориях линеаризацией связей посредством канонического преобразования Леви-Чивиты.
- Применение сформулированного метода для построения космологической модели Вселенной, согласующейся с современными наблюдательными астрофизическими данными.

### Научная новизна и практическая ценность

Предложен метод линеаризации энергетической связи для релятивистской частицы, заключающийся в каноническом переходе  $[X_0|X_i] \implies [Q_0|Q_i]$ , где  $[X_0|X_i]$  – координаты мирового четырехмерного пространства, а одна из новых переменных  $Q_0$  отождествляется с собственным временем релятивистской системы. В рамках этого метода динамика релятивистской частицы описывается двумя ньютоно-подобными системами, заданными в двух динамических пространствах и дополненных их взаимозависимостями  $X_0(Q_0, Q_i)$ ,  $X_i(Q_0, Q_i)$ .

Предложен метод линеаризации энергетической связи для релятивистских систем типа струны и ОТО.

Космологические уравнения возникают в ОТО как гибсовское усреднение по объему точных уравнений, что ведет к теоретико-полевой формулировке теории космической эволюции как коллективному движению Вселенной в полевом пространстве

компонент метрики. Это позволяет перенести на полевое пространство такое понятие, как инерциальное движение по геодезической, используя определение полевого многообразия в ОТО как фактор-пространства аффинной группы  $A(4)$  по группе Лоренца  $L$ . Теоретико-полевая формулировка задачи дает возможность использовать инвариантное гамильтоново описание, в котором роль параметра эволюции играет космологический фактор пространства, а геометрическое время строится каноническим преобразованием типа Леви-Чивиты, превращающего энергетическую связь в новый импульс.

Основным результатом исследований является применение развиваемого метода для построения космологической модели Вселенной с относительным масштабом измерения (конформная теория), приводящая к хорошему согласию с наблюдательными данными по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых Ia, первичному нуклеосинтезу и реликтовому излучению.

В рамках модели изучен эффект космологического рождения продольных векторных бозонов, число которых оказывается достаточным для объяснения количества барионной материи во Вселенной.

Анализируются последние наблюдательные данные по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых Ia. Предсказываются возможные расстояния до Сверхновых при значениях красного смещения  $z > 1.7$ . В режиме предельно жесткого уравнения состояния вещества – единственном уравнении состояния модели – дана оценка температуры космического микроволнового фонового излучения, находящаяся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

### Апробация работы

Результаты диссертации представлялись на следующих конференциях и семинарах.

- XXIII International Conference *Group Theoretical Methods in Physics*, Dubna, JINR, July 31–August 5, 2000.
- International Conference *Hot Points in Astrophysics*, Dubna, JINR, August 22–26, 2000.
- International Workshop *Quark Matter in Astro-and Particle Physics*, Fachbereich Physik, Universität Rostock, Rostock, Germany, November 27–29, 2000.
- V International Conference *Cosmoparticle Physics*, Moscow-St.Peterburg, Russia, May 21–30, 2001.
- International Workshop and School *Quantum Gravity and Superstrings*, Dubna, JINR, June 18–28, 2001.
- III International Conference *New Accelerator Physics*, Dubna, JINR, June 19–23, 2001.
- IX International Conference *Symmetry Methods in Physics*, Yerevan, Armenia, July 3–8, 2001.

- II International Symposium *Quantum Theory and Symmetries*, Krakow, Poland, July 18–21, 2001.
- XXVII International Conference of Physics Students, Dublin, Ireland, August 5–11, 2001.
- DAAD Summerschool *Dense Matter in Particle - and Astrophysics*, Dubna, JINR, August 20–31, 2001.
- V International Conference *Gravitation and Astrophysics*, Moscow, Russia, October 1–7, 2001.
- XXV International Workshop *Fundamental Problems of High Energy Physics and Field Theory*, Protvino, Russia, June 25–28, 2002.
- XVIII IAP Colloquium *On the Nature of Dark Energy*, Paris, France, July 1–5, 2002.
- XXIV International Colloquium *Group Theoretical Methods in Physics*, Paris, France, July 15–20, 2002.
- International Workshop *Quantum Gravity and Superstrings*, Dubna, Russia, July 11–18, 2002.
- IX NATO Euroschoool *Cosmic Microwave Background Radiation*, Palermo, Italy, September 7–18, 2002.
- Семинары ЛТФ им. Н.Н. Боголюбова, ЛЯП, ОИЯИ, физического факультета и астрофизического института им. П.К. Штернберга МГУ 2000–2002.

## Публикации

По результатам диссертации опубликовано одиннадцать работ.

## Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и приложения. Список литературы содержит 134 наименований. Полный объем диссертации – 109 страницы машинописного текста.

### *Содержание работы*

Во введении обсуждается актуальность проблемы и мотивация проводимых исследований, дается краткий обзор гамильтонова описания релятивистских систем с изложением метода гамильтоновой редукции репараметризационно-инвариантных систем. Дано краткое содержание диссертации.

Во второй главе с иллюстративной целью рассматривается гамильтонов формализм для релятивистской частицы и струны. Трудность анализа этих систем в рамках гамильтонова формализма состоит в наличии связей и обращение гамильтониана в ноль. Один из путей преодоления этих трудностей, например, для релятивистской

частицы, заключается в рассмотрении динамической переменной  $x_0(\tau)$  как временной координаты, которая представляет собой время, измеряемое часами наблюдателя в его системе покоя. Инвариантность теории относительно репараметризации координатного параметра эволюции означает, что одна из динамических переменных теории, в данном случае  $x_0(\tau)$ , может быть выбрана в качестве наблюдаемого времени, которому соответствует ненулевой гамильтониан системы

$$H = p_i \partial_0 x_i - L = \sqrt{m^2 + p_i^2}, \quad p_i = \frac{\partial L}{\partial(\partial_0 x_i)} = \frac{m \partial_0 x_i}{\sqrt{1 - \partial_0 x_i^2}}.$$

Выбрав  $x_0(\tau)$  в качестве параметра эволюции мы, тем самым, выбрали одну из возможных систем отсчета, но потеряли остальные, в частности, сопутствующую систему отсчета, в которой роль времени играет собственное время с интервалом  $dt = \sqrt{\dot{x}_\mu^2} d\tau$ . Показано, что можно осуществить динамический переход к сопутствующей системе отсчета с помощью канонического преобразования Леви-Чивиты  $(p_\mu, x_\mu) \Rightarrow (\Pi_\mu, Q_\mu)$

$$\Pi_0 = \frac{1}{2m} [p_0^2 - p_i^2], \quad \Pi_i = p_i, \quad Q_0 = x_0 \frac{m}{P_0}, \quad Q_i = x_i - x_0 \frac{p_i}{p_0},$$

переводящее связь  $p_\mu^2 - m^2 = 0$  в новый импульс  $\Pi_0$ , а время  $x_0$  в собственное время  $Q_0$ . Таким образом, репараметризационная инвариантность позволяет дать описание двух физических реализаций одной частицы двумя системами без связей, а отношения этих систем рассматривать как релятивистский эффект.

Для релятивистской струны по аналогии с релятивистской частицей, используя инвариантность относительно репараметризации координат, в качестве параметра эволюции выбирается динамическая переменная  $x_0(\tau, \sigma)$ . В этом случае функционал действие принимает вид (струна Барбашова-Черникова)

$$S = -\gamma \int dx_1 d\tau \dot{X}_0 \sqrt{(\partial_0 x_a \partial_1 x_a)^2 + (1 - (\partial_0 x_a)^2)(1 + (\partial_1 x_a)^2)}.$$

Построены ненулевой гамильтониан эволюции и канонические преобразования типа Леви-Чивиты, которые переводят динамическую переменную  $x_0(\tau, \sigma)$  во время в системе отсчета покоящегося наблюдателя.

Третья глава посвящена формулировке и исследованию космологической модели с относительным масштабом измерения. Показана математическая эквивалентность модели и ОТО на уровне только редуцированного действия в терминах конформных переменных Лихнеровича.

В отличие от обычного гамильтонова описания ОТО, роль космологического масштабного фактора играет коллективная координата в пространстве метрики  $g_{\mu\nu}$ , рассматриваемая как фактор-пространство  $A(4)/L$ . Введение коллективной переменной возможно благодаря использованию аппарата форм Картана и геометрии геодезических линий фактор-пространства, разработанному В.И. Огиевецким и И.В. Полубариновым. Для идентификации этой коллективной переменной с однородным космологическим масштабным фактором, показано, что точные уравнения Эйнштейна, усредненные по трехмерному инвариантному объему, в рассматриваемой модели совпадают с уравнениями на космологический масштабный фактор в стандартной космологии.

Предлагаемая космологическая модель основывается на теории поля, объединяющей стандартную модель теории элементарных частиц в римановом пространстве-времени и ОТО с относительным эталоном измерения. Такой эталон предполагает, что вместе с расширением Вселенной расширяются все интервалы, включая эталоны измерения этих интервалов. Введение относительного эталона означает отождествление наблюдаемых величин с конформными полями и координатами, что ведет к конформной космологии, вместо стандартной космологии эволюции расстояний.

Исследуются наблюдательные данные по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых Ia. Даются предсказания возможных значений расстояний до Сверхновых при значениях красного смещения  $z > 1,7$ .

В четвертой главе проводится переход к осцилляторному приближению в системе векторных бозонов, подобно осцилляторному представлению в теории квантования свободных полей. Однако этот переход проводится с учетом глобальной космологической динамики. В рамках предлагаемой модели исследуется возникающий в ней в планковскую эпоху эффект интенсивного рождения продольных векторных бозонов из вакуума. Показано, что температура материи, являющаяся интегралом движения уравнений эволюции, совпадает с температурой микроволнового фонового излучения  $T \simeq (m_W^2 H)^{1/3}$ , где  $m_W$  - масса W бозонов, а  $H$  - параметр Хаббла.

Перечислены теоретические и наблюдательные аргументы, свидетельствующие в пользу того, чтобы считать массовую сингулярность векторных бозонов причиной появления температуры реликтового излучения, а рожденные из вакуума векторные бозоны первичными частицами, число которых оказывается достаточным для объяснения количества барионной материи во Вселенной.

Таким образом метод линеаризации связей и конкретная система отсчета в рамках современной калибровочной теории поля дают возможность объяснить рождение материи из вакуума боголюбовских квазичастиц, что согласуется с последними данными по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых Ia, первичному нуклеосинтезу и реликтовому излучению.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

В приложении после краткого обсуждения геометрической и динамической интерпретаций общей теории относительности дано подробное изложение метода форм Картана и нелинейной реализации афинной симметрии для определения геометрии полевого пространства компонент метрики и его геодезических.

### На защиту вынесены следующие результаты:

1. Предложен метод линеаризации энергетической связи для релятивистских систем (частица, струна, гравитация). Метод является обобщением метода Леви-Чивиты, заключающегося в переходе с помощью канонического преобразования к новым переменным. Получены выражения для ненулевого гамильтониана и энергии, содержащие новый эволюционный параметр.
2. Введены понятия инерциального движения, геодезической линии, относительных и абсолютных "координат" в полевом пространстве как нелинейном представлении афинной группы по группе Лоренца  $A(4)/L$ .
3. На основе сформулированного метода построена конформно-инвариантная космологическая модель Вселенной с относительным масштабом длины и време-

- ни, приводящая к хорошему согласию с новыми наблюдательными космологическими данными. Показано, что космологические уравнения возникают как гиббсовское усреднение точных уравнений ОТО по объему.
4. В рамках модели изучен эффект космологического рождения продольных векторных бозонов, число которых оказывается достаточным для объяснения количества барионной материи во Вселенной.
  5. Проанализированы последние наблюдательные данные по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых Ia. Предсказываются возможные расстояния до Сверхновых при значениях красного смещения  $z > 1.7$ . В режиме предельно жесткого уравнения состояния вещества – единственном уравнении состояния модели – дана оценка температуры космического микроволнового фонового излучения, находящаяся в хорошем согласии с экспериментальными данными.
  6. Предлагается сценарий холодной Вселенной, не противоречащий истории химической эволюции Вселенной и последним наблюдательным данным по зависимости красного смещения от расстояния до Сверхновых Ia.
  7. Для трех рассмотренных случаев – частица, струна и Вселенная показано, что стрела геометрического времени положительна и, как следствие причинного квантования и стабильности квантовой системы, время имеет начало.
- По теме диссертации опубликованы следующие работы:**
1. D. Behnke, D.B. Blaschke, V.N. Pervushin, D. Proskurin, A. Zakharov,  
*Cosmological Consequences of Conformal General Relativity*,  
Proceedings of International Workshop "Hot Points in Astrophysics", Dubna, Russia, 2001; [arXiv:gr-qc/0011091].
  2. D. Behnke, D.B. Blaschke, V.N. Pervushin, D. Proskurin,  
*Conformal Cosmology and Supernova Data*,  
Proceedings of International Workshop "Quark Matter in Astro- and Particle Physics", Rostock, Germany, 2001; [arXiv:gr-qc/0012112].
  3. V.N. Pervushin and D. Proskurin,  
*Reparametrization-Invariant Path Integral in General Relativity*,  
Gravitation & Cosmology **7**, 89–101, 2001.
  4. В.В. Папоян, В.Н. Первушин, Д.В. Прокурин,  
*Полевая природа времени в общей теории относительности*,  
Астрофизика **44**, 653–666, 2001.

5. V.N. Pervushin and D. Proskurin,  
*Conformal General Relativity*,  
Proceedings of V International Conference on Cosmoparticle Physics (Cosmion-2001) dedicated to 80-th Anniversary of Andrei D. Sakharov, Moscow-St. Peterburg, Russia, 2001; [arXiv:gr-qc/0106006].
6. D. Behnke, D.B. Blaschke, V.N. Pervushin, D. Proskurin,  
*Description of Supernova Data in Conformal Cosmology without Cosmological Constant*,  
Phys. Lett. **B 530**, 20–26, 2002.
7. V.N. Pervushin, D. Proskurin, A. Gusev,  
*Cosmological Particle Origin in Standard Model*,  
Gravitation & Cosmology **8**, 181–189, 2002.
8. Б.М. Барбашов, В.Н. Первушин, Д.В. Прокурина,  
*Физические координаты как динамические переменные в релятивистских теориях*,  
ТМФ **132**, 181–197, 2002.
9. В.В. Папоян, В.Н. Первушин, Д.В. Прокурина,  
*Космологическое рождение материи в конформной космологии*,  
Астрофизика **46**, 119–132, 2003.
10. D. Behnke, D.B. Blaschke, V.N. Pervushin, D. Proskurin,  
*Relative Standard of Measurement and Supernova Data*,  
Proceedings of the XVIIIth IAP Colloquium "On the Nature of Dark Energy", Paris, France, 2003; [arXiv:astro-ph/0302001].
11. В.В. Папоян, В.Н. Первушин, Д.В. Прокурина,  
*Температура реликтового фонового излучения в конформной космологии*,  
Астрофизика **47**, 2003 (в печати).

---

Получено 6 февраля 2003 г.

*Макет Н. А. Киселевой*

Подписано в печать 07.02.2003.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 0,44. Уч.-изд. л. 0,61. Тираж 100 экз. Заказ № 53755.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@pds.jinr.ru](mailto:publish@pds.jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)